



S. 804 B40





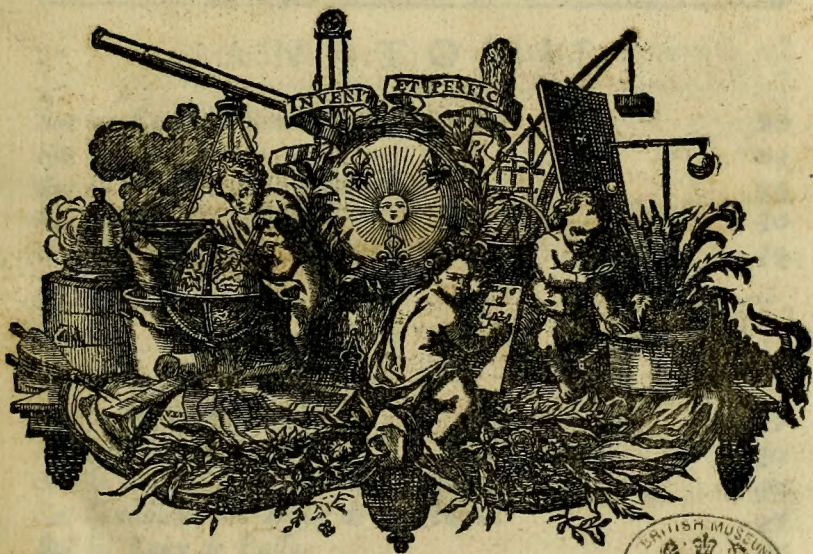


# HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES.

Année M. DCCXXIV.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique ;  
pour la même Année.

*Tirés des Registres de cette Académie.*



A PARIS,  
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCXXVI.



# HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES.

ANNEE M. DCCXXIV.

Avec les Mémoires de Mathématiques & de Physique,

pour l'année 1723.

Tout les Éclaircissements de cette Académie.



A PARIS,  
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCXXIV.



# TABLE

## POUR L'HISTOIRE.

### PHYSIQUE GENERALE.

<b>S</b> ur l'Ascension des Liqueurs dans des Tuyaux capillaires.	Page 1
Diverses observations de Physique générale.	15

### ANATOMIE.

Sur un Fœtus monstrueux.	20
Sur le Dragonneau.	23
Sur les Organes de la respiration.	24
Sur l'action des Muscles.	30
Diverses observations Anatomiques.	34

### CHYMIE.

Sur le Sel de la chaux.	39
Sur le Verre des bouteilles.	40
Sur la dissolution des Sels dans l'eau.	42
Sur la chaleur des Eaux de Bourbonne.	47
Sur les Eaux de Passy.	50

## T A B L E.

<i>Sur un sel Cathartique d'Espagne.</i>	54
<i>Sur une pierre de Berne, qui est une espece de Phosphore.</i>	58

---

## B O T A N I Q U E.

<i>Sur l'usage d'une espece de Chrysanthemum.</i>	62
<i>Observation Botanique.</i>	63

---

## G E O M E T R I E.

<i>Sur la Quadrature de la moitié d'une Courbe, qui est la</i> <i>COMPAGNE DE LA CYCLOIDE.</i>	65
<i>Sur une nouvelle Méthode pour mesurer les angles.</i>	68

---

## A S T R O N O M I E.

<i>Sur de nouvelles Méthodes de calculer les Eclipses.</i>	74
<i>Sur le Diametre du Soleil dans le Périgée &amp; dans l'Apogée.</i>	82
<i>Sur deux Eclipses de cette année. L'une de Soleil, l'autre de Lune.</i>	87

---

## A C O U S T I Q U E.

<i>Sur les Instrumens de Musique à Cordes.</i>	90
--	----

---

## M E C H A N I Q U E.

<i>Machines ou Inventions approuvées par l'Académie en</i> <i>1724.</i>	93
--	----





# T A B L E

## P O U R

### LES M E M O I R E S.

- O**bservations Météorologiques de l'année 1723. Par M. MARALDI. Page 1
- Observation exacte du Diametre du Soleil en Perigée. Par M. le Chevalier DE LOUVILLE. 5
- Memoire sur l'action des Muscles ; dans lequel on tâche de satisfaire, par des voies simples & purement mechaniques, aux difficultés proposées par M. Winslow dans son Mémoire de 1720. Par M. DE MOLIERES. 18
- Etablissement d'un nouveau genre de Plante, que je nomme CARDISPERMON. Par M. TRANT. 39
- Sur un Fœtus monstrueux. Par M. LEMERY. 44
- Nouvelle Methode pour calculer les Eclipses de Lune géométriquement, & sans Tables de sinus. Par M. le Chevalier DE LOUVILLE. 63
- Sur le Sel de chaux. Par M. DU FAY. 88
- Nouvelle Hypothese par laquelle on explique l'élevation des liqueurs dans les Tuyaux capillaires, & l'abaissement du Mercure dans les mêmes Tuyaux plongés dans ces liquides. Par M. PETIT, Medecin. 94

# T A B L E.

*Quadrature de la moitié d'une Courbe des Arcs, appelée la*  
COMPAGNE DE LA CYCLOIDE. Par M. PITOT. 107

*Histoire d'un Sel Cathartique d'Espagne.* Par M. BURLET. 114

*Mémoire sur la qualité & les propriétés d'un Sel découvert en*  
*Espagne, qu'une source produit naturellement; & sur la con-*  
*formité & identité qu'il a avec un Sel artificiel que Glauber,*  
*qui en est l'auteur, appelle SEL ADMIRABLE.* Par M. BOUL-  
DUC le Fils. 118

*Addition aux deux Mémoires sur le Calcul des différences finies,*  
*imprimés l'année dernière.* Par M. NICOLE. 138

*Sur les Organes de la respiration.* Par M. SENAC. 159

*Observation de l'Eclipse de Soleil du 22 Mai 1724, faite en*  
*présence du Roi, à Trianon.* Par M. MARALDI. 176

*Observation de l'Eclipse totale du Soleil, faite à Trianon le 22*  
*Mai 1724, en présence du Roi.* Par M. CASSINI. 178

*Méthode exacte pour déterminer par le Calcul la grandeur d'une*  
*Eclipse de Soleil dans un tems donné.* Par M. le Chevalier  
DE LOUVILLE. 182

*Nouvel Examen des Eaux de Passy; avec une méthode de les*  
*imiter, qui sert à faire connoître de quelle maniere elles se char-*  
*gent de leur Minéral.* Par M. GEOFFROY le Cadet. 193

*Observations sur quelques Ossemens d'une Tête d'Hippopotame.*  
Par M. DE JUSSIEU. 209

*Sur la forme des Instrumens de Musique.* Par M. DE MAU-  
PERTUIS. 215



# T A B L E.

*Instruction abrégée, & Méthode pour le Jaugeage des Navires ; avec un exemple figuré, & des remarques pour la Pratique.*  
Par M. DE MAIRAN.

227

*La Gonio-métrie, ou Science nouvelle de mesurer les angles rectilignes & Sphériques ; & en général, les angles Linéaires formés par deux lignes quelconques sur une surface quelconque, de même que les angles solides quelconques.* Par M. DE LAGNY.

241

*Description d'une nouvelle espece d'ERUCA.* Par M. DANTY D'ISNARD.

295

*De l'arrangement que prennent les parties des Matieres Métalliques & Minérales, lorsqu'après avoir été mises en fusion, elles viennent à se figer.* Par M. DE REAUMUR.

307

*Observations de l'Eclipse totale du Soleil du 22 Mai 1724 au soir, faites à Paris dans l'Observatoire Royal & au Luxembourg.* Par M<sup>rs</sup>. DELISLE le Cadet & DELISLE DE LA CROYERE.

316

*Observations sur les Vessies qui viennent aux Ormes, & sur une sorte d'Excroissance à peu-près pareille qui nous est apportée de la Chine.* Par M. GEOFFROY le Cadet.

320

*Observation du Diametre du Soleil en Apogée, faite en 1724.* Par M. le Chevalier DE LOUVILLE.

326

*Observation nouvelle & singuliere sur la dissolution successive de plusieurs Sels dans l'Eau commune.* Par M. LEMERY.

322

*Description d'un nouveau Micrometre universel.* Par M. CASSINI.

347

*Expériences faites sur la décoction de la Fleur d'une espece de CHRYSANTHEMUM, très-commun aux environs de Paris,*

# T A B L E.

*de laquelle on peut tirer plusieurs Teintures de différentes couleurs.* Par M. DE JUSSIEU. 353

*Moyen de conserver les Essieux des roues de Voiture dans toute leur force ; d'épargner la façon de les recharger , en leur donnant des especes d'emboîtures qui coûtent peu.* Par M. DE REAUMUR. 360

*Observations de la COMETE qui a paru en l'année 1723.* Par M. MARALDI. 365

*Nouvelles Expériences sur quelques especes de Verres dont on fait des bouteilles.* Par M. GEOFFROY le Cadet. 380

*Observation de l'Eclipse de Lune , faite le matin du premier Novembre 1724.* Par M. MARALDI. 399

*Observation de l'Eclipse de Lune du premier Novembre de l'année 1724. faite à Thury près de Clermont en Beauvoisis.* Par M. CASSINI. 403

*Description d'un RESEAU OSSEUX observé dans les Cornets du nés de plusieurs Quadrupedes.* Par M. MORAND. 405

*Comparaison de l'Observation de l'Eclipse de Lune du premier Novembre 1724. faite à Lisbonne & à Paris. Avec quelques Observations des Eclipses des Satellites de Jupiter.* Par M. CASSINI. 410

*Observation Anatomique sur une Tumeur anévrismale & polypeuse de l'Artere aorte.* Par M. MARCOT, de la Société Royale de Montpellier. 414



HISTOIRE





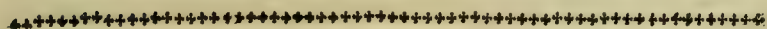
# HISTOIRE

DE

## L'ACADEMIE ROYALE

### DES SCIENCES.

Année M. DCCXXIV.



## PHYSIQUE GENERALE.

### *SUR L'ASCENSION DES LIQUEURS*

#### *dans les Tuyaux Capillaires.*



N est aujourd'hui bien persuadé que la Physique ne se doit traiter que par les expériences: V. les M. P. 227.  
 mais le malheur est que souvent en voulant par un plus grand nombre d'expériences éclaircir ou approfondir davantage un sujet, on l'embarasse, on l'obscurcit en quelque sorte, & on se rend l'explication plus difficile. Plus il y a de faits différens, qui

*Hist.* 1724.

A

cependant se rapportent à un même but, plus il se mêle dans la matiere qu'on traite de circonstances imprévûes, & la plupart du tems cachées, qui quoiqu'inconnues, ne laissent pas de prendre part aux effets. Cependant des faits nouveaux, qui même nuiroient à l'établissement d'un système, sont toujours de nouvelles connoissances qu'on a acquises, & si le système en est retardé, il en sera quelque jour fondé plus solidement.

\* p. 21. &  
suiv.  
\* p. 35. &  
suiv.

Il faut se rappeler ici ce que nous avons dit en 1705. \* & en 1722 \* sur l'ascension des liqueurs dans les tuyaux capillaires; nous ne le répéterons point, pour éviter une trop grande longueur. M<sup>rs</sup>. Petit le Medecin, & du Fay, après avoir vérifié sur ce sujet les expériences de feu M. Carré, rapportées en 1705, ou dans l'Histoire, ou dans son Mémoire, en ont fait d'autres, qui la plupart ébranlent le système qu'il avoit pris, tout raisonnable & tout mécanique qu'il étoit. Nous allons rapporter en abrégé les principales, soit favorables, soit contraires à l'explication de M. Carré, fondée sur l'adhésion des liqueurs. Nous commencerons par celles de M. du Fay.

Il a trouvé que dans les tuyaux capillaires l'eau monte au-dessus du niveau de celle du vaisseau; non-seulement selon que le diametre du tuyau est plus petit, mais encore selon que le diametre du vaisseau est plus grand, jusqu'à ce qu'il excède un ponce. Cela s'accorde tout-à-fait avec l'hipothese de l'adhésion; car les surfaces des corps étant d'autant moindres par rapport aux solidités que les solidités sont plus grandes, & dans un vaisseau cylindrique les colonnes d'eau qui peuvent s'attacher à ses parois & en être soutenues, étant comme la surface du cylindre, & les autres colonnes qui pesent entièrement sur le fond, étant comme la solidité du même cylindre, il suit que dans un vaisseau d'un plus petit diametre il y a plus de colonnes à proportion soutenues par les parois du vaisseau, qui par conséquent sont dans le même cas que la colonne du tuyau capillaire, & agissent moins pour l'élever, & que ce sera le contraire dans un vaisseau d'un plus grand diametre. Mais passé un certain diametre, cela ne doit plus avoir lieu, parce que le rapport des solidités aux surfaces, toujours plus

grand, l'est trop pour avoir un effet sensible, proportionné à son augmentation de grandeur.

M. du Fay ayant considéré que ce que fait un tuyau capillaire plongé dans un vaisseau plein d'eau, un seul tuyau recourbé à deux branches de diamètres fort inégaux le devoit faire aussi; & ayant trouvé par-là la manœuvre des expériences plus facile, il a éprouvé que dans la branche du plus petit diamètre, qui représente, ou plutôt est effectivement le tuyau capillaire, l'eau étoit toujours élevée au-dessus du niveau de celle de la grosse branche, quand même l'une ou l'autre branche avoit des *coudes*, de sorte qu'il y avoit des parties de tuyau dont les unes étoient horisontales, les autres verticales. Tout se régloit sur ce qui appartenoit à la position verticale, & l'horizontale n'y entroit pour rien, ce qui est conforme au principe reçu sur l'action des liqueurs, qui ne s'exerce que selon leur hauteur verticale. Le Mercure qui dans un tuyau capillaire se tient toujours au-dessous du niveau, tout au contraire de l'eau qui se tient au-dessus, suivoit aussi-bien que l'eau son mouvement ordinaire. Ces liqueurs montoient ou descendoient dans les branches coudées précisément autant qu'elles auroient fait dans des branches droites. Il semble cependant que dans une branche coudée où l'eau avoit beaucoup de chemin horisontal à faire, elle eût dû être élevée à une moindre hauteur verticale à proportion de ce chemin, si ses parties s'attachoient aux tuyaux.

L'eau étant au-dessus du niveau dans la branche capillaire d'un tuyau recourbé, M. du Fay l'a renversé en forme de Siphon, & selon qu'il devoit arriver par les lois du Siphon, la plus longue branche l'a emporté, c'est-à-dire que l'eau s'est entièrement écoulée par cette branche capillaire, qui étoit la plus longue, puisque l'eau y étoit plus haute que dans l'autre. Mais M. du Fay ayant remis le tuyau recourbé dans son premier état, il a soufflé sur l'eau de la branche capillaire pour la faire descendre au-dessous du niveau de l'autre, & quand elle y a été un peu, il a renversé le tuyau. C'étoit donc alors la grosse branche devenue la plus longue qui devoit l'emporter



par la règle du Siphon, son adhésion aux parois du tuyau moindre que celle de la branche capillaire devoit encore aider son écoulement ; elle ne l'a pourtant pas emporté, & l'écoulement s'est fait par la branche capillaire ; tant que le soufflé n'a pas fait descendre celle-ci autant au-dessous du niveau qu'elle étoit naturellement au-dessus. De-là M. du Fay conclut que quelqu'autre chose que la simple adhésion se mêle dans ces phénomènes, qu'il y a quelque force qui agit & qui cause un véritable équilibre entre les branches inégales du tuyau.

Il a fait cette expérience avec le Mercure, & il a trouvé la même chose à contre-sens, parce que le Mercure se met au-dessous du niveau ; tandis que l'eau se met au-dessus.

Un tuyau recourbé dont la branche capillaire étoit la moitié plus courte que l'autre, ayant été entièrement rempli d'eau par la grosse branche, l'eau de cette branche qui tendoit à descendre au-dessous du niveau de celle de la branche capillaire, faisoit sortir l'eau de cette branche capillaire par son extrémité ouverte. Cela auroit dû continuer jusqu'à ce que la grosse branche se fût mise au-dessous du niveau de la capillaire, ou du moins à son niveau, puisque la différence d'adhésion des deux branches devoit toujours avoir son effet. Mais l'écoulement de la capillaire cessa, lorsque la grosse étoit encore huit lignes au-dessus d'elle, ce qui indique quelque principe différent de l'adhésion.

On pourroit croire que la résistance de l'air étoit ce principe, & qu'elle empêchoit que l'eau de la branche capillaire ne sortît en aussi grande quantité qu'elle auroit dû. Mais M. du Fay fit la même expérience avec du Mercure, & précisément de la même manière. Le Mercure de la grosse & plus longue branche ne fit sortir du Mercure de la capillaire qu'autant qu'il fallut pour se mettre au-dessus du niveau de la même quantité dont il y eût été naturellement. Il eût dû être plus au-dessus de ce niveau, si la résistance de l'air se fût opposée à la sortie du Mercure de la petite branche.

M. du Fay ayant pris un tuyau recourbé, dont la branche capillaire étoit de beaucoup la plus longue, & ayant entiere-



ment rempli ce tuyau de Mercure par cette branche, tandis qu'il tenoit l'extrémité de la grosse fermée avec le doigt, vit dès qu'il eut retiré le doigt, le Mercure sortir par la grosse, jusqu'à ce qu'il fût de niveau dans les deux. Ensuite il inclina le tuyau pour faire sortir encore un peu de Mercure par la grosse branche, après quoi le Mercure se tint plus bas dans la branche capillaire, selon ce qui arrive naturellement.

Si un tuyau recourbé est enduit de suif, le Mercure se tient plus haut dans la petite branche, ce qui paroît ne pouvoir venir que de ce que le Mercure s'attache facilement au suif & aux graisses, au lieu qu'il ne s'attache pas au verre.

Toutes celles d'entre ces expériences qui ont pû être faites dans la machine pneumatique, l'ont été, & le vuide, du moins tel qu'on peut l'avoir d'ordinaire par cette machine, n'y a apporté aucun changement.

Le principe de l'adhésion, qui peut expliquer quelques-unes des expériences faites avec l'eau, ne convient à aucune de celles qui l'ont été avec le Mercure; car que le Mercure ne puisse s'attacher comme l'eau aux parois du tuyau capillaire, cela fera bien qu'il ne s'élèvera pas au-dessus du niveau, mais non pas qu'il se tienne au-dessous. Il faut pour l'y tenir, une véritable force qui contrebalance une partie de celle des colonnes extérieures du vaisseau.

Voici encore une expérience de M. du Fay, qui prouve assez fortement contre le principe de l'adhésion de l'eau. Qu'au lieu de plonger dans de l'eau un tuyau capillaire ouvert par les deux bouts, comme l'on fait toujours, on en plonge un dont l'extrémité supérieure soit fermée, on ne sera pas surpris que l'eau malgré le principe de l'adhésion n'y monte point, car l'air enfermé dans le tuyau, & qui ne peut s'échapper, lui résistera. Mais si ce tuyau fermé par le bout supérieur étoit vuide d'air, certainement l'eau devoit y monter. M. du Fay a suspendu un pareil tuyau dans la machine pneumatique, de sorte que le vuide étant fait, il pût le faire plonger dans un vaisseau plein d'eau par son extrémité inférieure ouverte. L'artifice de cette manœuvre consiste à brûler au travers du récipient par

le moyen d'une loupe un fil qui attachoit le tuyau , ou à faire fondre de la cire qui le tenoit suspendu. L'eau n'est point montée dans le tuyau , ou si elle y est montée , ç'a été très-lentement , & à mesure qu'il s'élevoit de l'eau du vaisseau des bulles d'air , qui se répandant peu-à-peu dans le récipient , s'appuyoient par leur ressort , quoique foible , sur l'eau du vaisseau , tandis qu'il n'y en avoit point de pareilles dans le tuyau pour les contrebalancer , soit parce que son diametre étoit trop petit pour les laisser entrer dilatées , comme elles étoient , soit parce qu'il ne s'en formoit pas précisément dans un si petit espace. Si l'inégalité d'adhésion faisoit monter l'eau dans les tuyaux capillaires , celle-là , vû les circonstances où elle se trouvoit , seroit montée tout-à-coup , & en un moment.

Enfin , comme l'on est communément persuadé que l'eau s'attache mieux au verre , quand il est déjà mouillé ou humide , M. du Fay a voulu voir si le fait étoit bien certain , & il a trouvé que dans des tuyaux bien secs , & si bien chauffés aux charbons ou à la flamme qu'ils étoient sur le point de fondre , l'eau s'est élevée à l'ordinaire. Peut-être aussi la grande raréfaction de l'air qu'ils contenoient y a-t-elle beaucoup aidé.

M. du Fay croit que tous les phénomènes qu'on vient d'exposer peuvent être rapportés à la même cause qui fait , selon M. Rohaut , que la surface de l'eau d'un verre est convexe , si le verre est plein , concave , s'il ne l'est pas , & qu'au contraire la surface du Mercure est convexe dans un verre qui n'est pas plein , & concave dans celui qui l'est. Cela vient de ce que l'eau mouille le verre , & par conséquent s'applique immédiatement aux parois du vaisseau , & n'y souffre point d'air qui l'en sépare ; au contraire le Mercure ne mouille pas le verre , & il laisse de l'air entre lui & les parois du vaisseau. De-là , il suit que si le verre contient de l'eau , & n'est pas plein , l'air n'exerce pas si librement l'action de sa pesanteur sur les bords de la surface de l'eau collés en quelque sorte contre le verre , que sur tout le reste de cette surface , & que par conséquent il la doit enfoncer vers son milieu , & l'élever vers ses bords , ou la rendre concave. On peut concevoir aussi , & c'est

la même chose, que l'air, qui par son mouvement continuel doit entrer de dehors dans le verre, & en ressortir, ne décrit pas en y entrant une ligne droite qui s'applique contre la paroi intérieure du vaisseau, & descende exactement jusqu'à sa surface horisontale, qu'il ne suit pas après cela cette surface par une autre ligne droite, & ne remonte pas de même, mais qu'il décrit une espèce de courbe, qui a, si l'on veut, le contour d'une parabole renversée, dont le sommet pose sur le milieu de la surface de l'eau, desorte que ses bords échappent à la courbe, & n'en sont pas pressés. Si au contraire le verre est à demi-plein de Mercure, l'air passe entre les parois du verre & le Mercure, & s'enfonce autant qu'il est possible au-dessous du niveau de sa surface, d'où il remonte pressé par le poids de ce métal, passe par dessus sa surface supérieure, & va de l'autre côté. La courbe ou la parabole est alors dans sa situation naturelle, elle enferme le Mercure au-dedans d'elle, & lui sert, pour ainsi dire, d'un moule qui rend sa surface supérieure convexe. Si le verre est plein d'eau, il en contient un peu plus qu'il ne devoit, parce que les gouttes des bords y étant attachées, & d'ailleurs exposées à toute l'action de l'air, elles en sont repoussées vers le milieu, ou par conséquent l'eau s'élève, & prend dans son tout un peu de convexité. Si enfin le verre est plein de Mercure, l'air qui passe entre lui & les parois du verre jusqu'à une certaine profondeur, & de-là remonte, soutient & élève un peu par ce mouvement les bords de la surface du Mercure, dont par conséquent le milieu s'abaisse, & toute la surface devient concave.

Ces faits, quoique déjà connus, ont encore été vérifiés par M. du Fay. Il a mis sur les bords d'une surface convexe du Mercure, & de même au milieu d'une surface concave d'eau de petits corps légers, qui tous malgré leur poids remontoient les uns jusqu'au sommet de la surface convexe, les autres jusqu'aux bords de la concave, & ne s'arrêtoient que là, preuve certaine qu'ils suivoient le cours d'une matiere qui les entraînoit. Il faut que ceux qu'on met sur l'une ou l'autre de ces liqueurs soient de nature à en être mouillés, afin qu'ils puissent



faire un tout avec elle, & être entraînés en même tems. Autrement l'air passe entr'eux & la liqueur, & les en détache, ils ont leur mouvement à part, & ne font plus que suivre par leur poids la pente de la surface sur laquelle on les a mis.

Cela posé, M. du Fay conjecture que l'ascension ou la descente des liqueurs au-dessus ou au-dessous du niveau dans les tuyaux capillaires dépend des mêmes principes. Dans un vaisseau à demi-plein d'eau se forme par le mouvement de l'air cette espece de parabole renversée dont nous avons parlé, & c'est ce qui rend la surface de l'eau concave. Cette idée emporte que l'une des branches de la parabole soit descendante, & l'autre montante, c'est-à-dire, deux colonnes d'air qui se meuvent selon ces directions opposées. Entr'elles & tout autour de l'axe de la parabole sont d'autres colonnes que l'on peut regarder comme immobiles, & qui n'ont que leur pression naturelle de haut en bas. Si l'on suppose que le diametre du vaisseau devienne plus petit, les deux branches de la parabole, ou les deux colonnes d'air, l'une descendante & l'autre montante se rapprochent, & les colonnes du milieu sont en moindre nombre; & enfin le diametre du vaisseau pourra être si petit, & les deux branches de la parabole par conséquent si serrées, que presque tout l'air sera partagé en deux parties égales, l'une descendante, l'autre montante, & que par conséquent l'action de la pesanteur de l'air sur l'eau sera fort affoiblie. Voilà ce qui arrive dans un tuyau capillaire, & y arrive d'autant plus qu'il est plus capillaire, d'où il suit que l'eau s'y doit élever au-dessus du niveau de celle qui est dans le vaisseau, ou dans la grosse branche d'un tuyau recourbé.

On raisonnera de même sur le Mercure contenu dans un vaisseau qui n'en est pas plein. La parabole d'air qui l'enferme dans sa concavité, & passe par dessus, tend à le comprimer & à l'abaisser par ce mouvement, en même tems qu'elle arrondit sa surface supérieure, & la rend convexe. Mais le Mercure résiste à cet effort de compression. Sa résistance est comme sa masse ou la capacité ou solidité du vaisseau, & l'effort de compression est comme la parabole d'air qui est comme la surface du



du vaisseau. Donc dans des vaisseaux d'un plus petit diametre la résistance est plus petite par rapport à l'effort de compression, donc enfin dans des tuyaux capillaires l'effort de compression l'emporte, & le Mercure est abaissé.

De ce qu'une liqueur à sa surface concave dans un vaisseau qui n'en est pas plein, il suit selon M. du Fay qu'elle s'élèvera au-dessus du niveau dans un tuyau capillaire, & qu'au contraire elle s'y tiendra au-dessous du niveau, si sa surface a été convexe dans le vase. Il croit ces deux choses tellement liées, que de l'une on peut hardiment conclurre l'autre.

Les phénomènes ne changent point dans le vuide, parce que ce vuide n'est pas parfait, & que l'air qui y reste, quoiqu'extrêmement affoibli, agit, & a la même inégalité d'action dans les mêmes circonstances, & tout dépend de-là.

C'est une conséquence nécessaire de l'opinion de M. du Fay, que si le vuide étoit parfait, le Mercure ne seroit pas plus haut dans la grosse branche d'un tuyau que dans la capillaire. Il a déjà pour lui que dans les Barometres lumineux, qui sont ceux dont l'air a été le mieux pompé, la surface du Mercure est exactement plane, ce qui, selon la liaison dont nous venons de parler, doit être accompagné de l'égalité de hauteur du Mercure dans les deux branches d'un tuyau. Il a pris beaucoup de peine pour s'en assurer par l'expérience; il a bien vû que plus l'air étoit bien pompé, plus le Mercure approchoit de l'égalité de hauteur, & que dès qu'on laissoit rentrer un peu d'air, il revenoit à l'inégalité ordinaire, mais dans les expériences les plus favorables, il est resté une ligne de différence entre les hauteurs, ce qui ne prouve peut-être que l'extrême difficulté ou l'impossibilité du vuide parfait, sans attaquer l'hypothese de M. du Fay, que l'on pourroit croire qui va de concert avec l'expérience, aussi loin que l'expérience peut aller.

Venons maintenant à M. Petit le Medecin, qui ne s'accorde guere avec M. du Fay, qu'en ce qu'il rejette le systême de M. Carré, quoiqu'il l'eût adopté en 1722. Ces sortes de variations ne sont pas seulement excusables en ce qu'elles naissent de la difficulté des matieres, elles sont même hono-

rables aux Philosophes , puisqu'elles prouvent leur sincérité.

Selon M. Carré les colonnes de l'eau du vaisseau qui enferment de tous côtés le tuyau capillaire qu'on y plonge, font élever dans ce tuyau l'eau qu'il contient, parce que son poids y est diminué par son adhérence. Mais que deviendra cette idée, si l'eau s'élève dans le tuyau capillaire, sans qu'il y ait de l'eau extérieure qui agisse? Quelques expériences avoient déjà fait soupçonner à M. Petit, que l'action de cette eau extérieure n'étoit pas telle que l'on pensoit, mais il s'assûra entierement qu'elle étoit nulle. Il prit 5 tuyaux capillaires de différens diametres qui tenoient tous ensemble à un même morceau de bois, il les plongea dans de l'eau, & elle s'y éleva selon la différence des diametres, c'est-à-dire, plus haut dans les plus petits. Il les retira de l'eau, & ce qu'ils en avoient pris s'y souleva dans l'air. L'eau extérieure n'agissoit plus.

Il est vrai qu'on peut dire qu'elle avoit agi, & qu'il suffisoit qu'elle eût d'abord élevé l'eau, qui ensuite se souleva par son adhérence aux tuyaux capillaires. Mais une expérience rapportée par M. Rohaut, & fort répétée par M. Petit, répond parfaitement à cette difficulté. On tient verticalement un tuyau capillaire, on verse sur sa surface extérieure quelques gouttes d'eau assez grosses pour pouvoir boucher l'ouverture inférieure du tuyau, & l'on voit que dès qu'elles sont descendues jusques-là, elles rebroussent chemin, montent au-dedans du tuyau, & y montent à la même hauteur où l'eau se feroit élevée si le tuyau avoit été trempé à l'ordinaire dans un vaisseau. Il n'importe aucunement que l'on verse les gouttes d'eau d'une hauteur plus ou moins grande; la seule condition essentielle est qu'elles soient au moins du même diametre que le tuyau capillaire.

On n'a pas manqué d'avoir recours à l'air pour l'explication de ce phénomène. On a imaginé que celui du tuyau étant supposé plus rare à cause de la petitesse de l'espace, & de la difficulté de s'y mouvoir, l'air extérieur plus fort pouffoit la goutte dans le tuyau par l'action qu'il a de bas en haut, & qui est la réaction de celle de haut en bas. Mais M. Petit a trouvé

moyen de faire cette expérience dans le vuide, & elle a réussi de même.

L'eau extérieure du vaisseau n'a donc aucune part à l'ascension de l'eau du tuyau capillaire : mais il y a encore plus, M. Petit croit que l'eau extérieure y nuit, & que sans elle l'eau du tuyau s'éleveroit davantage. Un tuyau capillaire de  $\frac{2}{3}$  de ligne de diametre, où l'eau s'élevoit de 5 lignes lorsqu'il trempoit dans un vaisseau, en ayant été retiré, l'eau s'éleva encore de 1 ligne  $\frac{2}{3}$  de plus. Sur cela M. Petit conçoit que l'adhérence mutuelle de l'eau du vaisseau & de l'eau du tuyau capillaire tire en quelque sorte l'eau du tuyau en embas, & l'empêche de s'élever autant qu'elle feroit naturellement. Et ce qui semble confirmer cette pensée, c'est que si ce même tuyau est retiré brusquement du vaisseau, l'eau y monte jusqu'à 3  $\frac{1}{2}$  lignes de plus; au lieu qu'étant retiré doucement, l'augmentation d'élévation n'alloit qu'à 1  $\frac{2}{3}$  ligne. Dans l'un de ces cas on donne à l'adhérence le tems d'agir & de produire son effet, & dans l'autre on ne le lui donne pas.

M. Petit a trouvé aussi, en faisant l'expérience de M. Rohaut, avec le même tuyau capillaire, que l'eau versée par dehors y montoit quelquefois jusqu'à 9 lignes, c'est-à-dire, non-seulement beaucoup plus haut que dans l'expérience commune où elle n'étoit qu'à 5 lignes, mais du moins aussi haut que quand le tuyau est retiré brusquement.

L'action des colonnes extérieures ou de l'eau du vaisseau étant retranchée par les expériences de M. Petit, il ne reste aucun fait bien prouvé, que l'adhérence de l'eau aux parois du verre. Elle est effectivement très-sensible, & M. Petit la prétend plus grande que celle même des parties de l'eau entr'elles. Car si un verre a été mouillé, avec quelque force qu'on le secoue il y restera toujours un enduit d'eau, au lieu que par le même mouvement toutes les autres parties d'eau se sont détachées de cet enduit, c'est-à-dire, les unes des autres. Cette même adhérence est encore bien marquée dans les gouttes qui pendent au bas d'un petit tuyau sans tomber.

Une goutte mise sur un verre bien humecté, s'étend de



tous côtés, & même avec vitesse, au lieu que si le verre étoit bien sec, elle se tiendrait, pour ainsi dire, resserrée en elle-même, à moins qu'elle ne fût d'une certaine grosseur.

L'adhérence doit avoir, selon M. Petit, tant de part aux phénomènes dont il est question, qu'il est nécessaire pour les voir réussir, que les tuyaux aient été humectés, soit ceux où l'eau s'élèvera quand ils seront plongés dans un vaisseau, soit ceux où elle entrera & montera étant versée par dehors. Nous ne dissimulerons pas que c'est là une contradiction bien formelle entre ses expériences & celles de M. du Fay. Peut-être viendront-elles quelque jour à s'accorder, les circonstances délicates, qui sont ces sortes de différences, peuvent échapper assez long-tems.

Mais enfin l'adhérence des parties de l'eau, quelle qu'elle soit, ne suffit pas pour élever l'eau, il faut une force motrice qui donne l'impulsion, & profite, si l'on veut, des avantages que l'adhérence lui présentera. M. Petit dit que cette force est celle qui unit deux gouttes d'eau, & les confond en une dès qu'elles se touchent du plus léger contact; l'explication de ce fait fera la même que celle de nos phénomènes. Il est visible qu'elle demande indispensablement que les tuyaux soient mouillés ou humides, afin que l'eau s'y élève des deux différentes manières dont on a vu qu'elle s'élevoit. Nous n'entrons pas non plus que M. Petit dans le détail de cette cause, qui doit être assez générale, & s'étendre au-delà de la question présente.

Comme le Mercure, loin de s'élever, demeure au dessous du niveau, il ne lui faut point de force motrice, c'est assez qu'il ne mouille point le verre, ce qui est certain, & que ses parties soient fort adhérentes les unes aux autres. Il sera aisé de concevoir que si dans un liquide dont toutes les colonnes tendent à se faire descendre les unes les autres, & en même tems se soutiennent mutuellement par leur adhérence, il y en a une qui n'ait que ce soutien, elle sera obligée de descendre plus bas que les autres. Or il est invisible que c'est là la colonne du Mercure enfermée dans le tuyau capillaire, elle a

perdu son adhésion aux autres, & n'en a point au verre du tuyau. Quant à l'adhérence des parties du Mercure entr'elles, il faut déjà qu'elle soit 14 fois plus forte que celle des parties de l'eau, puisque le Mercure étant 14 fois plus pesant que l'eau, il ne laisse pas de se tenir aussi-bien que l'eau en gouttes rondes, dont les parties ne résistent que par leur adhérence à l'action d'une si grande pesanteur qui tend à les séparer, & à les faire tomber toutes sur le plan qui touche la goutte. De plus M. Petit observe que les gouttes du Mercure sont plus exactement sphériques que celles de l'eau, & souvent plus petites, d'où il suit qu'elles se soutiennent sur une plus petite base, & ont plus de 14 fois plus d'adhérence que les parties d'eau.

Tandis que toute cette question s'agitoit dans l'Académie, M. de Mairan y prit part, & proposa sa pensée sur la cause qui tient le Mercure au-dessous du niveau. Il conçoit avec un grand nombre de Philosophes modernes le magnétisme beaucoup plus étendu que l'on ne croit communément, & en effet puisque le fer & l'aiman, & quelques corps électriques en fort petite quantité, s'attirent & se repoussent, quelle apparence qu'ils soient les seuls corps dans la nature doués de cette propriété? On n'en connoîtroit aucune autre qui fût si restreinte & si bornée. Elle peut bien n'être que rarement sensible, mais il faut qu'elle soit plus répandue, & comme alors elle sera insensible, elle produira des effets qu'on ne s'avisera pas d'y rapporter. M. de Mairan croit donc qu'autour de tous les corps, ou au moins de la plupart, il y a comme autour de l'aiman une atmosphère, un tourbillon de matière subtile, qui circule dans leurs pores. Si elle se met de la même manière dans les pores de deux corps différens, desorte que des deux tourbillons il puisse ne s'en former qu'un, ces deux corps ou s'attirent de quelque distance comme le fer & l'aiman, ce qui est sensible, ou posés l'un contre l'autre s'appliquent très-immédiatement, ce qui n'est qu'un effet insensible. Dans le cas opposé les deux corps ou se repoussent, ou ne s'appliquent pas. C'est par-là que l'eau mouille le verre, & que le Mercure ne le mouille point. Il reste entre le Mercure & le

verre un espace où les deux tourbillons de ces deux matieres se combattent.

Cet espace, lorsqu'il y a du Mercure dans un vaisseau, va en augmentant du bas vers le haut, parce qu'en bas la colonne de Mercure plus haute & plus pesante se presse davantage contre les parois du vaisseau, & surmonte en partie l'opposition des tourbillons. De-là il résulte pour l'espace où les tourbillons se repoussent une espece de figure de coin, dont la pointe est en embas, & de-là vient aussi la convexité de la surface supérieure du Mercure qui s'élève un peu vers son milieu, parce que vers ses bords elle est plus repoussée. Elle aura moins de convexité dans un tuyau d'un plus grand diametre, & au contraire.

Le fort du combat des tourbillons est dans l'espace angulaire que laisse vuide la convexité du Mercure. Cette convexité étant plus grande dans un tuyau capillaire, ce combat y occupe aussi un espace plus grand à proportion de la capacité du tuyau, & il peut occuper le tuyau entier. Il ne s'agit plus que de sçavoir pourquoi alors le Mercure doit descendre au-dessous du niveau, car la direction du cours de la matiere subtile qui forme les deux tourbillons devant être conçue comme perpendiculaire aux parois du tuyau, il ne paroît pas qu'elle soit opposée à l'ascension naturelle du Mercure. Mais M. de Mairan a fait voir que la surface du Mercure étant fort convexe dans un tuyau capillaire, la direction de la matiere subtile lui étoit inclinée, & qu'en la décomposant il se trouvoit qu'elle n'agissoit sur cette surface que par une perpendiculaire, qui la poussoit nécessairement en embas. On voit par-là pourquoi une plus grande convexité de la surface du Mercure, un moindre diametre du tuyau, & une plus grande descente du Mercure, sont trois choses toujours liées. Le magnétisme des corps expliquera sans doute un très-grand nombre de phénomènes de la nature, pourvû qu'on ne l'explique lui-même que selon les loix de la simple impulsion, car si on y fait entrer quelque chose de plus mystérieux, il deviendra trop obscur pour rien expliquer.



---

*DIVERSES OBSERVATIONS  
DE PHYSIQUE GÉNÉRALE.*

## I.

**A** La terre du Boulay en Gâtinois, deux lieues au-dessus de Nemours, un arbre fut frappé de la foudre la nuit du 21 au 22 Juin 1723. C'étoit un gros chêne de 7 à 8 pieds de tour dans le tronc, & de 4 à 5 au haut de la tige, & qui avoit 28 à 29 pieds de hauteur. Il étoit situé presque sur la lisière d'une futaie épaisse de 4 ou 500 pas, & du côté opposé à cette futaie, il regardoit une grande campagne. Les circonstances du coup de tonnerre furent rapportées dans le tems à M. de Mairain, & il en vérifia lui-même les principales sur le lieu l'année suivante.

Le chêne avoit été arraché de dessus sa racine environ à 2  $\frac{1}{2}$  pieds de terre, & rompu en quatre parties principales. Les deux premières étoient la tige éclatée en deux parties inégales en hauteur ou longueur, dont l'une avoit 16 pieds, l'autre 21 à 22. La partie de 16 pieds avoit été jettée à 44 ou 45 pieds du lieu où étoit restée la souche, & la partie de 22 pieds en avoit été jettée à 14 ou 15 pieds du côté opposé à l'autre. La 1<sup>re</sup>. n'auroit pas pu être portée par quatre hommes des plus forts, & la 2.<sup>de</sup> par huit. Voilà ce qu'il y eut de plus particulier dans ce phénomène. Les deux autres pièces principales de l'arbre, qui en étoient le haut, avoient été éclatées de même & fendues, mais jettées moins loin de la souche.

Il s'en falloit beaucoup que ces quatre parties principales jettées par terre ne fissent tout l'arbre, il y en avoit une infinité d'éclats & de petits morceaux, tant du bois que de l'écorce, semés de toutes parts à la ronde, jusqu'à 300 pieds, tant dans la futaie que dans la campagne.

Les deux grosses pièces de la tige, qui avoient été jettées si loin, étoient dépouillées de leur écorce. En les retournant,

on trouvoit que le côté par où elles avoient touché la terre étoit tout noir, aussi-bien que la terre qui les avoit touchées. Il en étoit de même des petits morceaux de bois ou d'écorce répandus çà & là.

On voulut juger par quel endroit l'arbre avoit été attaqué du tonnerre. Certainement ce n'avoit pas été par le haut, car ni dans les feuilles de la tête de l'arbre, ni dans les parties d'enhaut qui se trouvoient fendues, on ne découvroit aucun vestige de feu. Tout y conservoit sa couleur naturelle. Mais on remarqua dans le bas de l'arbre à 6 ou 7 pieds de la souche du côté de la futaie un petit creux d'un pied de diamètre, & de  $\frac{1}{2}$  pied de profondeur, avec un petit sillon qui montoit un peu, & la terre qui s'y trouvoit renfermée étoit noircie. Apparemment le feu du tonnerre étoit entré par ce creux, avoit monté par le sillon, & ensuite contraint par la résistance de la solidité de la tige, l'avoit éclatée, & en avoit fait sauter deux grosses pieces à de grandes distances, à peu-près dans une raison renversée de leurs masses. Il est sûr qu'elles furent jetées presque en un instant, & quelle doit être la force d'un petit globe de feu qui imprime une pareille vitesse à de semblables corps?

Apparemment ils étoient embrasés quand ils furent lancés; mais une pluie violente & longue qui accompagna ce tonnerre les éteignit. Leur surface qui toucha la terre fut la dernière éteinte, & demeura noircie. Par cette même raison de la grande pluie, il n'étoit resté aucune odeur de soufre aux différentes parties de l'arbre.

## II.

On crut en 1723 que la Seine étoit plus basse à Paris qu'elle n'avoit été en 1719, & en effet 1723 où il ne tomba que 7 pouces 8 lignes d'eau de pluie fut une année plus sèche que 1719, où il en tomba 9 pouces 4 lignes. M. Delisle le cadet voulut s'assurer de ce qui en étoit, & il consulta les

\* p. 10. marques dont nous avons parlé en 1720. \* Il trouva qu'à la fin d'Octobre & au commencement de Novembre, tems où la rivière fut au plus bas, elle étoit encore environ 3 pouces plus

plus haute qu'elle n'étoit en été 1719. La conséquence eût pourtant paru bien légitime d'une plus grande sécheresse de l'année à une moindre hauteur d'une rivière.

## III.

M. de Hauterive, ci-devant Procureur-Général du Conseil supérieur de la Martinique, correspondant de l'Académie, a envoyé ses réponses à différentes questions sur l'Histoire Naturelle de cette Isle, que M. de Mairan lui avoit faites, & dont il l'avoit prié de s'éclaircir exactement. Nous en détacherons ici les principaux articles.

A la Martinique dont le milieu est par les 14 degrés de latitude septentrionale, il y a flux & reflux deux fois en 24 heures, comme dans les Zones tempérées: mais cet espace de 24 heures n'y est pas partagé à peu-près également par le flux & le reflux, comme dans ces Zones. Aux deux équinoxes, c'est-à-dire, 15 jours auparavant & 15 jours après, la mer baisse depuis minuit jusqu'à 9 heures du matin, elle hausse depuis 9 heures jusqu'à midi, baisse depuis midi jusqu'à 9 heures du soir, & enfin hausse depuis 9 heures du soir jusqu'à minuit, desorte qu'elle baisse pendant 18 heures sur les 24, & ne hausse que pendant 6. Cette même inégalité de partage subsiste dans les autres tems de l'année, mais autrement distribuée dans l'espace des 24 heures, elle y tourne selon l'âge de la Lune; le détail qui appartiendroit à ce point-là n'est pas encore établi par les observations.

Les Marées des équinoxes peuvent aller jusqu'à 16 pouces. Hors de-là elles sont entre 8 & 12.

## I.V.

Tout le monde sçait que les enfans d'un Blanc & d'une Noire, ou d'un Noir & d'une Blanche, ce qui est égal, sont d'une couleur jaune, & qu'ils ont des cheveux de Noirs, courts & frisés. On les appelle *Mulâtres*. Les enfans d'un Mulâtre & d'une Noire, ou d'un Noir & d'une Mulâtresse, qu'on nomme *Griffes*, sont d'un jaune plus noir, & ont les cheveux de Noirs, desorte qu'il semble qu'une nation originellement formée de Noirs & de Mulâtres retourneroit au



noir parfait. Les enfans des Mulâtres & des Mulâtresses, qu'on nomme *Casques*, sont d'un jaune plus clair que les Grif-fes, & apparemment une nation qui en seroit originairement formée retourneroit au blanc.

Les enfans qui viennent des Blancs ou Européens, & de Sauvageſſes ou Américaines, & ceux qui viennent de Sauvages & de Blanches, s'appellent *Mameloues*, & ont les cheveux longs comme les peres & meres. Mais M. de Hauterive observe que même après plusieurs générations ceux qui sont venus de ce mélange, & qui passent sans difficulté pour Blancs, retiennent toujours quelque chose de l'origine sauvage, & qu'en y faisant attention, on les reconnoît soit au fond de la couleur, soit aux cheveux, ou aux yeux, ou à tout l'air de la physionomie.

## V.

Les Sauvages apportent quelquefois de la terre ferme, ou de la riviere d'Orenoque une pierre verte, qui est un remede étonnant pour le mal caduc. Il n'en faut que la grosseur de la tête d'une épingle. Il y a deux manieres de s'en servir. On la porte dans une bague percée en dessous, de sorte que la pierre touche la chair, & cela suffit; ou-bien on la fait entrer par une légère incision entre cuir & chair dans quelque partie du corps que ce soit; elle y demeure, & exerce toujours sa vertu. M. de Hauterive a vû l'expérience de la pierre appliquée de cette seconde maniere à une personne sujette au mal caduc, & qui depuis 15 ans n'en a eû aucune attaque. Il en a un très-petit morceau enchassé dans une bague, qu'il garde pour en secourir quelqu'un dans l'occasion.

## VI.

Il avoit ouï dire aux Espagnols que le Caracoli, métal composé d'or, & d'un certain cuivre de la terre ferme d'Amérique, est un spécifique contre les maux de tête, & les migraines, & il ne le croyoit pas trop. Cependant depuis qu'il porte une bague de Caracoli, il n'a plus ressenti ces maux auxquels il étoit fort sujet: mais il reconnoît lui-même qu'il ne faut pas se presser d'en faire tout l'honneur à cette bague, au préjudice du hasard.

## VII.

Il y a dans les isles une racine nommée par les Sauvages *Yabacani*, & par les François la racine *Apinel*, du nom d'un Capitaine de Cavalerie, qui y a servi, ou racine à *Serpent*. Elle a une si grande vertu contre les Serpens, qu'il suffit, pour les tuer, de leur en présenter un morceau dans la gueule au bout d'un bâton. Qu'on en mâche & qu'on s'en frotte les mains & les pieds, non-seulement on fait fuir le Serpent, mais on le prend sans péril, & on en fait ce qu'on veut. Jamais il n'approchera d'une chambre où il y en aura un morceau. Ce sont là des faits attestés par M. de Hauterive. Cette même racine, si utile à la conservation des hommes, seroit utile aussi à leur propagation, si la propagation avoit besoin de ces secours forcés, que l'on n'emploie guere dans les vûes sérieuses de la nature.

## VIII.

M. de Hauterive assure qu'il croît naturellement de la Vanille à la Martinique, & qu'elle est très-bonne. Il confirme ce qui avoit été dit sur cette Plante en 1722. \* De plus, il en avoit trois pieds venus de bouture, qu'il avoit tirés de la Nouvelle Espagne, & qui réussissoient parfaitement.

\* p. 52. & suiv.

Nous n'avons donné dans tout ceci que ce qu'il y a de plus singulier, & en même tems de plus positivement attesté par M. de Hauterive. Rien n'est si commun que les voyages & les relations : mais il est rare que leurs Auteurs ou ne rapportent que ce qu'ils ont vû, ou ayent bien vû.

M. de Hauterive a envoyé en même tems à l'Académie des desseins de Plantes & d'Animaux de l'Amérique, & beaucoup de matieres des plus curieuses qu'il ait pû ramasser.

Nous renvoyons entierement aux Mémoires

Le Journal des Observations de 1723, par M. Maraldi.

V. les M.  
p. 1.

L'écrit de M. Geoffroy le cadet, sur les vessies qui viennent aux ormes, &c.

V. les M.  
p. 320.

## ANATOMIE.

## SUR UN FŒTUS MONSTRUEUX.

V. les M.  
p. 44.

Nous avons dit en plusieurs endroits que les monstres qui le sont par avoir quelques parties de trop, comme deux têtes, soit que ces parties soient externes ou internes, ont été formés par la confusion accidentelle de deux œufs, dont chacun ayant perdu quelques parties qui sont restées à l'autre, il est arrivé par hasard que d'autres parties ont subsisté dans tous les deux en même tems. Ce système, quoiqu'assez vrai-semblable, n'est pourtant pas celui de M. du Verney; il s'en est assez expliqué dans les Mémoires de 1706.\* Il croit qu'il peut y avoir des œufs naturellement monstrueux, c'est-à-dire, dont le développement ne donnera que ce que nous appellons des monstres, comme le développement de la plus grande partie des autres œufs produit les animaux ordinaires. En cela même, éclate selon lui, la fécondité & la variété de l'art infini du Créateur, & en même tems sa liberté, qui le dispense de s'affujettir toujours à un même plan de construction. Il est vrai que comme les monstres vivent du moins un certain tems assez considérable dans le sein de leurs meres, que l'on a vu même des monstres humains aller jusqu'à 30 ans, ils ont besoin d'une organisation & aussi régulière, & du moins aussi compliquée que les autres animaux, & qu'il ne paroît pas facile que les débris & les ruines de deux œufs confondus, & par conséquent presque détruits l'un par l'autre s'assemblent assez heureusement, & assez juste pour former cette nouvelle organisation absolument nécessaire. C'est à peu-près la même chose, ou même, si l'on veut, c'est beaucoup plus, que si de deux bonnes pendules brisées l'une contre l'autre par un choc violent, il s'en faisoit une troisième qui eût des mouvemens réglés.

\* p. 418. &  
& suiv.



Cependant M. Lémery tient pour la confusion des œufs, & il a été bien confirmé dans cette pensée par un fait qu'il a eû entre les mains. C'étoit un Fœtus venu à sept mois & demi, & mort en naissant, peut-être par la difficulté d'un accouchement pénible.

Il n'avoit rien de monstrueux à l'extérieur que deux têtes très-bien formées, séparées l'une de l'autre, posées chacune sur son col, & aussi grosses que s'il n'y en avoit eû qu'une. Intérieurement il avoit deux œsophages, deux estomacs, deux trachées, deux poulmons, les deux sexes, deux épines du dos, mais séparées par une troisieme espece d'épine, que M. Lémery appelle *fausse*, un cœur unique à un seul ventricule & une seule oreillette.

Ce qui marquoit le plus sensiblement l'union de deux œufs, c'étoient les épines. Que l'on conçoive deux squeletes couchés sur le dos l'un à côté de l'autre, dont on a emporté tout le côté droit de l'un, & tout le côté gauche de l'autre, de sorte que leurs épines viennent à se toucher, on aura une image du squelete total du monstre, & de la position de ses deux épines *vraies*, à cela près qu'elles étoient séparées par la *fausse*. Celle-ci embarrassâ quelque tems M. Lémery, à qui elle parut d'abord une production particuliere & nouvelle, & il est certain qu'une production de cette espece gâtoit tout. Mais en l'examinant mieux, il s'aperçut qu'elle n'en étoit point, elle n'étoit formée que par les bouts restés des côtes détruites dans chaque squelete; ces bouts collés ensemble, quand ils n'étoient encore qu'un mucilage, & renflés par leur union, & arrondis comme l'est l'épine du dos, avoient fait cette *fausse* épine. Ce n'est point là une simple possibilité imaginée pour sauver un systême, tout prouvoit que c'étoit le fait tel qu'il avoit dû arriver, la division sensible de la *fausse* épine en 12 portions, nombre égal à celui des vertebres du dos, les insertions de la *fausse* épine dans les *vraies*; toujours placées aux endroits où étoient les côtes qu'on suppose détruites, ces insertions de la *fausse* épine dans les *vraies* toutes semblables à celles des côtes subsistantes dans les épines *vraies*.

Des yeux anatomistes retrouvoient sûrement les traces de ce qui s'étoit passé.

Rien ne s'opposoit dans tout le reste à l'idée de M. Lémery. Quoique les côtes d'un côté de chaque Fœtus eussent été emportées, il ne s'ensuivoit pas que les deux poudrons ni les deux estomacs dussent rien perdre, ils s'étoient ajustés ensemble dans la même capacité, qu'ils avoient seulement augmentée par leur volume total, car elle étoit sensiblement plus grande que la capacité ordinaire de la poitrine d'un Fœtus. Les deux estomacs s'étoient renversés, par la contrainte de la situation, & ce qui auroit dû naturellement y être horizontal, étoit vertical.

Le cœur unique paroissoit assez sensiblement formé de deux cœurs unis, dont chacun avoit perdu la cloison qui sépare les oreillettes & les ventricules. Il avoit de chaque côté, c'est-à-dire, à droite & à gauche un tronc d'artere pulmonaire, & un tronc d'aorte, & ces deux paires de troncs appartenoient manifestement l'une au Fœtus droit, l'autre au Fœtus gauche, & alloient se distribuer à l'ordinaire dans leurs corps. Si l'un des deux cœurs entier eût péri, celui qui seroit resté ou n'auroit été à l'usage que du Fœtus à qui il appartenoit, auquel cas l'autre Fœtus auroit péri aussi, ou n'auroit servi au Fœtus subsistant à qui il n'appartenoit point, que d'une manière forcée dont on se seroit aperçu.

Les deux sexes, sans entrer dans aucun détail anatomique, sont encore une forte preuve de l'union de deux œufs, & en général un sexe seul en seroit encore une preuve. On peut concevoir qu'un monstre originairement formé tel par la nature est destiné à exister, à vivre : mais on ne conçoit point qu'il soit destiné à perpétuer son espece.

Ce qu'il y a d'heureux dans le fait rapporté & examiné par M. Lémery, c'est qu'il est assez simple, & que l'union dont il s'agit y est bien marquée. Ce n'est pas qu'il n'y ait encore des cas plus simples, tels ont été deux enfans, d'ailleurs parfaits, unis par le front, ou par le dos, & à la rigueur ils suffiroient pour démontrer que deux œufs ou deux Fœtus peuvent se

coller ensemble, d'où l'on concluroit tout le reste. Mais le cas de M. Lémery, plus composé sans l'être trop, nous met mieux sur la voie des étranges combinaisons, & des complications surprenantes qui peuvent arriver. On comprend même après cela que la régularité de notre monstre doit être rare.

---

## SUR LE DRAGONNEAU.

**L** se forme quelquefois sous la peau le long des bras & des jambes des tumeurs longues, rondes, rouges & douloureuses. Quand elles viennent à suppuration, & qu'on y fait une incision longitudinale, on en tire un corps blanchâtre, qui a la figure d'un ver. La plupart des anciens Grecs, Latins ou Arabes, ont crû, quoiqu'avec quelque variation dans leurs idées, & quelque incertitude, que c'étoit un animal vivant, & de-là est venu le nom de *Dragonneau*, qu'on a donné à cette maladie. Ces mêmes auteurs ont prescrit les précautions qu'il y avoit à prendre pour bien tirer cet animal de la veine où il est toujours; s'il se rompoit, la partie qui resteroit dans le corps du malade, y causeroit un ulcère malin, très-difficile à guérir, à moins que par une nouvelle incision on ne la fit sortir entièrement. Plusieurs voyageurs rapportent que les habitans des pays chauds, & principalement les Nègres, sont assez souvent attaqués de ce mal, & qu'on leur tire le petit serpent ou dragon en l'entortillant doucement & avec adresse autour d'un bâton de la grosseur convenable. Cette maladie est rare en ces pays-ci.

M. Petit le Chirurgien n'est point persuadé de l'animal vivant, du moins pour tout ce qui porte chez nous le nom de *Dragonneau*. Tout ce qu'on lui a fait voir, à quoi l'on avoit donné ce nom, & tout ce qu'il a vû lui-même, qui le méritoit à même titre, n'avoit nulle organisation qui se pût reconnaître, ce n'étoient que des polypes semblables à ceux qu'on trouve dans le cœur, dans les sinus de la dure-mère, & quelquefois dans tous les vaisseaux sanguins de certains sujets morts.



24 HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE  
de maladies de Poitrine, de scrophules, d'inflammations éré-  
sipélateuses, &c. Il a rapporté ses expériences, qui aboutis-  
soient toutes à la même conclusion.

Il a donné pour dernière preuve que quelquefois le Dra-  
gonneau ne suppure point, & se résout par des remèdes quand  
on les applique d'assez bonne heure. Que devient alors l'ani-  
mal? Quand même on diroit que les remèdes l'ont tué, il  
seroit difficile de concevoir que ses parties dissoutes & pour-  
ries ne causassent du désordre dans le corps & dans les li-  
queurs, au lieu qu'un polype, qui n'est que du sang épaissi, ne  
redevient, après qu'il a été dissous, que ce qu'il étoit d'abord.  
Il y a bien de l'apparence que le Dragonneau ne fera tout au  
plus à l'avenir un animal redoutable que pour d'autres climats  
que le nôtre.

---

## SUR LES ORGANES DE LA RESPIRATION.

V. les M.  
P. 159.

ON pourroit dire qu'il y a deux Anatomies, l'une maté-  
rielle, qui découvre la structure & les mouvemens des  
parties, l'autre spirituelle, qui découvre les usages de cette  
structure, & le dessein de ces mouvemens. Toutes deux ont  
un objet qui peut souvent leur échapper; les structures sont très-  
délicates, peu visibles, fort composées; les desseins sont dou-  
teux, compliqués plusieurs ensemble, exécutés d'une manière  
presque imperceptible. Plus on approfondit l'Anatomie ma-  
térielle, plus on trouve que la spirituelle mérite ce nom, &  
de nouveaux détails de l'une nous éclairent toujours d'avanta-  
ge sur l'autre. C'est ce que prouve toute la recherche de M.  
Senac, sur les organes de la respiration, dont il a examiné di-  
verses particularités envisagées avec moins de soin par la plu-  
part des autres Anatomistes.

Tout le monde sçait que des deux parties de la respiration,  
dont la première est l'*inspiration*, & la seconde l'*expiration*, la  
première se fait par l'augmentation de la capacité de la poitrine,  
où

où l'air entre alors, & la seconde par la diminution de cette même capacité, d'où l'air est chassé en cet instant. Les côtes s'élèvent pour augmenter la capacité de la poitrine, & s'abaissent pour la diminuer. En même tems qu'elles s'élèvent, le diaphragme, espece de cloison posée presque horisontalement & qui sépare en deux la cavité où sont renfermés le poumon, l'estomac & les intestins, s'abaisse, augmente la cavité où est le poumon, & diminue celle où sont les intestins; quand les côtes s'abaissent, le diaphragme se relève & diminue la cavité qui venoit d'être augmentée. Voilà le gros de cette mécanique, & ce que la premiere attention y reconnoît.

Pour faire que l'espece de caisse qui devoit contenir des viscères mous & délicats comme les poumons, & les préserver des accidens du dehors, fût ferme & solide, la nature a courbé les côtes en forme d'arcs, & les a attachées d'un côté à l'épine du dos, & de l'autre au sternum. Les côtes du côté droit s'arc-boutent par chacune de leurs extrémités contre celles du côté gauche, ainsi toute la caisse se soutient par sa propre structure. Mais il falloit en même tems qu'elle fût mobile jusqu'à un certain point, c'est-à-dire, que les côtes pussent s'élever & s'abaisser. Pour cela, le sommet de leur arc est pendant en embas, l'extrémité de cet arc qui tient à l'épine y étant posée obliquement de haut en bas, & l'autre extrémité se termine à un cartilage qui se meut avec elle sur le sternum, de sorte que toute la côte peut avoir un petit mouvement qui élèvera le sommet de son arc. Reste à l'élever.

Entre deux côtes voisines, il y a toujours un muscle, qu'on nomme *Intercostal*, formé de deux plans de fibres assez distincts, l'un interne, l'autre externe. Les fibres du plan interne vont obliquement du sternum vers l'épine, & celles du plan externe vont obliquement aussi de l'épine vers le sternum. Les côtes étant posées obliquement à l'épine, & de maniere que l'angle aigu qu'elles font avec elle est en embas, si l'on conçoit que le muscle intercostal se contracte & se raccourcisse, il élève nécessairement les côtes, parce qu'il rend les sommets de leurs arcs moins pendants en embas, & les arcs plus

approchans d'une position horisontale, & en même tems il suit de cette position que deux côtes, qui sont encore parallèles ainsi qu'elles l'étoient, laissent entr'elles un plus grand intervalle, puisqu'étant moins inclinées à l'épine, la perpendiculaire qui mesure leur distance est plus grande. Il arrive là une chose que l'on n'eût pas devinée, qu'un muscle en se raccourcissant éloigne deux parties auxquelles il est attaché. Toute la capacité de la poitrine s'augmente donc, & parce que toute la caisse des côtes s'élève, & parce que les distances des côtes entre elles deviennent plus grandes. Les côtes n'ayant pu s'élever sans faire un effort sur le cartilage qui les lie au sternum, & sans le tirer, le ressort de ce cartilage, qui joue ensuite, les ramene à leur premier état, & les rabaisse. Ainsi se font alternativement l'inspiration & l'expiration.

Un célèbre Physicien a cru, & a prétendu prouver que les fibres du plan externe du muscle intercostal faisoient l'inspiration en élevant les côtes, & celles du plan interne l'expiration en les abaissant. Leur différente position peut avoir donné naissance à cette pensée: mais cette position qui n'est différente qu'en ce que les unes vont du sternum vers l'épine, & les autres de l'épine vers le sternum, n'empêche nullement, comme le dit M. Senac, qu'elles ne doivent également par leur contraction relever les côtes. Il paroîtroit plus vrai-semblable que le dessein de leurs obliquités contraires fût que de leurs actions unies il en résultât une composée, dont la direction seroit perpendiculaire aux côtes, & auroit par conséquent plus de force. Les deux obliquités contraires auroient été ménagées pour rendre les fibres plus longues, & y envoyer plus d'esprits, qui causassent une plus forte traction.

Après cette idée générale établie, M. Senac examine toutes les particularités de la différente grandeur des côtes, de leur figure, de leur position, de leurs attaches. Par exemple, la première côte de chaque côté n'a pas la liberté de se mouvoir sur le sternum comme les suivantes, & elle est posée presque horisontalement. Des muscles qui viennent du col peuvent l'élever un peu, & ils ne la tirent qu'en dedans, ou



vers la tête. Par ce mouvement elle souleve nécessairement toute la caisse des côtes, qui ne fait que lui obéir & la suivre, & c'est une ressource qui nous est donnée dans les occasions où les parties de cette caisse, c'est-à-dire, les autres côtes, ne peuvent agir par elles-mêmes à l'ordinaire, comme quand on a le ventre pressé par quelque poids. On connoît déjà dans la mécanique du corps humain un assez grand nombre de ces usages subsidiaires : mais apparemment il en reste encore beaucoup d'inconnus, & qui seront d'autant plus difficiles à découvrir qu'ils seront destinés pour des occasions plus rares, ou qu'ils auront un rapport plus éloigné aux usages principaux.

Les plus longues côtes ont dans leur partie antérieure une espece de nœud, elles se tordent en dehors. M. Senac croit que ce nœud est fait pour empêcher les côtes inférieures de sortir de leur place, & de passer sur les supérieures dans le moment où les unes & les autres s'élèvent & s'approchent.

Il y a des muscles qu'on appelle *Levateurs ou Releveurs propres* de la poitrine. Ils partent des apophyses transverses de l'épine du dos, & vont s'attacher vers l'angle de cette épine avec les côtes. On prétend qu'ils les élèvent aussi-bien que les intercostaux. M. Senac prouve qu'ils les abaisseroient plutôt, mais qu'ils n'ont ni l'une ni l'autre de ces actions. Quand les deux muscles correspondants à droite & à gauche de l'épine agissent en même tems, ils la tiennent droite & l'affermissent par leurs tractions contraires ; quand il n'y a que l'un des deux qui agisse, il la fléchit en la tirant de son côté. Pour être sûr des fonctions des muscles, on auroit besoin le plus souvent de les voir jouer & de les voir détachés de tous les autres ; on s'est mépris sur les releveurs, pour avoir crû qu'ils avoient un rapport trop immédiat à la respiration.

Le diaphragme a fourni encore à M. Senac quelques remarques nouvelles. Il est en partie musculeux, en partie membraneux ou tendineux. Dans l'inspiration il s'abaisse, s'aplanit, & pousse en embas, & en dehors, les viscères de l'abdomen ; dans l'expiration il remonte & se voûte, ayant sa concavité tournée en embas. On croit communément qu'il descend &

s'aplanit dans toute son étendue , & qu'il remonte poussé par les viscères , qui exercent leur réaction contre lui. M. Senac combat ces deux idées. Selon lui la partie moyenne du diaphragme , qui va du sternum jusqu'à l'épine ne descend point, elle est attachée au médiastin , cloison membraneuse qui partage le poumon en deux , & qui certainement ne hausse ni ne baisse. De plus , comme ce cœur est posé selon sa longueur sur la partie membraneuse du diaphragme , il n'auroit pas ses mouvemens libres & égaux , si cette partie étoit dans une espece d'agitation. Il n'y a donc que les deux autres parties du diaphragme placées à droite & à gauche de celle-ci , qui descendent dans l'inspiration , & s'aplanissent ou perdent de leur concavité. Et quand elles remontent & prennent une concavité plus grande , ce ne sont point les viscères qui les repoussent par leur ressort , car elles ne sont pas moins concaves dans un cadavre suspendu par la tête , & dont on a ôté les viscères de l'abdomen. M. Senac attribue cet effet à l'air , qui dans l'expiration cherchant une issue pour sortir , & n'en trouvant point entre la concavité inférieure du poumon , & la surface supérieure du diaphragme , ce qui seroit sa route , presse le diaphragme contre cette concavité , & le force à la suivre en enhaut quand elle se retire. Il apporte pour confirmation , que dans un cadavre , où tout est resté dans l'état de l'expiration , & où par conséquent le diaphragme est vouté , si on fait entrer de l'air entre les poumons & lui , il tombe aussi-tôt.

M. Senac prend cette occasion d'expliquer quelques faits fort communs du corps humain , qui dépendent de l'air , & qu'on ne s'avise pas d'y rapporter. D'où vient le cliquetis des jointures des doigts , quand on les tire d'une certaine maniere ? C'est que l'on fait alors une explosion brusque & subite d'une assez grande quantité d'air , en séparant avec vitesse deux surfaces osseuses assez larges qui se touchoient immédiatement. La même chose pourra arriver dans des maladies qui auront donné de plus grandes surfaces à des os emboîtés l'un dans l'autre , ou les auront mieux collés par quelque humeur accidentelle. Pourquoi le chyle entre-t-il dans les veines lactées ,

qui rampent entre les tuniques des intestins ? car n'auroit-il pas plus de facilité à continuer son cours entre ces tuniques, lors même que les intestins se resserreroient, qu'à s'insinuer dans des canaux très-étroits ? l'air produit cet effet. Quand le diaphragme s'aplanit & presse les intestins, le chyle des veines lactées est chassé dans le réservoir ; lorsqu'ensuite le diaphragme remonte, & que les intestins se relevent, il se fait un vuide à l'ouverture des veines lactées, & l'air y fait entrer le chyle, comme il fait entrer l'eau dans une seringue dont on a tiré le piston.

Un autre phénomène qui appartient à l'air & en même tems aux organes de la respiration, c'est celui de ces gens qui étonnent quelquefois les yeux du public, en soutenant sur leur poitrine une enclume de 600 livres, & les coups d'un marteau qui rompt sur cette enclume une barre de fer. Il n'y a point là d'illusion ni de prestige de charlatan. Tout l'artifice consiste en ce que l'homme qui est dans cette pénible fonction ne parle point, & tient sa glotte bien fermée. On sçait qu'une vessie gonflée d'air soutiendra & élèvera un très-grand poids, pourvu qu'une très-petite force comprime un peu cet air en soufflant par un tuyau étroit. La poitrine est la vessie, & la glotte est le tuyau. Quant à la barre de fer cassée, un très-vigoureux coup de marteau ne donnera à l'enclume qu'une très-petite vitesse, à cause de la grande disproportion des masses du marteau & de l'enclume. M. Senac calcule que l'enclume pourra ne descendre que d'une ligne, or la poitrine peut aisément s'abaisser de cette quantité, sans compter que ceux sur qui s'opere cette merveille sont ordinairement couchés sur une planche appuyée seulement par les deux bouts, qui cede aux coups de marteau, & en partage l'effort avec la poitrine. Tout ce qu'il y a de plus étonnant, c'est la force de la structure des côtes, la simple vûe ne nous l'apprendroit pas : mais aussi que nous apprend-elle, hormis ce qui regarde les besoins les plus pressants & les plus grossiers de la vie ?



## SUR L'ACTION DES MUSCLES.

V. les M.  
p. 38.

QUAND les Philosophes disent assez unanimement que les mouvemens volontaires se font par la contraction des muscles, qui étant gonflés plus que dans leur état ordinaire d'esprits envoyés par la volonté se raccourcissent & tirent les parties mobiles auxquelles ils sont attachés, il ne faut pas croire que ce soit une opinion bien déterminée & bien éclaircie de tout point, à laquelle ils s'arrêtent absolument : c'est plutôt un langage établi entre eux, pour donner quelque idée du fait, & pour être en état d'en raisonner. Ils savent combien il reste à désirer dans ce système, & sur combien de difficultés ils ne se satisfont pas. M. Winslow en a indiqué plusieurs en 1720, \* & en voici les principales que M. l'Abbé de Molieres a entrepris ou de lever, ou d'adoucir.

• V. Hist.  
pag. 18. &  
suiv. & les  
Mem. pag.  
85. & suiv.

\* pag. 29.

Un mouvement volontaire s'exécute pleinement dans l'instant qu'il est ordonné par l'ame, & il cesse absolument dans l'instant que l'ordre est révoqué. Il n'est pas facile de concevoir ni que la quantité d'esprits nécessaire se porte toute entière en un instant dans le muscle, ni qu'en un instant elle se dissipe. On a comparé la force qu'a un muscle gonflé simplement d'esprits, pour soutenir de grands poids à celle de la vessie dont nous avons parlé ci-dessus, \* où il ne faut aussi pour lui faire soutenir de grands poids que souffler doucement de l'air par un tuyau étroit. Mais cette comparaison si juste à l'égard de la force manque absolument sur la promptitude de l'effet, car il faut du tems à la vessie, & il n'en faut point au muscle.

Le muscle devrait toujours augmenter son volume par les nouveaux esprits, & souvent il ne l'augmente point, ce qu'il gagne d'un sens il le perd de l'autre.

Deplus dans l'état qu'on appelle sa contraction, il est de fait qu'on le sent souvent aussi mollassé que dans son relâchement ordinaire.

Quand un muscle a causé dans une partie le plus grand mouvement possible, quand, par exemple, le *Biceps* a élevé l'avant-bras depuis le genou jusqu'au-dessus de l'épaule, il semble que ce muscle, qui est certainement dans sa plus grande contraction, & dans son plus grand raccourcissement, doive être aussi le plus gonflé d'esprits qu'il se puisse. Il ne l'est pas cependant, car si en même tems que l'on fait ce grand mouvement de l'avant-bras, on soutient un poids considérable, le biceps se durcira beaucoup, ce qu'il ne faisoit pas auparavant, & par conséquent il se gonflera d'esprits beaucoup davantage. Le plus grand effort d'un muscle n'est donc pas toujours dans son plus grand accourcissement, mais dans son plus grand endurcissement, & cette différence de l'accourcissement & de l'endurcissement n'est pas une légère difficulté.

Pour entrer dans l'explication de ces phénomènes, M. l'abbé de Molières suppose la structure des muscles telle qu'elle est reconnue par tous les Anatomistes. Il y ajoute quelques particularités que l'observation découvre, ou qu'elle donne tout lieu de présumer. Les fibres charnues qui s'étendent selon la longueur du muscle, & dont le raccourcissement fait son action, se divisent en un grand nombre de petites fibres de même nature *longitudinales* aussi, & qui sont liées les unes aux autres par des filets nerveux *transversaux* disposés le long des fibres de distance en distance. Deplus, les petites fibres charnues ne sont pas droites, mais pliées en zig-zag, dont les angles se trouvent aux endroits où sont les filets transversaux. Les petites artères, qui se répandent dans le muscle, n'ont pas naturellement cette figure de zig-zag, parce que le sang qui y coule les tient droites : mais elles ne laissent pas d'être liées aussi de distance en distance par les filets nerveux. Enfin, il faut supposer que le nerf & l'artère qui entrent dans un muscle sont indispensablement & également nécessaires à ses fonctions : & en effet, que l'on fasse une forte ligature à l'un ou à l'autre avant son entrée dans le muscle, il n'y a plus de mouvement, & la partie tombe en paralysie.

On voit déjà que toute cette structure du muscle le dispose

à l'accourcissement. Les filets nerveux transversaux n'ont qu'à se tendre un peu davantage, ils diminueront nécessairement la longueur du zig-zag des fibres longitudinales, & rapprocheront les sommets des angles. Ces fibres plus pliées qu'elles n'étoient, obligeront les petites arteres auxquelles elles tiennent à se plier aussi, & voilà tout le muscle diminué de longueur, sans qu'il y soit entré de matiere étrangere, car il faut mettre à part pour un moment ce qui a causé une plus grande tension aux filets nerveux transversaux. Le muscle n'a point augmenté son volume, il a pris en largeur ce qu'il a perdu en longueur, il est aussi mollaſſe qu'auparavant, son raccourcissement a pû en un instant être exécuté, parce qu'il n'a point fallu de tems pour l'introduction d'une assez grande quantité de matiere nouvelle; & quand l'ame voudra qu'il reprenne sa premiere longueur, il la reprendra en un instant, parce qu'il n'a point de matiere étrangere à chasser ou à dissiper.

Mais comment se fait l'augmentation de tension des filets transversaux, premier principe de toute cette mécanique? Il faut que ces filets soient eux-mêmes gonflés par des esprits animaux & raccourcis de la maniere dont on conçoit ordinairement que le muscle l'est en son entier: mais cette même idée transportée du muscle entier aux filets explique mieux & l'action soudaine du muscle, & la mollesse où il demeure quelquefois, quoique raccourci; car les filets demandent beaucoup moins d'esprits animaux, & ne font tous ensemble qu'un petit volume, par rapport à celui du muscle. Deplus, quand on en vient au calcul, comme a fait M. l'Abbé de Molieres, on trouve qu'un raccourcissement presque infiniment petit dans les filets suffit. On ne peut trop aller à l'épargne en cette matiere.

Il reste à expliquer l'endurcissement du muscle dans les grands efforts, c'est aux arteres que M. l'Abbé de Molieres le rapporte. Au lieu qu'elles étoient des cylindres continus, elles se partagent en un aussi grand nombre de vesicules, qu'il y a de filets transversaux qui les tirent & les serrent aux endroits des ligatures. Plus les ligatures serrent, plus les vesicules s'éloignent



s'éloignent de la figure cylindrique, & approchent de la sphérique, & enfin quand la tension des ligatures est à son dernier point, la figure des vésicules est aussi ronde qu'il se puisse. Jusques-là le sang y a coulé, quoique toujours avec moins de liberté : mais alors il s'arrête dans toutes les petites prisons qui se sont formées, & de-là vient le gonflement extraordinaire & l'endurcissement du muscle que la Géométrie même démontre. Car si un vase cylindrique a pour hauteur & pour diamètre le diamètre d'un autre vase sphérique, la capacité du cylindrique est 3, & celle du sphérique 2 ; par conséquent la même portion d'artere qui étoit cylindrique, étant devenue sphérique, & devant contenir encore les mêmes 3 parties de sang qu'elle contenoit, tandis que par sa nouvelle capacité elle n'en devroit contenir que 2, il est visible que cela ne se peut sans que ce fluide trop pressé ne fasse effort pour tendre la membrane, & ne la tende en effet. Un phénomène connu dans les grands efforts convient à cette explication ; le muscle fort endurci blanchit, c'est que le sang qui devroit passer des arteres dans les veines étant arrêté dans les arteres, les veines se sont vidées de celui qu'elles avoient, & comme elles n'en reçoivent pas de nouveau, le muscle en son total en a moins.

Pour arrêter entierement le sang dans les arteres transformées en vésicules, il n'est pas nécessaire que ces arteres soient ferrées dans leurs ligatures avec la dernière force, leur membrane intérieure se plisse, se chiffonne, pour ainsi dire, & par là ferme entierement les orifices des vésicules qui se forment, & cela avant que l'étranglement causé par les ligatures soit parvenu à son plus haut point. On a déjà vû que ces sortes d'épargnes sont utiles à un système qui doit être avare des tems & des forces.

Ce n'est presque pas la peine de dire que quand une artere est transformée en vésicules, elle s'accourcit : il seroit impossible autrement que sa figure cylindrique se changeât en plusieurs figures sphériques ou elliptiques. Ainsi le plus grand effort, ou l'endurcissement du muscle, est toujours accompagné de son accourcissement : mais cela n'est pas réciproque, nous

34 HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE  
avons déjà vû que l'artere se plie & se raccourcit par la seule  
liaison qu'elle a avec les fibres charnues longitudinales, & sans  
être aucunement changée en vésicules.

Nous ne suivrons point avec M. l'Abbé de Molieres les  
mouvemens volontaires jusques dans le cerveau, il en revient  
au systême de M. Descartes, à la glande pinéale près, dont  
on a lieu de regretter que l'usage n'ait été qu'une pensée très-  
ingénieuse. C'est bien assez d'avoir rendu plus simple & plus  
intelligible l'action des muscles : d'eux au cerveau il y a bien  
loin pour un systême qu'on voudroit rendre clair & exact ; &  
du cerveau à l'ame, quel cahos infini !

---

## DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

### I.

\* p. 49.  
& 50.

**I**L faut se rappeler ici ce que nous avons dit en 1708\* sur  
l'aiguillon des limaçons. Un préliminaire réglé de l'accou-  
plement de ces animaux hermaphrodites est qu'ils se lancent  
l'un à l'autre un aiguillon qui demeure sur le limaçon piqué,  
ou qui tombe à terre. M. du Verney croyoit que cet aiguillon  
ne servoit qu'à les avertir de part & d'autre qu'ils étoient prêts  
à s'accoupler, & qu'ils pouvoient entrer dans cette opération  
très-longue pour eux, & qui demande une égale disposition  
de part & d'autre. Mais M. de Mairan ayant trouvé dans un  
bois auprès de quelques couples de limaçons quelques-uns de  
ces aiguillons à terre, en a pris une idée un peu différente par  
l'examen qu'il en a fait. Ce sont des tuyaux creux, d'une ma-  
tiere transparente, friable & cassante comme du verre, rem-  
plis d'une liqueur claire & limpide, semblable à de l'esprit de  
vin. Il les a toujours trouvés cassés par la pointe, qui apparem-  
ment étoit demeurée attachée au limaçon piqué. Tout cela a  
été vû, non-seulement à l'œil, mais encore au microscope.  
Il conjecture que la liqueur de l'aiguillon sert à mettre en mou-

vement & à vivifier par une fermentation les liqueurs gluantes & paresseuses du limaçon piqué. De plus on a vû en 1708 combien il faut pour l'accouplement de ces animaux que leurs parties internes fassent de mouvemens, & par conséquent quelle souplesse leur est nécessaire ; une nouvelle fermentation y peut aider. On sçait assez par mille exemples qu'une très-petite portion de liqueur suffira pour la produire.

## II.

Deux vaisseaux qui avoient été deux ans à la mer du sud, étant revenus à Brest, on trouva, quand on voulut les brayer à l'ordinaire, leur fond si chargé de coquillages, qu'on ne pouvoit presque discerner le bois ; & ces coquillages étoient si adhérens qu'il fallut scier tout le doublage pour les détacher. M. Deslandes en envoya à M. de Reaumur de deux genres ; les uns sont des *Balanus*, qui sont aussi une des especes de *Concha Anatifera* ; les autres sont des Pinnes-marines. Par là M. de Reaumur commença à s'instruire sur un sujet dont on n'a encore aucune connoissance, c'est la durée du tems dans lequel se fait l'accroissement des coquillages de mer. Puisque ceux-ci tenoient si fortement au vaisseau, il falloit qu'ils s'y fussent attachés fort jeunes, ou même dès leur naissance. D'ailleurs pour les *Balanus* en particulier, on sçait que leur coquille est si adhérente à des pierres ou à d'autres corps solides, qu'il n'y a nulle apparence qu'elle s'en détache jamais, il faut ou que l'animal puisse en sortir ou qu'il meure où il est né. Ces *Balanus* & ces Pinnes-marines étoient donc parvenus en deux ans au plus à la grandeur qu'ils avoient alors. Les *Balanus* avoient plus de  $3\frac{1}{2}$  pouces de longueur, & 17 à 18 lignes de diamètre, & ces dimensions sont considérables pour des coquillages de cette espece. Les Pinnes-marines étoient plus grandes que les moules ordinaires.

## III.

On sçait assez que les vaisseaux sanguins de la matrice se dilatent de plus en plus pendant la grossesse pour fournir plus abondamment du sang au fœtus qui croît, & que quand il est sorti, il faut que les orifices extrêmement ouverts de tous ces



vaisseaux se renferment par la seule action de leur ressort ; que si par quelque indisposition particuliere ce ressort ne fait pas bien sa fonction , il survient après l'accouchement des pertes de sang ; & que cet accident qui n'est pas rare est souvent très-funeste , soit par lui-même , soit par ses suites. M. Duffé , Maître Chirurgien Accoucheur à Paris, a fait voir à l'Académie un moyen qu'il a trouvé d'y remédier. Il ne s'agit que de donner du secours au ressort trop foible des parties de la matrice ; il porte ses deux mains sur la région hypogastrique, & comprime mollement le corps de la matrice par un mouvement tantôt circulaire , tantôt de droite à gauche , & de gauche à droite , tantôt de haut en bas , & de bas en haut. Ces mouvemens en tous sens sont nécessaires , parce que la matrice est un tissu de vaisseaux & de fibres qui se croisent aussi en tous sens. Cette même opération fera sortir des caillots de sang , qui pourroient être restés : mais s'il étoit resté des corps d'un volume plus considérable , & capables de remplir assez la matrice pour la faire résister aux impressions de la main , il faudroit les tirer auparavant. Cette pratique a le défaut d'être bien simple & bien peu mystérieuse.

## IV.

Il est bon d'être averti que dans le tems de l'accouchement la matrice , qui est alors extrêmement tendue , peut se déchirer , soit à son fond , soit à ses côtés , soit sur-tout à son col , qui n'est pas capable d'une si grande dilatation , & qui devient très-mince dans le tems du travail. M. Gregoire , Maître Chirurgien Accoucheur à Paris , a dit à l'Académie qu'en 30 ans il a vu ce funeste accident arriver 16 fois. Une fois entr'autres , il a trouvé dans une femme qu'il ouvroit les deux pieds d'un enfant qui traversoient le fond de la matrice immédiatement à côté du placenta , & s'appuyoient sur le diaphragme de la mere.

## V.

Il a rapporté aussi qu'en ouvrant une femme morte en travail , il avoit trouvé la tête & tout le côté gauche d'un enfant hors le col de la matrice , & le côté droit en dedans , desorte-

que cet enfant étoit comme à cheval sur le corps de la matrice, jambe de-ça, jambe de-là.

## IV.

Il y a un canal nommé la *Trompe d'Eustache*, qui communique avec le fond de l'oreille. On le croit destiné à renouveler l'air du tambour : mais M. Senac dit dans son *Mémoire sur la respiration* \* que puisque l'air du vestibule ne se renouvelle jamais, il n'y a pas d'apparence que celui du tambour ait plus de besoin d'être renouvelé ; il juge que la caisse du tambour étant telle que par l'action des muscles de l'oreille sa cavité peut être augmentée & diminuée, la trompe d'Eustache sert dans le premier cas à y porter de l'air, sans quoi il s'y feroit un vuide, & dans le second à en recevoir de l'air, sans quoi l'air y feroit trop comprimé. Quoi qu'il en soit les Anatomistes ne croyoient point que cette trompe pût être feringuée par la bouche ; cependant M. Guyot, Maître de la Poste à Versailles, a trouvé pour cet usage un instrument que l'Académie a jugé très-ingénieux. La piece principale en est un tuyau recourbé, que l'on insinue au fond de la bouche, derrière & au-dessus du Palais, à dessein de l'appliquer au pavillon de la trompe qu'on veut injecter. On en lave au moins l'embouchure, ce qui peut être utile en certains cas.

\* p. 172.

---

CETTE année l'Académie reçut un Ouvrage de M. Rouhaut, intitulé *Traité des Plaies de Tête*, dédié au Roi de Sardaigne, & imprimé à Turin. M. Rouhaut ayant été appelé de Paris & de l'Académie des Sciences, par ce Prince, pour servir auprès de S. M. en qualité de son Chirurgien, & de Chirurgien Général de ses Armées, & pour professer la Chirurgie dans l'Université de Turin, nouvellement rétablie, ou plutôt fondée, il a donné au Public en même tems qu'à ses Disciples tout ce que ses études & son expérience lui avoient appris sur une aussi importante matiere que les plaies de tête. Mais plus ce détail de pratique est exact & instructif pour ceux qui en auront besoin, moins il nous est possible d'y entrer. Ces

38 HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE  
font des faits , des observations , des préceptes d'un prix égal ;  
& dont on ne peut rien détacher , sans faire une espece de tort  
à ce qu'on ne prendroit pas.

---

V. les M.  
p. 209.  
V. les M.  
p. 405.

**N**Ous renvoyons entierement aux Mémoires  
L'Ecrit de M. de Jussieu , sur une tête d'Hippopotame.

Et celui de M. Morand sur un réseau osseux observé dans  
les cornets du né de plusieurs quadrupedes.







## CHYMIE.

## SUR LE SEL DE LA CHAUX.

**I**L ne faut désespérer de rien en Chymie, si ce n'est de la Pierre Philosophale. Les Chymistes étoient assez communément persuadés qu'il n'y a point de sel dans la chaux, & feu M. Lémery, dans la dernière édition de son *Cours* avoue qu'il n'en a pu tirer. Car quoique sur l'eau de chaux, qui est une eau qu'on a filtrée & évaporée après y avoir fait bouillir de la chaux, il se forme une pellicule crySTALLINE qui surnage, une écume qui a de l'air d'une matière saline, & dont on tire par la précipitation une poudre grise, on n'a point dû compter cette poudre pour un vrai sel, puisqu'elle n'a point de saveur, & ne se dissout que très-difficilement par l'eau, deux qualités directement opposées aux deux les plus essentielles des sels. Cependant M. du Fay a trouvé moyen de tirer de la chaux un sel véritable : cette poudre en contenoit un, mais fort impur, & mêlé dans beaucoup de terre insipide. C'est le tour d'opération, dont M. du Fay s'est avisé, qui lui a donné ce qui s'étoit refusé aux autres, du moins sous une forme assez incontestable. Il n'y a pas jusqu'à l'eau de pluie, dont il s'est servi au lieu d'eau commune, qui ne lui ait procuré beaucoup d'avantage, tant les opérations de Chymie dépendent quelquefois de circonstances, qu'il seroit naturel de ne pas croire importantes, & auxquelles même il est encore plus naturel de ne point penser.

Le sel de M. du Fay, non-seulement a une saveur un peu brûlante, & se dissout dans l'eau, mais encore il se résout en liqueur par *défaillance*, comme le sel de Tartre. Il se résout même plus facilement en liqueur de cette manière, qu'il ne se dissout dans l'eau, & il semble que l'humidité de l'air d'une

V. les M.  
p. 88.

40 HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE  
cave soit son dissolvant le plus convenable.

Ce sel fermente vivement avec les acides, & sur-tout avec l'huile de Vitriol, lorsqu'il n'est pas encore purifié, mais lorsqu'il l'est à un certain point, il cesse de fermenter soit avec les acides, soit avec les alkali, & paroît n'être qu'un sel moyen ou concret, composé d'alkali & d'acide.

Il reste à le décomposer, s'il est possible. C'est ce que pourra nous donner un plus long travail, aidé peut-être de quelques hasards heureux.

---

## *SUR LE VERRE DES BOUTEILLES.*

V. les M.  
p. 380.

**D**EPUIS que la mode est venue, sur-tout à Paris, de tirer & de garder le vin en bouteilles de verre, il s'est établi pour la fabrique de ce grand nombre de bouteilles qu'on employe, de nouvelles verreries qui n'ont presque point d'autre objet. Elles sont dans des cantons où elles procurent un meilleur débit des bois, qui ne se transporteroient pas faute de rivières. Il s'est trouvé que les bouteilles de deux de ces nouvelles verreries gâtoient le vin, les unes en 24 heures, les autres en beaucoup plus de tems. Les principaux intéressés ont soupçonné de la mal-façon, & le peuple du sortilège. On a consulté M. Geoffroy le cadet, à qui on a donné nombre de ces bouteilles pour les examiner, mais on n'a pas pû lui donner les matieres dont on les avoit faites sur les lieux.

Il a éprouvé par lui-même que le vin s'y est effectivement gâté, & observant avec soin toutes les circonstances du fait, il a vu que le vin avoit déposé sur le cone rentrant du fond une espece de lie ou de limon épais, & sur les parois des crystaux tartareux; de plus la surface intérieure des bouteilles jusqu'à la hauteur de la liqueur, étoit creusée, rongée & comme vermoulue en différens endroits. Tout cela ne seroit pas arrivé dans de bonnes bouteilles, & prouvoit que le vin devoit avoir agi sur un mauvais verre. Nous n'insisterons ni sur cette lie, ni sur ces crystaux, qui ne marquent que l'action du vin, la

la question est de ſçavoir pourquoi ce verre en étoit ſuſceptible , car c'eſt là ce qui le rendoit mauvais , du moins par rapport à l'uſage où il étoit deſtiné.

La principale expérience de M. Geoffroy , & la plus déciſive eſt que ſi ſur ce verre bien pulvériſé on verſe de l'eſprit de nître , le mélange ſ'échauffe vivement , & jette des fumées rougeâtres & fœtides , telles qu'il en ſort de la diſſolution des matieres métalliques. Si on traite de même du verre reconnu pour bon , & qui ne gâte point le vin , il ne ſe fait point d'eſſerveſcence , & on ne ſent aucune chaleur. Voilà donc une marque ſûre pour reconnoître le verre de bon alloi , & c'eſt tout ce que M. Geoffroy a pû faire , car pour ſçavoir d'où vient la différence du bon & du mauvais verre , il faudroit avoir les ſables & les cendres dont ils ont été faits , & l'on tâcheroit de découvrir en quoi ces matieres ſont ſi différentes , quoiqu'on ne ſoupçonnât pas juſqu'à préſent qu'elles puſſent l'être à ce point-là. Ce ſeroit un éclairciſſement très-important dans l'art de la Verrerie.

La curioſité d'un Chymiſte ne devoit pas ſe borner à ce qui étoit abſolument néceſſaire pour diſtinguer les bonnes bouteilles des mauvaiſes. M. Geoffroy a mis tremper dans de l'eſprit de nître des morceaux du mauvais verre , & en moins d'une heure , ſans le ſecours d'aucune chaleur étrangere , ils ſe ſont blanchis , renflés & ramollis comme de la colle forte trempée dans de l'eau chaude. L'eſprit de nître a quelquefois pénétré toute la ſubſtance de ces fragmens , & l'a diviſée en pluſieurs lames mucilagineuſes. Dans quelques expériences cet eſprit eſt devenu mucilagineux lui-même , & ſ'eſt figé comme une gelée. Toute la tiſſure du verre , ſi bien travaillée par le feu , a été bien détruite.

M. Geoffroy n'a pas manqué d'employer les autres eſprits acides , & l'eſſet a été en général le même avec de petites différences. Mais un phénomène remarquable , c'eſt que ſi on laiſſe quelque tems en expérience , ſoit dans l'huile ou l'eſprit de vitriol , ſoit dans l'eſprit de ſoufre , des fragmens de mauvais verre qui ſont déjà calcinés en blanc par les eſprits de-



42 HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE  
venus mucilagineux, ces mucilages en s'épaississant viennent à se grainer, & se changent peu à peu en pur alun. La matiere de l'alun étoit donc dans le verre, & il n'y manquoit qu'un esprit qui s'incorporât avec elle.

Si ce sujet peut être suivi, on verra que tout petit qu'il est il aura mené assez loin. Mais la vérité est qu'il n'y a point en Physique de sujet qui soit petit.

---

## SUR LA DISSOLUTION DES SELS DANS L'EAU.

COMME tout cet article va être assez systématique, il sera bon de remonter jusqu'à un Mémoire donné par M. Lémery en 1716, \* dont nous avons attendu la suite, qui ne paroît que présentement.

Que l'eau, dissolvant naturel de tous les sels, dissolve une plus grande quantité d'un sel que d'un autre, par exemple 4 fois plus de sel de tartre que de salpêtre, qu'après avoir dissous un certain sel jusqu'au point de n'en pouvoir plus dissoudre, & de laisser tout le surplus qu'on lui présenteroit sans y toucher, ce sont des faits très-connus, mais jusqu'ici peu expliqués. On imagine bien que l'eau sera plus de tems à dissoudre un sel fort compacte qu'un autre plus rare & plus ouvert: mais pourquoi dans l'espace de tems requis en dissoudra-t-elle une moindre quantité? Tous les sels dissous sont réduits en parties d'une petitesse & d'une pesanteur presque infiniment petite, & à peu-près égale en tous, & quand une fois deux sels sont divisés en ces atomes, il n'en coûte pas plus à l'eau pour tenir en suspension ceux de l'un que ceux de l'autre. Ce n'est point qu'un sel étant plus difficile que l'autre à dissoudre, l'eau ait épuisé toute sa force dissolvante sur une moindre quantité du plus difficile, car après cela elle dissoudra bien encore un autre sel. Et quant à cette dissolution successive de deux sels, quelle est la nouvelle force de l'eau pour

V. les M.  
p. 44. &  
332.  
\* p. 154.

en dissoudre un second , après qu'elle s'est épuisée sur le premier ? En vain suppose-t-on communément que les atomes du second se logent dans les interstices vuides que laissent les particules du premier & de l'eau : à ce compte le volume total n'augmenteroit pas , ou augmenteroit très-peu ; & M. Lémery a trouvé par expérience que dans un tuyau de verre , car il faut un espace de cette sorte où la moindre augmentation de volume soit sensible , l'eau qui y sera contenue monte de toute la quantité que demande un sel qu'on y aura versé. Les sels ne se logent donc pas dans les interstices de l'eau.

M. Lémery a satisfait en 1716 à toutes ces difficultés , en considérant simplement la différence qu'il y a entre dissoudre & tenir en dissolution , séparer les particules des sels , & les tenir séparées. Si l'eau ne les tient séparées , elle se rejoignent dans l'instant , & forment de petites masses qui ne sont plus dissoutes , & s'augmentent aussi-tôt par l'addition de nouvelles masses pareilles. La disposition des particules des sels à se réunir dès qu'elles se rencontrent , vient de leur homogénéité , & principalement de leurs surfaces , que l'on conçoit très-aisément qui peuvent être plus ou moins propres à se rapprocher & à se toucher dans un plus grand ou dans un moindre nombre de points. Si elles se touchent par des angles , par des pointes aiguës , le moindre choc les séparera , & ce sera le contraire si elles se touchent par des côtés plans de part & d'autre , & assez étendus. Un sel n'est pas précisément plus difficile à dissoudre qu'un autre , si ce n'est qu'il y faille plus de tems , mais il est plus difficile à tenir en dissolution dans une même quantité d'eau , parce que les particules ont plus de facilité à se réunir & à se remettre en masse , ce qui est le même que s'il n'avoit pas été dissous. Il faut donc une plus grande quantité d'eau pour tenir les particules suffisamment écartées , & en empêcher la rencontre , qui seroit aussi-tôt suivie de la réunion.

Les parties d'eau ont deux fonctions différentes , l'une de véhicule , l'autre d'intermede. Celles qui tiennent suspendues

les particules du sel dissous, & en portent en quelque façon le poids, sont des véhicules, celles qui écartent les unes des autres les différentes particules de ce sel, ne sont que des intermedes. La fonction de véhicule est la seule, qui, pour ainsi dire, fatigue l'eau, celle d'intermede ne lui coûte rien. Ainsi les parties d'eau, qui ne sont que les intermedes d'un sel, peuvent être les véhicules d'un autre, & de-là vient que l'eau qui a dissous un premier sel, & paroît s'y être épuisée, peut encore en dissoudre un second. Ses parties qui étoient les intermedes de l'un, n'en seront pas moins en même tems les véhicules de l'autre.

Sur cela M. Lémery fit une observation singuliere, qu'il ne croit pas avoir encore été faite. Après la dissolution du second sel, l'eau peut encore dissoudre quelque quantité du premier, ce qu'elle n'eût pû sans la dissolution du second, car on la suppose entierement rassasiée du premier. Cela vient selon le système de M. Lémery, de ce que le second sel dissous devient lui-même un intermede à l'égard du premier, dont les particules plus écartées sont moins en péril de se rencontrer, & par conséquent il y en a un plus grand nombre qui peuvent être tenues en dissolution par une même quantité d'eau.

Il est évident qu'il faut pour cela que les deux sels ne puissent s'unir, & M. Lémery s'assûra par expérience que deux sels pouvoient parfaitement suivre cette condition. Il mêla ensemble le plus exactement qu'il fut possible du salpêtre & du sel commun dissous dans beaucoup d'eau, & après qu'il eut fait évaporer le mélange jusqu'à pellicule, les deux sels se cristalliserent séparément & en deux couches différentes, dont la supérieure étoit en cristaux cubiques, & l'inférieure en longues aiguilles. La premiere étoit celle du sel commun, & la seconde celle du salpêtre, & chacune avoit le goût & les autres propriétés connues de son sel, sans participer à celles de l'autre.

Si les deux sels ne doivent pas s'unir, à plus forte raison ne doivent-ils pas agir l'un sur l'autre, ou fermenter ensemble, car alors il en résulteroit un troisieme sel formé des acides de



l'un, & des alkali de l'autre qui se feroient unis, & il se feroit une précipitation de la partie terreuse ou métallique, qui auroit servi de matrice ou de base aux acides. Il faut que les deux sels séjournent tranquillement dans la même eau sans se porter aucune atteinte, ni se causer la moindre altération.

M. Lémery, convaincu du système que nous venons d'exposer, qui a fait le sujet de son Mémoire de 1716, & ne doutant point que de l'eau rassasiée de salpêtre, & qui auroit après cela dissous du sel de tartre, ne dût encore dissoudre de nouveau salpêtre, voulut faire des expériences sur la seule quantité des sels qui entreroient dans ces opérations, & sur celle de quelques autres sels qu'il avoit dessein de leur substituer. Mais il fut fort surpris de voir que ce qu'il avoit supposé comme un fondement indubitable de la recherche qu'il entreprenoit, n'arrivoit point, l'eau chargée de salpêtre fit bien avec la promptitude ordinaire la dissolution du sel de tartre qu'il y jetta : mais une portion du salpêtre se précipita au fond du vaisseau, & cela, sans que le sel de tartre & le salpêtre eussent fait aucune fermentation, aucune effervescence, comme effectivement ils n'en devoient pas faire. Ils étoient si éloignés d'avoir agi l'un sur l'autre, qu'il les retira tous deux de l'eau par les moyens connus, précisément tels qu'il les y avoit mis, & les employa de nouveau à la même expérience, qui eut le même succès.

D'autres sels, comme le sel commun, le sel polychreste, le sel de Glauber, le sel de tamarisque, &c. substitués dans cette expérience au salpêtre, & qui ne fermentent non plus que lui avec le sel de tartre, ont été précipités comme lui par ce sel.

D'où peut venir cette précipitation accompagnée de deux circonstances, qui la rendent presque incroyable, l'une qu'elle n'a été précédée d'aucune fermentation, l'autre qu'elle ne cause aucune altération dans les deux Sels? M. Lémery croit cependant pouvoir réduire un phénomène si singulier aux idées qu'il a déjà établies. Elles seront modifiées par une nouvelle condition, qui ne fera que les affermir.

Le sel de tartre est très-rare, tout criblé de pores. Il est constant que des acides qui se présenteroient pour y entrer, ne le pourroient qu'en causant beaucoup de trouble & d'effervescence, c'est-à-dire, qu'ils n'y entrent qu'avec effort, avec des secousses redoublées. Au contraire l'eau le pénètre par une action douce & paisible, & il y paroît bien par la grande facilité avec laquelle la simple humidité de l'air resout le sel de tartre. Quand on verse du sel de tartre sur une eau chargée de salpêtre, par exemple, car beaucoup d'autres sels moyens ou concrets seroient égaux, les particules d'eau qui se présentent aux pores du sel de tartre chargées de celles du salpêtre dont elles sont le véhicule, ne peuvent pénétrer ces pores qu'en se débarrassant de ce qu'elles portent, & alors ces particules de salpêtre se précipitent, parce qu'elles ne sont plus soutenues. Dans les précipitations ordinaires il y a altération, parce qu'il y a décomposition des sels, le précipité est une espèce de débris, mais ici tout reste en son entier, seulement un sel qui étoit porté ne l'est plus. Aussi l'eau soulagée de tout le salpêtre qu'elle portoit & tenoit en dissolution, dissout-elle la même quantité de sel de tartre que si elle n'avoit point auparavant dissous de salpêtre; en effet, ce salpêtre qui s'est précipité ne tient plus lieu de rien, & devient absolument indifférent.

Si l'on employoit un sel de tartre imprégné d'acides, alors comme les pores seroient bouchés, il ne recevrait pas plus l'eau que les sels dont elle seroit chargée, & tout reprendroit l'allure ordinaire, selon que le demande le système de M. Lémery.

Quand le sel de tartre cause la précipitation d'un sel moyen déjà dissous dans l'eau, il fait véritablement la fonction d'un filtre, qui laisse passer les particules d'eau, & exclut le sel moyen, & il ne diffère des autres filtres qu'en ce qu'il est dissous lui-même après qu'il a exercé sa fonction. Si l'on veut qu'une eau chargée d'un sel moyen autant qu'elle peut l'être, soit mise par un second sel en état de dissoudre encore quelque quantité du premier, c'est donc une condition nécessaire

que ce second ne puisse faire l'office de filtre: mais il étoit assez naturel de ne pas songer à cette condition, & de n'attribuer pas à un sel un usage si simple. On n'a l'esprit plein que de l'action violente qu'ils ont les uns sur les autres, & de l'espece de fureur avec laquelle ils s'attaquent. Il arrive quelquefois que ce que nous sçavons déjà nous borne, du moins pour un tems.

## *SUR LA CHALEUR DES EAUX*

### *DE BOURBONNE.*

**M.** DU FAY, étant à Bourbonne-les-Bains, s'appliqua particulièrement à étudier les phénomènes de la chaleur qu'elles apportent du sein de la terre, & tâcha d'en découvrir les causes.

L'eau fume continuellement dans la fontaine, & on n'y sçauroit tenir le doigt pendant quelques secondes. Cependant on en peut boire sur le champ, sans qu'elle brûle autant qu'on l'auroit crû.

Celle qui sort de la fontaine est un peu plus long-tems à refroidir que l'eau commune chauffée au même degré.

Mise sur le feu, elle bout moins vite que l'eau commune froide. La chaleur qu'elle a d'elle-même lui est un obstacle à en acquérir de nouvelle.

Quand l'eau chaude de la fontaine & de l'eau commune froide ont bouilli sur un même feu, où elles ont été le même tems, celle de la fontaine refroidit un peu plutôt, au lieu qu'elle refroidit un peu plus tard, quand elle n'a pas bouilli.

L'oseille & les sommités des feuilles de chêne ne perdent point leur couleur dans l'eau telle qu'elle sort de la fontaine, quelque tems qu'on les y laisse, & elles la perdent en un moment dans l'eau commune chauffée au même degré. Elles la perdent enfin, & se cuisent entièrement dans l'eau minérale mise sur le feu.



Quant à la nature de cette eau, qui peut servir à trouver les principes de sa chaleur, voici les principales observations de M. du Fay, ou les plus constantes parmi celles que d'autres ont faites.

D'une livre des eaux de Bourbonne on tire un gros de sel très-blanc & très pur, qui a le goût de sel marin, & 4 ou 5 grains d'une terre sablonneuse.

L'eau sortant de la fontaine, mise dans un vase d'argent, le dore en dedans.

Une piece d'or, une d'argent & une de cuivre ayant été mises dans une boue noirâtre, & d'une forte odeur de soufre, qui se trouve au fond de la fontaine, la piece d'or a pris une couleur fort haute, & approchant du rouge, celle d'argent a noirci, tirant sur le violet, celle de cuivre n'a reçu aucun changement. La piece d'argent remise & laissée dans la boue, jusqu'à ce que cette boue fut entièrement sèche, a perdu presque toute sa nouvelle couleur, & a repris son premier blanc.

L'eau ayant bouilli, forme une espece de pellicule luisante avec quelques légers couleurs d'Iris.

En distillant les boues par la cornue, M. du Fay n'en a pû tirer du soufre, seulement leur odeur sulfureuse a augmenté lorsqu'elles ont été chauffées.

Dans les boues desséchées on trouve des particules de fer, qu'on sépare avec l'aiman.

Ces faits posés, les eaux de Bourbonne doivent contenir du fer & du soufre, mais seulement un soufre très-volatil, puisqu'il ne se montre point sous une forme manifeste. On a vu en 1700 \* l'expérience de feu M. Lémery, qui ayant pris des parties égales de limaille de fer & de soufre pulvérisé, dont il composa une pâte avec de l'eau, en fit un petit mont Etna, qui jettoit des flammes. Puisqu'il ne faut pour produire de la chaleur que du fer, du soufre & de l'eau, les eaux de Bourbonne ont tout ce qu'il faut.

Ce n'est pourtant pas que telles qu'elles sont dans la fontaine, elles s'échauffent par ces trois principes, ils n'y sont pas dans la dose convenable, l'eau domine beaucoup trop, & elle est

\* p. 51. &  
suiv. 2<sup>de</sup> E-  
dit.

est en trop grande quantité pour faire du fer & du soufre une pâte. Mais on doit concevoir que dans la région souterraine où se forment les métaux, il y a de grands amas de fer & de soufre mêlés ensemble, que des eaux qui passent par-là les pénètrent, en font la pâte qu'on demande, & en resortent en conservant la chaleur dont elles ont été une des causes, & en entraînant avec elles des particules minérales. La terre est un grand laboratoire, où il se fait sans cesse des opérations Chymiques.

Si ces grands amas de soufre & de fer ne sont pas arrosés & traversés par des eaux, ils se durcissent en pierres, selon M. du Fay, & c'est ce qu'on appelle des *Pyrites*, ou du moins une espèce de pyrites. Ils ont tous du soufre : mais les uns l'ont incorporé avec du fer, les autres avec du cuivre ou du vitriol.

Quelques Physiciens objectent au système fondé sur l'expérience de M. Lémery, que la mine de fer, telle qu'elle est dans la terre, est bien différente du fer travaillé, & ne s'échauffera pas de même étant réduite en pâte avec du soufre; & ils croient qu'il vaut mieux supposer que l'eau a traversé des pyrites où le fer étoit mêlé avec le soufre, & les a mis en fermentation. Mais M. du Fay répond qu'il se trouve tous les jours des mines où le fer est presque entièrement pur, & quelquefois en parties si petites, que c'est la limaille requise pour l'opération de M. Lémery; que les pyrites sont trop compactes pour être suffisamment pénétrés, & mis en fermentation par l'eau, & qu'enfin il vaut mieux s'en tenir à l'hypothèse qui représente plus parfaitement une expérience dont on est sûr.

De la nature des eaux de Bourbonne, telle qu'elle est établie ici, on peut déduire en général l'explication des phénomènes rapportés. Elles dorent par leur soufre; elles ne cuisent point l'oseille, & n'en altèrent point la couleur, parce que leur soufre y fait une espèce d'enduit impénétrable; par la même raison elles ne brûlent pas le gosier autant qu'elles paroîtroient le devoir brûler; elles bouillent moins vite que

l'eau commune chaude au même degré, parce qu'il faut, afin qu'elles bouillent, que le feu de bois s'y soit ouvert des routes de toutes parts & en tous sens, & le soufre s'y oppose en les rendant plus visqueuses; elles refroidissent plus tard que l'eau commune quand elles n'ont pas bouilli, parce que cette viscosité conserve leur chaleur; elles refroidissent plutôt après avoir bouilli, peut-être parce que le soufre évaporé y a laissé de plus grands interstices, où l'air froid s'insinue plus aisément. Mais on ne doit pas pousser trop loin ces sortes de détails, ils deviennent si délicats qu'on ne peut y entrer qu'avec crainte.

La cause de la chaleur des eaux de Bourbonne est de nature à pouvoir être assez générale, car pourquoi assurer qu'elle le fera absolument? Il est vrai que l'on ne connoît point d'autres matieres minérales que le fer & le soufre, qui mêlés avec de l'eau s'échauffent: mais outre qu'il peut y en avoir dans le sein de la terre plusieurs autres que nous ne connoissons pas, des eaux ne peuvent-elles pas s'échauffer en passant simplement sur des voutes au-dessous desquelles seront de grands feux souterrains? En ce cas-là, elles pourront être chaudes sans être minérales, & elles seront l'un & l'autre, & le seront de cent manieres différentes, si en même tems ces feux causent des évaporations, des sublimations de matieres qui se mêlent avec ces eaux.

### *SUR LES EAUX DE PASSY.*

v. les M.  
p. 193.  
\* p. 62. &  
suiv. 2<sup>e</sup> de E-  
dit.  
\* p. 42. &  
suiv.

ENjoignant ce qui a été dit en 1701\* & en 1720\* avec ce qui va l'être sur les eaux de Passy, on en aura une espece de petite Histoire. Celles que l'on connoissoit anciennement étoient tombées dans un décri qui pouvoit être fondé; elles se releverent, & avec raison. Mais en 1719 on en découvrit de nouvelles incontestablement meilleures. Un voisin du lieu où elles étoient en trouva aussi chez lui, ce qui fit naître un procès, parce que le propriétaire des premieres eaux avoit perdu toutes ses trois sources par la fouille que le



second avoit faite. Il ne laissa pas de retrouver une nouvelle source en fouillant aussi, & égale en bonté à la meilleure des trois qu'on lui avoit enlevées, tant le terroir de Passy est abondant en eaux minérales. Le procès des deux voisins a fait examiner leurs eaux avec la plus sévère attention, & la Physique en profitera.

M. Geoffroy le cadet, qui eut part à cet examen juridique, en a rendu compte à l'Académie. Nous ne parlerons ici que des deux meilleures sources qui soient chez les deux voisins, parce qu'elles sont à peu-près égales. Il nous suffira, sans les comparer aux autres, d'exposer comment M. Geoffroy les éprouva, reconnut les principes de leurs vertus, & parvint à en faire d'artificielles qui les imitassent.

Une eau minérale pèse toujours un peu plus qu'une eau d'une fontaine sablée, ou que celle qui a été purifiée par la distillation. La raison en est claire. Il faut les peser par l'Aréomètre; car comme il ne s'agit que de fort petites différences, toute autre balance ne les sentiroit pas. Mais une même eau minérale ne pèse pas toujours également. Ce n'est pas parce que les différens degrés de la chaleur de l'air augmentent ou diminuent son volume, & par conséquent sa pesanteur apparente, cela lui seroit commun avec toute autre liqueur: c'est qu'effectivement elle peut être tantôt plus, tantôt moins chargée de son minéral, ce qui dépendra de quelques circonstances accidentelles aisées à comprendre. Il y a des eaux minérales toujours également chargées, & telle est une des anciennes de Passy.

La noix de galle, soit en teinture, soit en poudre fine, altere la couleur des eaux ferrugineuses, parce que les particules de la galle s'unissant à celles du fer, & les enlevant à l'eau qui les tenoit dissoutes, leur donne lieu de se rassembler en plus grosses masses, & de reparoître sous leur couleur naturelle qui altere celle de l'eau. Elles ne peuvent se rassembler toujours sans devenir enfin trop pesantes pour être soutenues par l'eau, & sans se précipiter au fond du vaisseau qui contient toute la liqueur.

Plus le fer est finement dissous, & intimement uni à l'eau; plus la galle doit trouver de difficulté à l'enlever à l'eau, & plus elle doit employer de tems à agir sensiblement sur lui. La couleur de l'eau s'alterera donc plus tard. En même tems des parties plus fines de fer qui sortent de leurs prisons, & reparoissent, ne doivent donner à l'eau qu'une couleur plus foible. Le bleu, qu'on n'avoit point encore observé jusqu'à présent dans les eaux minérales, est la marque de cette plus grande finesse de parties. Il est plus léger ou plus foncé, & dégénere même en d'autres couleurs, selon qu'un plus petit ou un plus grand nombre de particules minérales s'unissent, & apparemment aussi selon d'autres circonstances qui appartiennent à la théorie délicate & peu connue des couleurs.

Plus le minéral finement dissous est en grande quantité, plus la noix de galle est de tems à agir, parce que les molécules qu'elle doit attaquer sont par-tout trop serrées, & qu'elle n'a pas, pour ainsi dire, un espace suffisant pour son action. C'est par cette raison qu'on emploie les intermedes en Chymie. Une bonne eau minérale affoiblie par de l'eau commune se colore plutôt. On la juge d'autant plus forte qu'une autre eau minérale, qu'il faut l'affoiblir par une plus grande quantité d'eau commune, afin qu'elle se colore aussi vite.

Plus la noix de galle emploie de tems pour agir sur l'eau minérale, plus le minéral se précipite lentement; & comme l'eau ne perd la couleur qu'il lui a donnée que quand il est entièrement précipité, elle la conserve donc plus long-tems à mesure qu'elle est plus forte & meilleure, & on dit alors qu'elle est d'une bonne tenue.

On emploie aussi pour l'épreuve des eaux minérales la teinture de violettes. Si elle verdit, ces eaux contiennent quelque matiere alkaline.

Mais ni cette teinture, ni la noix de galle, ni le poids des eaux, ni les couleurs qu'elles prennent, ni leur tenue, ne donnent des indices aussi sûrs de leur qualité, que les précipités qu'elles déposent, sur-tout ayant été évaporées. Il en faut considérer, & la quantité & la nature.

Les deux meilleures sources de Passy, celles qui le sont par toutes les épreuves précédentes, laissent sur 8 onces une résidance qui varie de poids depuis 13 grains jusqu'à 18. Nous avons déjà dit que cette variation étoit fort possible.

La plus grande partie de cette résidance n'est que des concrétions talqueuses, fines, légères, crySTALLINES, quelquefois dorées assez agréablement à leur surface. Le reste est une terre rougeâtre, métallique, ferrugineuse, très-fine.

M. Geoffroy, observant soigneusement le sol de Passy, ajouta aux observations que d'autres Physiciens avoient déjà faites, celle d'une grande quantité de talc ou de gypse répandue dans les glaïses de tout le côteau. Ces morceaux de talc sont des prismes assez réguliers, à 6 faces sur leur longueur, & à 2 à chaque extrémité. Ils sont clairs & transparens. Les plus grands ont environ  $4\frac{1}{2}$  pouces de long,  $1\frac{1}{2}$  de large,  $\frac{1}{2}$  d'épaisseur. On les trouve mêlés avec des pyrites, qui étant réduits & réduits en poudre par la seule humidité de l'air, donnent des grains d'un vitriol vert tout formé. Il y a de plus dans le sol de Passy du chalcitis, qui est un vitriol calciné naturellement par des feux souterrains, & ramassé en une masse pierreuse. Voilà le vitriol qui se fait appercevoir bien sensiblement dans tout le côteau de Passy.

Les précipités talqueux ou gypseux, qu'on avoit remarquées dans les anciennes eaux, leur avoient fait grand tort dans l'opinion même des Physiciens. Ils avoient traité le talc ou gypse de plâtre, qui ne devoit pas être salutaire. Mais M. Geoffroy a remarqué, & il croit être le premier, que le talc est une production nécessaire de toute décomposition d'un minéral, où il sera entré du vitriol. Il le prouve par plusieurs exemples.

Ces résidences si abondantes en talc marquent donc que les eaux de Passy contenoient un minéral, où dominoit le vitriol. Or le vitriol est ou un fer, ou un cuivre, mais le plus souvent un fer, très-exactement dissous, très-attenué. Il l'est infiniment plus que quand il est en limaille la plus fine qu'il soit possible à l'art, & il doit être beaucoup plus propre



à pénétrer & à porter sa vertu dans les conduits les plus étroits du corps humain. Des eaux bien imprégnées d'un semblable fer doivent être excellentes, aussi de jour en jour l'expérience est-elle plus favorable à celles de Passy; cependant ce même talc, qui étoit un indice de leur bonté, les avoit long-tems perdues de réputation.

Quant à la partie de la résidence, qui consiste en une terre ferrugineuse, il n'y a pas de doute qu'elle ne soit un indice avantageux.

Pour ne rien laisser qui ne fût examiné & approfondi, M. Geoffroy a voulu voir combien il faudroit que de l'eau commune eût dissous de vitriol pour être tout à fait semblable aux meilleures eaux de Passy, & par les couleurs que lui donneroit la noix de galle, & par le tems qu'elle mettroit à les prendre, & par la tenue, & par la nature des résidences ou précipités. Il a trouvé que sur 8 onces d'eau commune il falloit 20 grains de vitriol.

Voilà donc une eau artificielle minérale, qui imite parfaitement la naturelle par tout ce qui n'est en quelque sorte qu'extérieur. On n'ose assurer qu'elle l'imitât de même sur le point essentiel, sur la guérison de quantité de maladies. Ce point-là peut tenir à quelques circonstances qui se dérobent encore à nous. Il sera difficile d'en faire l'expérience, car qui ne préférera toujours les eaux naturelles, qui sont à une des portes de Paris?

## SUR UN SEL CATHARTIQUE D'ESPAGNE.

V. les M.  
P. 114. &  
118.

PENDANT le tems que M. Burlet a eu l'honneur d'être premier Medecin du Roi d'Espagne Philippe V. il s'est informé le plus qu'il a pû de l'Histoire Naturelle de ce pays, sur-tout par rapport à la medecine. Entre plusieurs François qui y étoient répandus, & dont il a principalement tiré des

instructions, car les Espagnols même ne sont pas encore trop touchés de cette curiosité, M. Buroffe, Chirurgien-Major des armées de S. M. Catholique, lui fit connoître un sel cathartique ou purgatif, dont il se servoit avec succès dans plusieurs maladies, & auquel il commençoit à donner plus de cours qu'il n'en avoit encore eu. Il en méritoit du moins autant que le sel d'Ebsom, dont nous avons parlé en 1718.\*

\* p. 37.  
& suiv.

A trois lieues de Madrid, & à cinq quarts de lieue d'un village nommé Vacia-Madrid, qui est dans le domaine du Marquisat de Leganez, se trouve un ravin long environ de 130 pas, & large de 5, où se rendent quelques petites sources, dont l'eau est claire comme du crystal, froide comme la neige, & très-salée. La plus forte de ces sources, qui donne de l'eau gros comme le petit doigt, sent extrêmement le soufre. Ces eaux déposent aux bords du ravin & sur les terres adjacentes des crystaux de sel, semblables aux glaçons qui pendent aux toits en Hiver. Quelquefois ils ressemblent à une neige déliée, & on les prendroit pour de véritable alun calciné. Ces crystaux sont le sel cathartique que la nature donne tout préparé.

On peut remarquer qu'à un grand quart de lieue au-dessus des sources du ravin, presque sur la même ligne, on trouve une source d'eau vitriolique, & une autre ferrugineuse. Elles purgent toutes deux à la dose de 3 ou 4 verres.

Par ce qui a été dit en 1718, on voit que le sel cathartique, qui ressemble tant à de l'alun, doit avoir aussi beaucoup de rapport au sel d'Ebsom. M. Burlet a trouvé même par ses expériences qu'il purge avec plus de douceur & plus copieusement. Un Medecin Anglois a confirmé à M. Burlet ce que l'on soupçonnoit déjà, qu'il y a beaucoup de sel d'Ebsom contrefait.

M. Boulduc le fils, ayant beaucoup étudié la nature du sel d'Espagne, l'a trouvé si semblable au *sel admirable de Glauber*, qu'il pourra paroître étonnant qu'un sel naturel & un artificiel soient si parfaitement le même.

Le sel admirable de Glauber est formé d'un mélange d'huile

de vitriol & de sel marin *décrépité*, c'est-à-dire, dépouillé de parties aqueuses & d'humidité, desorte qu'il ne petille plus au feu. L'acide du sel marin s'est élevé par la distillation, & a abandonné la base ou matrice à laquelle il étoit lié, & en sa place l'acide vitriolique s'est saisi de cette base, ou même en a chassé l'acide du sel marin : car rien n'est plus commun en Chymie que cette usurpation des acides plus forts sur ceux qui sont plus foibles.

D'abord toutes les propriétés extérieures, & les plus apparentes du sel de Glauber se retrouvent dans celui d'Espagne, & ce qui est très-remarquable, s'y retrouvent précisément au même degré. Leurs cristaux sont de la même figure, tous deux font sentir à la langue une fraîcheur qui dure long-tems, & est mêlée d'amertume, ils sont très friables, se dissolvent promptement dans l'eau froide, se fondent & deviennent fluides à la moindre chaleur, & se convertissent par un plus grand feu, & même à l'air seul, mais plus lentement, en une chaux saline & blanche, qui, soit qu'elle vienne de l'un ou de l'autre, coagule également & congèle le triple de son poids d'eau ou de biere, &c. Cette comparaison que M. Boulduc avoit entreprise des deux sels, l'a engagé à vérifier quelques propriétés des plus singulières que Glauber donne au sien, comme de dissoudre le fer. Elle s'est trouvée vraie, mais le sel d'Espagne fa aussi, & au même point, ce qu'il faut toujours s'entendre.

Pour pousser plus loin la comparaison, il a fallu décomposer le sel d'Espagne, & voir si ses principes étoient les mêmes que ceux du sel de Glauber, qui sont connus, puisqu'il est artificiel, & qu'on sçait ce qu'on y a mis. Il auroit été à souhaiter qu'on eût pu détacher du sel d'Espagne son acide en forme liquide : mais les acides vitrioliques, & celui de ce sel doit l'être, s'il est le même que celui du sel de Glauber, sont trop étroitement liés à leurs bases. Tel est celui du tartre vitriolé, du sel polychreste, &c. cependant l'illustre M. Stahl, qui a proposé aux Chymistes ce problème, étonnant pour eux, de séparer en un instant l'acide vitriolique du tartre vitriolé,

en



en doit avoir le secret. Du moins M. Stahl le fils a appris à M. Boulduc, celui de transporter cet acide sur une autre base, desorte que par un double échange, l'acide qui occupoit auparavant cette nouvelle base, ira occuper celle du tartre vitriolé.

Par cette méthode M. Boulduc a fait sur le sel d'Espagne tout ce qu'il faisoit sur le sel de Glauber, leurs acides ont été transportés de la même maniere de leur base sur une autre.

Les effets qui dépendent constamment des acides, comme les précipitations des solutions métalliques, & jusqu'à la configuration des cristaux précipités, ces deux sels les ont produits absolument égaux sur les mêmes solutions, & quand l'un n'a fait aucun effet sur quelque solution comme sur celle de l'or, l'autre n'en a fait aucun non plus.

Deplus l'huile de vitriol qui n'est presque qu'un acide vitriolique, mais sans base terrestre à laquelle il soit uni, a fait les mêmes effets que les acides des deux sels, à cela près que dans les occasions où ils fournissoient à d'autres acides une nouvelle base, elle ne leur en fournissoit point faute d'en avoir.

Enfin on sçait que l'acide vitriolique uni avec une matiere inflammable, quel que soit le premier principe de l'inflammabilité, forme un soufre commun. Les deux sels en ont formé également, mêlés avec de la poudre de charbon, qui étoit la matiere inflammable.

L'acide du sel d'Espagne est donc par toutes les opérations de M. Boulduc un acide vitriolique, & le même que celui du sel de Glauber. Reste à sçavoir si la base de ces deux sels est aussi la même. Leur exacte conformité sur-tout est déjà un grand préjugé qu'elle le sera: mais M. Boulduc s'en est encore assuré par de nouvelles opérations, qui lui ont appris de plus qu'elle étoit la même que celle du sel marin. Mais quelle est en elle-même cette base? On ne le sçait point encore. Nous ne sommes guere faits que pour appercevoir des rapports, & non pas le fond des choses.

Le sel de Glauber, bien conditionné, & le sel d'Espagne

ont les mêmes usages en Medecine , mais le premier a besoin d'être bien conditionné, & il l'est assez rarement, à cause de la difficulté de l'opération, & le second l'est toujours ; du moins M. Boulduc, qui en a vû une assez grande quantité, n'en a point vû qui ne le fût. La nature l'a travaillé elle-même, & parfaitement bien travaillé. Glauber n'eût apparemment pas crû que ce sel dont il se sçavoit si bon gré, & qu'il nommoit *admirable*, dût se trouver tout fait dans le sein de la terre.

On peut mettre dans cette classe le sel d'Ebsom, sur lequel M. Boulduc rapporte une expérience assez curieuse qu'il a faite. On ne manque point de purgatifs, on manque d'une conduite, qui en prévienne le besoin trop fréquent.

## *SUR UNE PIERRE DE BERNE qui est une espece de Phosphore.*

**O**N envoya à l'Académie une pierre qui se trouve aux environs de Berne. Elle est d'une dureté médiocre, transparente, quelquefois blanche, quelquefois tirant sur le vert ou sur le jaune, disposée en couches ou en lames, comme le crystal d'Islande, & par conséquent talqueuse, poliedre ou à plusieurs faces, & ayant, comme ce crystal, ses angles d'une mesure à peu-près déterminée, les aigus de 60 degrés, & les obtus de 120. L'Académie n'en reçut qu'un morceau qui étoit blanc, & parce que ce n'étoit qu'un morceau, on ne put déterminer au juste le nombre des faces de la pierre. Il étoit accompagné d'un Mémoire de M. Bourguet sur ses propriétés, & M. du Fay fut chargé de les vérifier.

La principale est d'être une espece de phosphore. Cette pierre chauffée simplement par un de ses angles à la flamme d'une bougie se fesse, parce que le feu s'introduit entre ses lames peu liées, & même quelques morceaux se détachent & sautent avec assez de violence. Un de ces morceaux porté dans un lieu obscur paroît environné d'une lumière bleuâtre, qui

ne dure guere qu'une minute. Il est à remarquer que ces morceaux détachés ont presque tous la figure d'une pyramide triangulaire , dont la base est irréguliere.

La pierre de Berne mise dans un creuset entouré de charbons , devient encore un phosphore plus beau. On voit , & en plein jour , tout le fond du creuset éclairé d'une lumiere assez vive , qui tire du blanc sur le bleu d'azur. A plus forte raison la pierre aura-t-elle cet éclat dans l'obscurité. Si après qu'elle est refroidie , on la remet dans le creuset , elle a encore de la lumiere , mais moins ; à la troisième fois , elle n'en a plus du tout.

Selon toutes les apparences ces effets dépendent d'un soufre renfermé dans cette pierre , pareil à celui qui entre dans la composition des métaux. Il peut , par la chaleur ou par la calcination faite dans le creuset , se dégager & se développer assez pour s'enflammer ; & puisqu'il s'enflamme , il se consume , après quoi plus de lumiere.

Les pierres précieuses sont des crystaux teints de quelque soufre métallique , qui leur donne la couleur , & par conséquent elles doivent être dans le même cas que la pierre de Berne , supposé que leur soufre ne soit pas trop fixe pour pouvoir se développer & s'enflammer. Aussi M. du Fay a-t-il éprouvé que la fausse émeraude d'Auvergne , la prime d'Ameriste , des fragments de jaspe occidental , les jacintes , quelques rubis , sont des phosphores à la maniere de la pierre de Berne , mais plus ou moins lumineux. La prime d'émeraude orientale , le jaspe jaune , le saphir d'eau , la malachite , l'opale , les grenats , n'en sont point du tout.

Puisque les mêmes soufres , qui étant enflammés , donnent la lumiere du phosphore , sont aussi ceux qui font la couleur des pierres , il semble que celles qui ne sont point phosphores , & ne donnent point de lumiere , ne doivent rien perdre de leur couleur , ce qui est effectivement vrai des grenats , ou que celles qui donnent de la lumiere doivent du moins à proportion perdre de leur couleur , ce qui arrive aux jacintes , phosphores peu lumineux , & qui se décolorent peu. Il se trouve



cependant par les expériences de M. du Fay, que la prime d'émeraude orientale, & la topase de Vic perdent de leur couleur sans donner de lumière. Il se peut que leurs souffres soient chassés par le feu ou entièrement ou en partie, ce qui enlèvera ou toute la couleur ou une partie, mais qu'ils soient chassés si lentement & en si petite quantité à la fois, qu'ils ne feront pas une flamme ou une lumière visible.

Ce que la pierre de Berne, ou plutôt le fragment qu'en avoit M. du Fay, a de plus singulier, c'est qu'il étoit blanc, & donnoit cependant une flamme un peu colorée. Ses souffres l'étoient donc aussi. Mais outre que, selon M. du Fay, il ne doit pas être impossible que des souffres métalliques soient blancs, on peut concevoir dans la pierre des souffres un peu colorés, mais fort dispersés, & qui ne font sentir de la couleur que quand ils sortent enflammés presque tous ensemble.

Celle de toutes les pierres, essayées par M. du Fay, qui devient le phosphore le plus lumineux & le plus durable, est la fausse émeraude d'Auvergne. Elle surpasse même beaucoup la pierre de Berne.

Le crystal d'Islande, qui paroît lui ressembler tant, saute en éclats pour la plus grande partie, dès qu'il est un peu échauffé. Ce qui en reste dans le creuset jette dans l'obscurité quelques étincelles très-vives, mais rares & dispersées. On sent un peu d'odeur de soufre, & on trouve au fond du creuset le crystal d'Islande réduit en petits fragmens inégaux, & qui cependant sont exactement parallélipèdes, & conservent les angles particuliers & déterminés de ce crystal.

M. du Fay a fait un phosphore composé de la pierre de Berne & de celle de Boulogne, phosphore très-connu. Il a pulvérisé parties égales des deux, & en a fait une pâte assez solide, qu'il a laissé sécher, après quoi il l'a mise dans le Creuset. On croiroit que ces deux phosphores unis devroient avoir plus d'effet, mais on ne voit jamais que l'effet de l'un des deux. Si la matière n'a été calcinée dans le creuset que jusqu'à un certain point, il n'y a dans la masse totale que ce qui appartient à la pierre de Berne, qui luit dans l'obscurité: si la calcina-

tion a été plus forte , ce sont les parcelles de la pierre de Boulogne , qui luisent seules. Les soufres de la premiere se développent & s'enflamment avant que ceux de la seconde aient encore pris le mouvement nécessaire ; & si on attend qu'ils l'aient pris , ceux de l'autre se sont envolés.

Il faut convenir que la pierre de Berne & toutes les autres , qui n'ont de lumiere que ce qu'elles en emportent du feu de la calcination , ne different guere d'un charbon ardent , qu'en ce qu'il est un phosphore plus fort , plus durable , & qui luit en plein jour. Mais la nécessité de leur donner une certaine préparation , & leur lumiere inattendue en quelque sorte , & surprenante , parce qu'elle ne paroît que dans l'obscurité , leur ont acquis le beau nom de phosphore.

**N**ous renvoyons entierement aux Mémoires  
L'Ecrit de M. de Reaumur sur l'arrangement que prennent les parties métalliques ou minérales , après avoir été en fusion.

V. les M.  
P. 307.



# BOTANIQUE.

## *SUR L'USAGE D'UNE ESPECE DE CHRYSANTHEMUM.*

V. les M.  
P. 353.

ON ne compte ordinairement pour plantes utiles que celles qui sont ou alimens ou remedes. Il est vrai que ce sont les plus utiles : mais celles qui le seront moins le seront encore ; elles ne seront pas à négliger si elles entrent dans quelques arts, & le nombre des plantes qui auront cette utilité subalterne, croitra à mesure qu'on observera plus soigneusement, & qu'on sçaura mieux appliquer les observations.

Les Botanistes font leurs herbiers en mettant chaque plante entre deux feuilles de papier blanc, où elle se seche. Ce sont là leurs meilleurs livres & les plus sûrs. Quelques-unes de ces plantes teignent le papier, soit de leur couleur propre, soit d'une couleur différente de la leur. Il y en a dont la couleur se change en une autre, & qui n'en donnent aucune au papier.

Dans tous ces cas il y a donc quelque chose d'assez fort, ou pour altérer la couleur de la plante, ou pour la faire passer de la plante dans le papier, changée ou non, & de-là M. de Jussieu conjectura qu'il devoit y avoir beaucoup plus de plantes propres aux teintures qu'il n'y en a d'employées jusqu'à présent à cet usage. Comme il entre de l'alun dans la préparation que l'on donne au papier en le collant, il crut que l'action de cette matiere saline sur les plantes qui se séchoient étoit la force nécessaire aux phénomènes dont il s'agit. On entend assez qu'il faut aussi dans les plantes une qualité qui les rende susceptibles de cette action, du moins jusqu'à un certain point.

Parmi plusieurs curiosités envoyées du Mississipi à la



Compagnie des Indes, M. de Jussieu vit une fleur radiée jaune dont on se servoit en ce pays-là pour teindre en jaune. Il voulut éprouver si une autre fleur radiée & jaune, très-commune dans les terres à bled, tant aux environs de Paris, que dans les pays au Nord de Paris, qui est une espece de *Chrysanthemum*, appelée vulgairement *Marguerite jaune*, seroit propre au même usage. Il commença par l'enfermer dans du papier, où son jaune ne devint que plus foncé, ce qui étoit déjà un préjugé favorable. Ensuite il mit dans des décoctions chaudes de ces fleurs différentes étoffes blanches de laine ou de soie, qui avoient auparavant trempé dans de l'eau d'alun, & il leur vit prendre de belles teintures de jaune, d'une différente nuance selon la différente force des décoctions, ou la différente qualité des étoffes, & la plupart si fortes qu'elles ne perdoient rien de leur vivacité pour avoir été *débouillies* à l'eau chaude. L'art des Teinturiers pouvoit encore tirer de-là de nouvelles couleurs par quelques additions de nouvelles drogues.

Puisqu'une plante aussi méprisée jusqu'à présent que la marguerite jaune peut devenir aussi utile, on a droit d'en espérer autant d'un grand nombre d'autres plantes. La nature nous fournit beaucoup plus de matériaux que nous n'en sçavons employer. La négligence d'observer nous en fait ignorer plusieurs, & d'anciennes habitudes nous font renoncer volontairement à d'autres.

---

## OBSERVATION BOTANIQUE.

**I**L y a des poires qu'on appelle à deux têtes, parce qu'effectivement ce que le commun du monde appelle tête dans ces fruits, & les Botanistes *Ombilic*, y est double. Les deux têtes sont posées l'une à côté de l'autre. M. Geoffroy le cadet a fait voir des bergamottes qui sont aussi à deux têtes, mais différemment; les deux têtes sont posées l'une sous l'autre, & on ne découvre la seconde qu'après avoir enlevé la première.

La formation des deux têtes paroît devoir être plus facile à expliquer dans la poire que dans la bergamotte : mais quoi qu'il en soit, ces sortes de caractères particuliers sont bons à observer, parce qu'on en distinguera mieux différentes especes d'une même plante. C'est dans cette vûe que M. Geoffroy avoit déjà fait remarquer quelques especes de limons, ou le pistile s'étoit conservé à la pointe, & étoit saillant, au lieu que d'ordinaire cette pointe est grosse & charnue.

**M** Marchant a lû la description de la *Carlina acaulos*, *ma* *gno flore*, C. Bauh. Pin. 380. Carline.

De la *Jacea montana*, *incana*, *capite* Pint. C. Bauh. Pin. 272.

Ou *Centaureum majus*, *incanum*, *humile*, *capite* Pint. *Inst. Rei Herb.* 449.

V. les M.

P. 39.

**N**OUS renvoyons entierement aux Mémoires L'Ecrit de M. Trant, sur l'établissement d'un nouveau genre de plante, qu'il nomme *Cardispermon*.

V. les M.

P. 295.

Et celui de M. Danty d'Isnard, sur la description d'une nouvelle espece d'*Eruca*.



# GEOMETRIE.

## SUR LA QUADRATURE de la moitié d'une Courbe, qui est la COMPAGNE DE LA CYCLOÏDE.

ON sçait que les ordonnées de la cycloïde, ou plutôt de la demi-cycloïde, parallèles à sa base, sont égales chacune à l'ordonnée correspondante du demi-cercle générateur, plus l'arc du même demi-cercle correspondant à l'ordonnée, pris depuis l'origine du demi-cercle. On a imaginé une autre courbe, dont les ordonnées, posées comme celles de la cycloïde, par rapport au même demi-cercle générateur, ne seroient égales qu'aux arcs correspondants du même demi-cercle. On la peut appeller *Compagne de la cycloïde*. Il est évident que l'une & l'autre sont mécaniques, puisque les ordonnées de la cycloïde sont en une de leurs parties, & les ordonnées de la compagne en leur entier, des arcs circulaires qu'on suppose rectifiés, & qu'on n'a pas en Géométrie ces rectifications. La dernière & plus grande ordonnée de l'une & de l'autre courbe est la même, le demi-cercle générateur étant le même; car dans la cycloïde cette dernière ordonnée est la dernière ordonnée du demi-cercle, qui est alors zéro, plus une ligne égale à la circonférence de ce demi-cercle, & dans la compagne c'est cette circonférence seule, ce qui est la même chose. La compagne devient de concave qu'elle étoit, convexe vers son axe, qui est le diamètre du demi-cercle générateur, ou, ce qui est le même, a un point d'inflexion, & ce point répond au centre du demi-cercle générateur, & peut être appelé par cette raison le point du milieu de la courbe; la cycloïde n'a point d'inflexion.

V. les M.  
P. 107.



L'aire ou l'espace curviligne de la compagne de la cycloïde est renfermé entre le diamètre du demi-cercle générateur, la dernière & plus grande ordonnée de cette courbe & sa circonférence. L'aire du demi-cercle générateur est comprise dans cet espace. Il s'agit d'en quarrer la moitié déterminée par l'ordonnée de la courbe qui part du centre du demi-cercle générateur, cette moitié étant prise du côté de l'origine du demi-cercle & de la courbe. M. Pitot croit que cette quadrature n'a point encore été trouvée, quoiqu'elle soit fort simple.

En effet, dès qu'on prend à l'ordinaire la différentielle de l'espace de la courbe, qui est son ordonnée indéterminée multipliée par une des portions infiniment petites & égales de son axe, & qu'on integre cette quantité selon les regles, on a une expression indéterminée de l'espace, où il entre sous différens signes de plus & de moins différens produits d'abscisses ou d'ordonnées, & du rayon du demi-cercle qui est la seule grandeur constante & connue. Or la courbe n'est point quarrable, tant qu'il subsiste dans cette expression quelqu'une de ses ordonnées, parce qu'elles sont toutes égales à des arcs circulaires, dont on ne connoît pas la grandeur. Mais si dans cette même expression générale & indéterminée, on suppose l'abscisse égale au rayon du demi-cercle générateur, les grandeurs qui comprenoient des ordonnées disparaissent, parce qu'elles sont alors affectées de signes contraires, & il ne reste que le carré du rayon du demi-cercle, ce qui fait voir que l'espace curviligne de la moitié de la courbe, telle que nous venons de la poser, est égal à ce carré.

M. Pitot apporte encore une autre preuve tirée de ce que cette courbe est la compagne de la cycloïde. Une demi-cycloïde étant décrite avec son demi-cercle générateur, si l'on fait un parallélogramme rectangle, dont un des côtés soit le diamètre du demi-cercle, & l'autre la base, ou dernière ordonnée de la cycloïde égale à la circonférence de ce demi-cercle, il est très-facile de voir que cet espace rectiligne est quadruple du demi-cercle générateur. Dans cet espace total

sont compris 3 espaces curvilignes partiels ; le 1<sup>er</sup> est le demi-cercle générateur ; le 2<sup>d</sup> est entre la circonférence de ce demi-cercle , la circonférence concave de la cycloïde & sa base ; le 3<sup>m</sup> est entre la circonférence convexe de la cycloïde , & les deux côtés du rectangle total. Il est démontré que ce 3<sup>m</sup> espace est égal au demi-cercle générateur , d'où il suit que le 2<sup>d</sup> est égal à 2 fois ce demi-cercle.

Chaque ordonnée de la cycloïde ayant deux portions , dont l'une est une ordonnée du demi-cercle générateur , & l'autre est égale à l'arc circulaire correspondant , le 2<sup>d</sup> espace partiel que nous considérons ici n'est rempli que des secondes portions des ordonnées de la cycloïde égales aux arcs circulaires. L'espace de la compagne de la cycloïde n'est pareillement rempli que d'ordonnées de la même grandeur. De part & d'autre ces lignes paralleles sont séparées entre elles par le même intervalle toujours égal , qui est l'infiniment petit du diamètre du demi-cercle générateur , ou , ce qui est la même chose , celles d'une part font de petits-parallélogrammes rectangles toujours égaux à ceux des correspondantes de l'autre part. Elles sont de part & d'autre en nombre infini égal. Donc le 2<sup>d</sup> espace partiel de la cycloïde est égal à l'espace total de la compagne de la cycloïde. Or M. Pitot démontre aisément que si de ce 2<sup>d</sup> espace partiel de la cycloïde on en prend la moitié comme nous avons pris celle de la compagne , cette moitié est égale au carré du rayon du demi-cercle générateur.

Il suit de cette démonstration que l'espace total de la compagne de la cycloïde est double du demi-cercle , & comme dans cet espace est compris le demi-cercle , si on l'en retranche , le reste lui est égal.

Nous ne dirons rien d'une troisième preuve un peu plus compliquée , d'où M. Pitot tire une règle pour mesurer la force de la vis. On peut pardonner à l'art de passer quelquefois les bornes de la nécessité absolue.

## SUR UNE NOUVELLE METHODE pour mesurer les Angles.

V. les M.  
p. 241.

Cette méthode que M. de Lagny juge assez importante pour en faire une science nouvelle, qu'il nomme *Goniometrie*, roule effectivement sur des vûes qui n'avoient pas encore été employées en cette matiere. Elles sont d'abord très-simples, & semblent par leur simplicité promettre peu, mais dans la suite elles s'élevent assez haut.

Un angle rectiligne quelconque étant posé, & une demi-circonférence circulaire décrite de son sommet pris pour centre, l'arc de la demi-circonférence intercepté entre les deux côtés de l'angle, en est la mesure, & l'on sçait de quelle grandeur est l'angle, quand on sçait quelle partie l'arc est de la demi-circonférence, ou quel est le rapport de ces deux dernieres grandeurs. Pour le sçavoir, M. de Lagny cherche avec le compas, & en opérant le plus exactement qu'il est possible, combien de fois l'arc correspondant à l'angle proposé est contenu dans la demi-circonférence. S'il y est contenu un certain nombre de fois juste, 2 fois, 3 fois, &c. il est clair que dès là tout est fini, & que l'angle proposé est connu. Mais ce cas ne peut être que très-rare; le plus souvent l'arc n'est contenu dans la demi-circonférence qu'avec un reste. Il faut prendre ce reste, & chercher par la même opération combien de fois il est contenu dans l'arc de l'angle proposé, ou dans un arc égal & voisin, je suppose qu'il y soit contenu 3 fois juste. Ce reste est donc la commune mesure de l'arc & de la demi-circonférence, c'est 1 qui est 3 fois dans l'arc, & 3 fois autant de fois dans la demi-circonférence que l'arc est contenu dans la demi-circonférence. S'il y est contenu 6 fois par exemple, l'arc est 3, & la demi-circonférence 3 fois 6 ou 18 plus 1, c'est-à-dire 19, car la demi-circonférence contient aussi ce reste qui est 1, pris seul & à part. Donc l'arc qui mesure l'angle proposé est à la demi-circonférence comme 3 est à 19.



Ce rapport de l'arc à la demi-circonférence ne suppose aucune division arbitraire de la demi-circonférence, telle qu'est sa division ordinaire en 180 degrés, qui pourroit même n'être pas la meilleure de toutes les arbitraires possibles. Mais si on veut ramener ce rapport à la forme & aux expressions communément usitées, il est évident que comme 19 est à 3, ainsi 180 degrés seront à un 4<sup>me</sup> terme, qui sera 28 degrés  $\frac{8}{19}$ .

Par le cas très-simple d'un premier reste contenu exactement dans l'arc de l'angle proposé, il est facile de juger des cas où ce 1<sup>er</sup> reste laisseroit un 2<sup>d</sup> reste, ce 2<sup>d</sup> un 3<sup>me</sup>, &c. La commune mesure, ou l'unité qu'on cherche, seroit plus reculée, elle coûteroit à trouver un plus grand nombre d'opérations, mais en général on voit assez quelles seroient ces opérations, & M. de Lagny en donne le détail. Il appelle *Quotients générateurs* les nombres qui marquent combien de fois l'arc est dans la demi-circonférence, le 1<sup>er</sup> reste dans l'arc, le 2<sup>d</sup> reste dans le 1<sup>er</sup>, &c. ils produisent ensuite tous les autres nombres dont on a besoin.

Par le moyen de ces quotients générateurs M. de Lagny construit ce qu'il appelle un *Triangle des rapports*. C'est une espece de figure triangulaire, qui par des colonnes divisées en cellules représente tout le détail des opérations nécessaires pour le cas dont il s'agit. Le 1<sup>er</sup> quotient générateur donne un certain rapport de l'arc à la demi-circonférence, mais un rapport encore assez éloigné du vrai, parce que le 1<sup>er</sup>, 2<sup>d</sup>, 3<sup>me</sup> restes, &c. qui doivent y entrer n'y entrent pas. Les deux 1<sup>ers</sup> quotients générateurs donnent un rapport plus approchant du vrai, les trois 1<sup>ers</sup> encore un plus approchant, &c. jusqu'à ce qu'enfin tous ensemble donnent le véritable rapport, ou plutôt celui auquel il faut s'arrêter.

Je dis celui auquel il faut s'arrêter, car comme on a opéré par le compas, & qu'on a compté pour dernier reste celui au-delà duquel la finesse de l'instrument ne pouvoit plus aller, ce n'est pas à dire qu'avec un instrument plus fin, & principalement sur une plus grande demi-circonférence que celle qu'on avoit prise, on n'eût bien pû trouver encore un reste plus

petit, & même plusieurs. Mais il est clair que l'opération ayant été aussi exacte qu'elle peut l'être, il faut s'en tenir là, & ne pas craindre des erreurs absolument insensibles.

Cela même répond à une objection qu'on auroit pû faire contre la méthode de M. de Lagny. Comme on s'arrête toujours à un dernier reste; le plus petit qu'on puisse trouver, & qui devient la commune mesure de l'arc de l'angle proposé, & de la demi-circonférence, tous les arcs, quels qu'ils soient, sont donc commensurables à la demi-circonférence; or il est très-certain que le nombre de ceux qui le sont est très-petit par rapport au nombre des incommensurables. Par exemple, sur le nombre infini de toutes les cordes possibles, il n'y en a qu'une seule, qui étant commensurable au diamètre, ait en même tems un arc commensurable à la circonférence. C'est la corde de 60 degrés, qui est la moitié du diamètre, & dont l'arc est en même tems la 6<sup>me</sup> partie de la circonférence. Toutes les autres cordes auroient des arcs incommensurables à la circonférence, dès qu'elles seront commensurables au diamètre. La méthode de M. de Lagny, appliquée aux arcs incommensurables à la circonférence devoit trouver des restes sans fin: mais on voit assez qu'il seroit aussi inutile qu'impossible dans l'exécution de passer les restes insensibles, on ira encore à une précision qui sera beaucoup au-delà des tables ordinaires, & ne demandera pas de trop grands calculs.

Cependant on peut même en ce cas-là pousser la Theorie aussi loin qu'elle peut aller. Un triangle des rapports étant construit sur le fondement d'un certain nombre fini de Quotients générateurs, il en résulte un pareil nombre de rapports toujours plus approchés. C'est là le commencement d'une suite ou série qu'on peut continuer à l'infini, en observant quelle est la *marche* des termes que l'on a déjà, comment ils sont formés, quelle loi les regle, car ils en ont toujours quelque-une, plus ou moins aisée à appercevoir. C'est ainsi qu'en 1723 nous avons fait voir \* quelle est la loi de deux suites infinies de termes, dont l'une représente les rapports toujours plus approchés de la racine de 2 à 1, l'autre ceux de la racine

\* P. 53. &  
54.

de 3 à 1. C'est tout ce que l'esprit humain peut faire pour les rapports irrationnels que de les exprimer en nombres rationnels toujours plus approchant du vrai rapport, auquel il est impossible d'arriver.

Le nombre des rapports irrationnels est sans comparaison plus grand que celui des rationnels, & par conséquent l'art de former ces suites infinies qui expriment les rapports irrationnels, doit être un des grands objets de la Géométrie. On y souhaite deux avantages principaux.

Le 1<sup>er</sup>, qu'elles soient fort *convergentes*, c'est-à-dire, que chaque terme soit le plus petit qu'il se puisse par rapport au précédent, & d'autant plus que la suite avance davantage; car comme on n'en a jamais que le commencement, & un très-petit commencement, le reste étant perdu dans l'infini, plus ce reste sera formé de petits termes, & de termes considérablement décroissants, moins il y aura d'erreur à le négliger, & à prendre pour l'expression du rapport irrationnel cherché un terme qui ne sera qu'à une distance finie de l'origine de la suite.

Le 2<sup>d</sup> avantage est que ces suites procedent toujours *par excès & par défaut*, c'est-à-dire, qu'un terme quelconque étant au-dessus du rapport cherché, le terme suivant soit au-dessous. Par ce moyen on a toujours des limites certaines & connues entre lesquelles est le rapport irrationnel inconnu; & plus les deux termes consécutifs qu'on prend pour limites sont avancés dans le cours de la suite, plus ces limites sont étroites, & plus elles serrent de près le rapport cherché. Il y a une suite fameuse qui exprime l'arc de 45 ou la 8<sup>me</sup> partie de la circonférence, le rayon étant 1. C'est  $\frac{1}{2}$  moins  $\frac{1}{2}$  plus  $\frac{1}{4}$  moins  $\frac{1}{8}$ , &c. les numérateurs étant toujours 1, & les dénominateurs la suite des impairs. Elle procede toujours par excès & par défaut: mais elle est trop peu convergente, & engageroit à un calcul immense pour approcher suffisamment de ce qu'on cherche.

La Théorie des suites infinies absolument nécessaire à M. de Lagny pour sa Goniometrie nouvelle, le conduit à un assez



\* p. 144.  
 grand nombre ou d'opérations, ou de remarques intéressantes pour les Géomètres. Par exemple, ayant posé deux grands nombres qu'il a avancés en 1719, \* qui représentoient assez exactement le rapport du diamètre à la circonférence, il en tire par 7 divisions consécutives 7 quotients générateurs, sur lesquels il construit un triangle des rapports, d'où résultent 7 termes, dont les 1<sup>ers</sup> sont  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{7}{22}$ ,  $\frac{106}{333}$ ,  $\frac{113}{351}$ ,  $\frac{31102}{103493}$ , expressions toujours plus approchées du rapport du diamètre à la circonférence, & telles que la 1<sup>re</sup> étant trop grande, la 2<sup>de</sup> est trop petite, & toujours ainsi. Cette suite a encore cette propriété, que si on prend 1 pour le diamètre, il n'y a aucun nombre entier & rationel qui puisse exprimer la circonférence aussi exactement que 3; si on prend 7 pour le diamètre, nul autre nombre n'exprimera la circonférence, aussi-bien que 22, desorte qu'entre 1 & 7, entre 3 & 22, il n'y a point de nombre aussi propres à représenter ce rapport, & il en va toujours de même.

Il y a plus. M. de Lagny transforme cette suite en une autre qui est beaucoup plus convergente, & qui l'est à tel point que son 5<sup>me</sup> terme est une fraction dont le numérateur est 1, & le dénominateur un nombre de 7 chiffres.

Il enseigne aussi une maniere général de transformer des suites en d'autres plus convergentes, & plus convergentes à l'infini, desorte qu'il ne paroît pas que sur ce sujet il reste rien à desirer.

Le rapport du périmètre ou somme des côtés du triangle équilatéral à la circonférence d'un cercle qui y seroit inscrit, fournit encore à M. de Lagny un exemple d'une suite remarquable. Il démontre ce rapport ou cette suite par une autre suite infinie, qu'il avoit donnée en 1719, & qui exprime, ou, ce qui revient au même, change en une ligne droite un arc quelconque de cercle, moindre que 90, sa tangente & le rayon étant connus.

Ces expressions des rapports soit du rayon ou du diamètre à la circonférence, soit des arcs aux tangentes, ou ces rectifications de la circonférence & des arcs appartiennent à la  
 Goniometrie,

Goniométrie ; puisque le cercle , à cause de sa parfaite uniformité , est la mesure naturelle & unique des angles.

Nous ne dirons rien des angles sphériques , que l'on voit assez qui doivent être compris dans la théorie présente. Son principal mérite est de perfectionner & d'étendre l'art de la formation des suites infinies & toutes rationnelles qui portent toute la lumière possible dans l'obscurité des grandeurs irrationnelles , où l'on tombe à chaque moment.

**N**ous renvoyons entierement aux Mémoires  
L'addition de M. Nicole à ses deux écrits précédens  
sur les différences finies.

V. les M.  
P. 138.

Une Instruction ou Méthode abrégée de M. de Mairan  
pour le jaugeage des vaisseaux.

V. les M.  
P. 227.





# ASTRONOMIE.

## SUR DE NOUVELLES METHODES de calculer les Eclipses.

V. les M.  
page 63. &  
182.

**Q**UOIQUE l'on sçache, sur-tout depuis les derniers tems, calculer, ou prédire les Eclipses avec une justesse, dont les événemens font foi, & qui ne peut plus guere augmenter, si elle le peut, il est certain cependant que les calculs ne se font pas d'une maniere géométrique, comme celui de la quadrature de la Parabole; on les fonde sur des tables de Sinus essentiellement tâtonneuses, & s'ils arrivent assez près du but, ils n'y arrivent pas du moins assez scientifiquement, ou assez élégamment; car on sçait que les Mathématiques même ont leur élégance. M. le Chevalier de Louville a imaginé le moyen d'ajouter cette nouvelle beauté à l'Astronomie, & il a réduit les calculs des Eclipses en général, ou à des formules algébriques, qui sont tout ce que peut exiger la noblesse de la science, ou du moins à une plus grande précision.

La théorie astronomique des Eclipses seroit comprise dans une théorie plus générale du mouvement, où l'on considéreroit deux corps qui mûs sur la même ligne, iroient l'un vers l'autre, ou s'éloigneroient avec des vitesses & des directions connues, non pour se choquer, & altérer par-là leurs mouvemens, mais simplement pour être vûs par un Spectateur à différentes distances l'un de l'autre, & quelquefois joints. Il s'agiroit de déterminer ces distances à tels points ou à tels instans qu'on voudroit de leurs routes, & principalement le point ou l'instant de leur jonction avec les autres circonstances qui pourroient y appartenir.

On supposera toujours ici les vitesses uniformes, & par



Conséquent les distances des deux corps qui ne varieront qu'en vertu de ces vitesses, n'auront de ce chef que la variation la plus simple qu'il soit possible. Toutes les grandeurs qui varient avec quelque regle, quelle qu'elle puisse être, sont représentées par des lignes paralleles ou ordonnées tirées sur un axe commun, & qui se terminent toutes à une même ligne droite ou courbe, qui est leur *Lieu*. Les distances variables des deux corps seront dans ce cas.

S'il n'y a que l'un des deux qui soit en mouvement, & qu'il doive rencontrer l'autre, il est clair que puisque sa vitesse est uniforme, & qu'ils sont tous deux sur la même ligne, ses distances au corps fixe varient, comme le chemin qu'il fait vers lui, ou plutôt sont la même chose, & par conséquent si on divise en parties égales la ligne qui les joint, & qu'à chaque pas du corps mu on tire sur cette ligne une perpendiculaire égale au chemin qu'il a fait, toutes ces perpendiculaires égales aux distances décroissantes se termineront à l'hypoténuse d'un triangle rectangle isoscele, qui sera leur lieu.

Si les deux corps étant encore sur la même ligne se meuvent tous deux, mais l'un plus vite que l'autre, desorte qu'ils doivent se rencontrer, il est clair que leurs distances sont comme le chemin dont le plus vite avance à chaque pas vers le plus lent qu'il poursuit, & par conséquent les perpendiculaires ou ordonnées tirées sur la ligne qui les joint sont en même proportion que ces chemins qui sont les abscisses correspondantes, & le lieu des ordonnées sera encore l'hypoténuse d'un triangle rectangle; car un lieu est une ligne droite, & le côté d'un triangle, tant que les abscisses & les ordonnées varient dans la même proportion, & il ne devient une courbe que quand ces deux especes de grandeurs varient différemment.

Si deux corps se meuvent sur deux lignes paralleles, mais l'un plus vite que l'autre, desorte qu'ils doivent se trouver à une distance qui sera plus petite que toutes les précédentes, & par conséquent une perpendiculaire aux deux paralleles, alors leurs distances, qui sont toutes, hormis une, des lignes obliques tirées d'une parallele sur l'autre à chaque pas que fait

chaque corps sur sa route, ne sont plus comme les chemins dont le corps le plus vite avance vers le plus lent, & par conséquent des perpendiculaires égales à ces distances, & tirées de l'une des deux parallèles, ne se termineront plus à une même droite, mais à une courbe, que M. de Louville démontre être une hyperbole équilatere, dont le demi-axe soit premier, soit second, car ils sont égaux, est égal à la moindre distance des deux corps.

Que si enfin les deux corps se meuvent sur deux lignes inclinées l'une à l'autre, & qui se coupent en un point, le lieu des distances variables sera encore une hyperbole, mais non pas équilatere, & dont l'espece dépendra de l'angle d'inclinaison des deux routes.

Dans tous ces différens cas, si l'on conçoit que les deux corps continuent de se mouvoir après s'être rencontrés, ou être arrivés à leur moindre distance, on trouvera les mêmes choses qu'auparavant, mais dans un ordre contraire, car même dans le cas de rencontre on ne considère point ici de choc, puisqu'il n'y en a point dans les mouvemens célestes, auxquels tout ceci se rapporte.

On voit assez que les deux corps qui se meuvent sur deux routes inclinées l'une à l'autre sont le Soleil & la Lune. Le Soleil se meut toujours sur l'écliptique, & la Lune sur son orbite inclinée à l'écliptique d'un peu plus de 5 degrés. Comme il n'est question que des Eclipses soit solaires, soit lunaires, qui ne peuvent arriver que près des deux intersections ou nœuds de l'écliptique & de l'orbite de la Lune, & que d'ailleurs on n'a besoin de considérer que de petits espaces de l'une & de l'autre route aux environs de ces nœuds, on n'en prendra que ces petites parties qui à cause de leur petitesse passeront pour des lignes droites, & par la même raison les vitesses y seront censées uniformes.

Pour mettre d'abord cette théorie dans sa plus grande simplicité, il faut se représenter une Eclipe de Soleil vûe uniquement du centre de la terre, afin que les différentes positions qu'auroit un spectateur sur le globe terrestre ne causent aucune

différence , & ne produisent point de complication. Il faut du moins pour cette Eclipsé que le disque de la Lune qui passera sous celui du Soleil en cache une petite partie , ou , ce qui est la même chose , que la distance apparente des centres des deux disques soit moindre que la somme de leurs demi-diamètres. Si cette distance étoit égale à cette somme , les deux disques ne feroient que se toucher , & il n'y auroit point d'Eclipsé ; si elle étoit plus grande , encore moins. Plus elle sera petite par rapport à la somme des demi-diamètres , plus l'Eclipsé sera grande , & enfin si elle est nulle , l'Eclipsé sera centrale , & la plus grande qu'elle puisse être. Tout cela doit s'entendre du milieu de l'Eclipsé , c'est-à-dire du point où la distance des deux centres est la moindre qu'il se puisse dans la position que le Soleil & la Lune ont alors , car il est bien clair que cette distance ayant été assez petite pour commencer l'Eclipsé , elle peut devenir & devient presque toujours encore plus petite. C'est cette moindre distance qu'il faut déterminer géométriquement.

Que le Soleil & la Lune soient en conjonction , c'est-à-dire dans le même cercle de longitude , il arrivera , si ce cercle est à 90 degrés des nœuds , que la distance des centres des deux astres sera dix fois plus grande que la somme de leurs demi-diamètres , & l'Eclipsé sera bien éloignée de pouvoir arriver. Il est possible que même assez proche du nœud le Soleil & la Lune soient en conjonction , & qu'il n'y ait point encore alors d'Eclipsé , mais qu'il y en ait après la conjonction , quand le Soleil & la Lune feront plus proches du nœud. La distance de leurs centres sera diminuée.

On peut considérer encore une autre espèce de conjonction. Celle qu'on vient de voir arrive quand le Soleil & la Lune sont dans le même cercle de longitude ; ces cercles sont perpendiculaires à l'écliptique , qui est l'orbite du Soleil , & non à l'orbite de la Lune ; d'où il suit que le Soleil & la Lune sont alors dans une même ligne perpendiculaire à l'orbite ou route du Soleil. En renversant cela il y aura aussi une conjonction quand ils seront tous deux dans une même ligne perpendiculaire



à la route ou orbite de la Lune, & non à celle du Soleil. On appellera la 1<sup>re</sup> conjonction *véritabte*, ou de la 1<sup>re</sup> *espece*, & l'autre, conjonction de la 2<sup>de</sup> *espece*.

On peut remarquer ici que comme ces deux conjonctions approchent beaucoup & différemment les centres du Soleil & de la Lune, il a été assez naturel que d'habiles Astronomes crussent que le milieu d'une Eclipse, où les centres s'approchent le plus qu'il se puisse, arrivât entre elles. Cependant M. de Louville démontre que cette idée est fausse. Si le Soleil & la Lune vont vers le nœud, la conjonction de la 1<sup>re</sup> *espece* se fait la première, ensuite celle de la 2<sup>de</sup>, & après elle le milieu de l'Eclipse. Si les deux astres ont passé le nœud, cet ordre est renversé. Il semble que cela se confonde dans les Eclipses centrales, du moins à l'égard de la 1<sup>re</sup> conjonction, & du milieu de l'Eclipse; car ce milieu est quand les deux centres sont ensemble dans le nœud, & alors ils sont aussi dans le même cercle de longitude. Mais il s'ensuivroit de-là que la 2<sup>de</sup> conjonction seroit supprimée ou transposée; car la ligne perpendiculaire à l'orbite de la Lune ne peut être en cet endroit un cercle de longitude; elle ne l'est que dans le point de la plus grande latitude de la Lune, or la 2<sup>de</sup> conjonction ne peut être ni supprimée, ni transposée. Il faut donc concevoir que la 1<sup>re</sup> conjonction se fait lorsque les deux centres sont dans une partie infiniment petite d'un cercle de longitude, & en effet ce n'est qu'alors qu'ils sont véritablement dans une même perpendiculaire à l'écliptique; car un point n'est point perpendiculaire à une ligne. Ensuite les deux centres sont dans une même partie infiniment petite d'une perpendiculaire à l'orbite de la Lune, & enfin ils sont exactement dans un même point, qui est le nœud. C'est là une confusion physique, mais non pas géométrique, ou absolue.

Parce que les deux conjonctions se font dans deux perpendiculaires, l'une à l'écliptique, l'autre à l'orbite de la Lune, il est aisé de trouver des expressions algébriques & générales des distances où sont alors les deux centres que l'on suppose partis chacun d'un point déterminé & connu de sa route pour aller

vers le nœud. On trouve en même tems le rapport qu'elles ont aux parties correspondantes de l'écliptique, & une portion de l'écliptique prise entre le point connu où étoit le Soleil & le nœud où il va, étant conçue comme un axe, les distances deviennent des ordonnées, dont les rapports aux abscisses de cet axe donnent l'équation d'une courbe, que l'on voit qu'est une hyberbole.

La moindre ordonnée de cette courbe, déterminée par les regles connues, est donc la moindre distance où les deux centres puissent se trouver selon la combinaison de leur mouvement, telle qu'elle est alors, & cette moindre distance est le milieu de l'Éclipse. L'ordonnée qui la représente ne peut être exprimée sans l'abscisse qui lui répond, & l'on a donc le point de l'axe, c'est-à-dire de l'écliptique, où est le Soleil à l'instant du milieu de l'Éclipse.

Tout ce qu'il faut connoître pour arriver à ces déterminations, c'est 1°. le lieu du nœud dans l'écliptique. 2°. Un lieu vrai quelconque du Soleil dans l'écliptique, pourvu qu'il soit pris à une assez petite distance du nœud. 3°. Le lieu vrai de la Lune dans son orbite pour le même instant. 4°. Le rapport du mouvement horaire vrai du Soleil à celui de la Lune. Tout cela est donné par les tables. C'est en ces grandeurs connues que sont exprimées les formules générales de M. de Louville pour les deux conjonctions, & pour le milieu de l'Éclipse, & comme ce sont là trois différentes distances des centres du Soleil & de la Lune, ou trois ordonnées de la courbe trouvée, on a aussi les trois points correspondants de l'axe, ou les lieux où est alors le Soleil dans l'écliptique. On sçait en quel tems une espace quelconque de l'écliptique est parcouru par le Soleil, & puisqu'on a eu le tems où il est parti du premier point que l'on a pris arbitrairement, on a aussi les tems où il arrive à ces trois lieux différents dont les distances sont connues.

Si les deux points que l'on a choisis d'abord, l'un sur l'écliptique, l'autre sur l'orbite de la Lune, & d'où le Soleil & la Lune sont partis en même tems, avoient été tels que leurs distances au nœud fussent entre elles comme les mouvemens

80 HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE  
 du Soleil & de la Lune, il est visible qu'ils arriveroient tous deux au nœud en même tems, & que par conséquent l'Eclipse seroit centrale. Aussi voit-on en ce cas-là que l'ordonnée qui exprime la distance des deux centres devient zero : mais il doit être extrêmement rare que le Soleil & la Lune soient en même tems dans deux points de leurs routes, d'où leurs distances au nœud soient comme leurs mouvements. Ce cas est unique sur un nombre infini d'autres qui en sont différens, & qui doivent presque toujours arriver.

Que l'on mette dans l'équation générale de l'hyperbole de M. de Louville une ordonnée égale à la somme des demi-diametres du Soleil & de la Lune, tels que les tables les donnent alors, on aura la distance des deux centres soit au commencement, soit à la fin de l'Eclipse. Et en effet à cette ordonnée ou plutôt à la valeur de cette ordonnée répondent deux abscisses ou portions de l'écliptique inégales, qui marquent les deux différens lieux où le Soleil sera au commencement & à la fin de l'Eclipse, & ces deux abscisses inégales ont, ainsi qu'il est nécessaire dans le cas présent, deux ordonnées égales. Elles sont de part & d'autre également éloignées de celle qui représente le milieu de l'Eclipse. Par les deux lieux du Soleil on a le tems qu'il a dû employer à passer de l'un à l'autre, & la durée de l'Eclipse entière. Il est aisé de juger par là de toutes les autres Phases.

jusqu'ici pour faire entendre la methode de M. de Louville nous avons feint une Eclipse de Soleil qui ne seroit vûe que du centre de la terre : mais pour remettre les choses dans la réalité, il faut d'abord appliquer cette méthode aux Eclipses de Lune. Un premier changement nécessaire, mais très facile, est de concevoir une opposition au lieu d'une conjonction, c'est-à-dire de prendre dans l'écliptique, au lieu du point où est le Soleil, celui qui lui est diamétralement opposé. Le second changement consiste à prendre, au lieu des demi-diametres du Soleil & de la Lune, ceux du Soleil & de la terre vûe de la Lune, car selon ce qui a été expliqué en 1703 \*, ce qui est pour nous une Eclipse de Lune est pour la Lune une Eclipse de Soleil causée

\* p. 78.  
 & suiv.  
 2<sup>de</sup> Edit.



tausée par la terre , & en suivant ce qui a été dit en cet endroit , dont la répétition seroit inutile ici , on retrouvera tout ce qui appartient aux Eclipses de Lune dans la nouvelle théorie de M. de Louville. Il donne un exemple de l'application de ses formules géométriques dans l'Eclipse de Lune du 17 Avril 1707 , & il fait voir combien les calculs qu'elles produisent , sont conformes aux observations qui furent faites.

Il reste les Eclipses de Soleil : mais elles ne se traitent pas avec tant de facilité que celles de Lune. Celles-ci sont les mêmes pour tous ceux qui les voyent , les autres sont différentes , & même sont ou ne sont point selon que les spectateurs sont placés sur le globe de la Terre. Cette seule circonstance de plus de la position du spectateur qu'il faut considérer , augmente extrêmement les embarras du calcul , & à tel point que les méthodes des Anciens en sont presque entièrement impraticables , & ne servent plus qu'à faire admirer le courage de ceux qui les suivoient. M. de Louville a songé à rendre plus simples & en même tems plus géométriques les méthodes mêmes des Modernes.

Tout le problème des Eclipses de Soleil se réduiroit à sçavoir en quel instant un spectateur placé , par exemple à Paris , verroit la distance des centres du Soleil & de la Lune sous un angle donné , c'est-à-dire , par exemple , sous un angle égal à la somme de leurs demi-diametres , ce qui seroit le commencement ou la fin d'une Eclipsé Solaire , ou sous un angle nul , ce qui seroit le milieu d'une Eclipsé centrale , &c. Mais ce problème est si difficile que M. de Louville ne croit pas qu'on le résolve jamais géométriquement. Il le renverse , & le trouve alors plus aisé. Il s'agit donc de déterminer sous quel angle un spectateur placé , si l'on veut , à Paris , verra dans un instant donné la distance des centres du Soleil & de la Lune. Il faut se représenter une ligne tirée de l'œil du spectateur au centre du Soleil , une 2<sup>de</sup> tirée du même œil au centre de la Lune , une 3<sup>me</sup> tirée de l'un des centres à l'autre. Elles font un triangle rectiligne dont on cherche l'angle compris entre les deux lignes qui vont de l'œil du spectateur aux deux astres.

L'instant est donné, qui donne la position des deux astres dans leurs orbites, on connoît aussi la position du spectateur sur le globe de la terre, tout le reste est à trouver pour la résolution de ce triangle. M. de Louville amène tout à une si grande simplicité, qu'il le résout par le moyen de deux seuls triangles sphériques, qu'il ajoute au rectiligne.

Il donna d'avance par cette méthode le calcul de l'Eclipse de Soleil qui devoit arriver le 22 Mai de cette année.

La méthode de déterminer les Eclipses de Soleil par des projections, & dont nous avons donné l'idée en 1700\*, M. de Louville a voulu aussi la délivrer d'un tâtonnement qui déplaît aux Géomètres, & qu'ils n'employent qu'à regret dans le besoin. On devient toujours plus difficile à contenter, même dans les sciences, à mesure qu'on devient plus riche.

## SUR LE DIAMETRE DU SOLEIL

*dans le Périgée, & dans l'Apogée.*

V. les M<sup>s</sup>.  
P<sup>s</sup> 50. & 326. **L'**INÉGALITÉ du diametre apparent du Soleil, qui dans deux lieux ou deux tems opposés de sa révolution annuelle devient la plus grande qu'elle puisse être, & l'inégalité de son mouvement qui répond à celle de sa grandeur, desorte que quand il paroît plus petit, il est aussi plus lent, & au contraire, sont les deux principes qui ont fait découvrir aux Astronomes que l'orbite du Soleil n'étoit pas concentrique au globe terrestre. Cette excentricité, qu'il est très-important de connoître exactement, dépend de la proportion de chacune de ces deux inégalités. Celle du diametre est la plus simple, car le Soleil ne peut paroître plus petit ou plus grand que parce qu'il est plus ou moins éloigné, & son mouvement peut non-seulement paroître plus lent ou plus vite par la même raison : mais il peut l'être & l'est réellement par des causes physiques. Il ne s'agit ici que de l'inégalité du diametre apparent, & nous commencerons par la grandeur de ce diametre, lorsqu'il est le plus

grand, c'est-à-dire lorsque le Soleil est le plus proche de la terre, ou dans son périégée, ce qui arrive à la fin de Décembre.

Ce diamètre du Soleil en son périégée a déjà été observé, déterminé, une infinité de fois, & il ne faut pas croire que les Astronomes qui l'observent & le déterminent encore aujourd'hui puissent s'attendre à le trouver fort différent de ce qu'il a déjà été établi par les Astronomes précédens : mais à cause de l'extrême importance de la chose, on y revient souvent ; ou pour s'en assurer de plus en plus, ou pour rectifier un peu, & quelques secondes de plus ou de moins qu'on aura trouvées, ou même rien, suffit pour payer le long travail d'une Observation exacte, & de beaucoup de calcul.

Dans les nouvelles tables du Soleil que M. le Chevalier de Louville donna en 1720\*, il n'avoit point déterminé le diamètre du Soleil dans le périégée, parce qu'il ne se fioit pas encore assez aux observations qu'il en avoit faites. Il résolut donc d'en faire une avec tant de soin, qu'il ne lui pût absolument rester aucun scrupule. Il choisit pour cela le 30 Décembre 1722, jour qui heureusement fut favorable, & où le Soleil devoit être ou dans son périégée, ou très-proche, ce qui revient au même ; car la grandeur apparente de son diamètre ne change pas alors sensiblement en plusieurs jours.

Il falloit prendre très-exactement la durée du passage du diamètre du Soleil par le Méridien, pour en conclure la grandeur par le calcul, & l'on verra dans le Mémoire de M. de Louville jusqu'à quel excès il porta toutes les différentes attentions qui pouvoient être de la plus légère utilité. Nous n'indiquerons que celles qui ne demandent pas un trop grand détail, ni une trop grande connoissance de la pratique de l'Astronomie. Outre les préparatifs ordinaires, il s'assura par un niveau d'eau qu'il appliqua à sa lunette, que des deux fils, qui se croisent à angles droits au foyer de l'objectif, l'horizontale étoit parfaitement horizontale, & que l'autre par conséquent, qui représente le Méridien, étoit parfaitement vertical. A sa pendule qui battoit les secondes, il joignit une montre de poche bien éprouvée, qui faisoit en une seconde 5 battemens juste.

\* V. l'Hist.  
de 1720. p.  
80. & suiv.



de sorte qu'après les secondes entieres qu'il avoit par la pendule, il pouvoit avoir par la montre des 5<sup>mes</sup> précises de secondes, au lieu que l'on n'a communément de pareil'es fractions que par une estime incertaine, supposé même qu'on ne les neglige pas.

Le diametre horisontal du Soleil employa 2' 22" juste à passer par le fil vertical de la lunette ou par le Méridien, & l'observation répétée les jours suivans, où il ne pouvoit y avoir encore de changement, donna la même chose. Ce tems de 2' 22" n'étoit que le même que M. de Louville avoit déjà trouvé par d'autres observations sur lesquelles il n'osoit compter absolument, & il eut le plaisir de voir qu'il ne pouvoit que trop loin l'exactitude & le scrupule.

Après cela il a fallu trouver par ces 2' 22" de tems quelle étoit la grandeur du diametre du Soleil, c'est-à-dire combien de degrés ou plutôt de minutes, de secondes, &c. il occuperoit dans un grand cercle de la sphere, car c'est là précisément l'état de la question. On sçait quelle partie de l'équateur passe par un Méridien dans un tems quelconque donné, & si le Soleil avoit été dans l'équateur, on auroit eu bientôt par les 2' 22" de tems la grandeur de son diametre. Mais il étoit dans un parallele, & une même grandeur occupe un plus grand nombre de degrés dans un parallele plus petit ou plus éloigné de l'équateur, & au contraire. Il a donc été nécessaire de connoître en quel parallele étoit le Soleil au tems de l'observation, quel en est l'arc qui passe par le Méridien en 2' 22", & quel feroit cet arc réduit à l'équateur, & devenu par conséquent d'un moindre nombre de degrés ou de minutes. Tout cela demande un calcul exact du lieu vrai du Soleil, de sa déclinaison, &c. & M. de Louville l'a fait par ses tables.

Il a eu de plus une attention qui fera bien voir qu'il n'a rien traité de minutie. Prendre pour la grandeur du diametre horisontal du Soleil dans son parallele l'arc de ce parallele qui a passé en 2' 22", c'est supposer que le Soleil étoit comme attaché à ce cercle, & que son diametre en étoit comme une partie qui n'avoit que le mouvement diurne d'Orient en

Occident. Mais cela n'est pas, le Soleil a son mouvement propre d'Occident en Orient, & par là le mouvement diurne étant retardé, son diamètre est plus long-tems à passer par le Méridien qu'un arc égal du parallèle. Il est vrai que le mouvement propre du Soleil qui n'est que de 1 degré en 24 heures est bien insensible en 2' 22". Mais M. de Louville n'a pas laissé d'en tenir compte, quoiqu'il fût autorisé à s'en dispenser par l'exemple de grands Astronomes, & que cette attention de plus le chargeât du calcul des longitudes vraies & des ascensions droites du Soleil. Enfin au bout de tant d'opérations est venu le diamètre du Soleil dans le péricée de 32' 37" 7".

Ce n'est là, comme nous l'avons dit plusieurs fois, que le diamètre horifontal, car c'est celui qui passant à Midi par le Méridien, se confond avec l'arc où tout cercle diurne est parallèle à l'horifon. C'est ce diamètre horifontal qui augmente ou diminue selon les différentes distances du Soleil à la terre, & ne varie que par là. Mais il est important aussi pour d'autres vûes de connoître le diamètre vertical; par exemple, quand on veut avoir la hauteur du centre du Soleil, on prend celle du bord supérieur ou de l'inférieur, qui sont les deux extrémités de ce diamètre, & on en ajoute la moitié à la hauteur observée, ou bien on l'en retranche, ce qui donne celle du centre, & pour cela il faut connoître la grandeur du diamètre vertical.

Il est, comme l'on sçait, diminué par les réfractions, qui sont d'autant plus grandes que l'astre est moins élevé. On en a une table, où M. de Louville prit la diminution qui devoit arriver au diamètre vertical selon l'élévation qu'avoit le Soleil le 30 Décembre à Midi, & il trouva ce diamètre de 32' 31" 36". Mais comme il ne vouloit pas s'assurer aisément, il employa encore l'observation. Dans un des premiers jours de Janvier, tems où il n'y avoit nul changement sensible ni à la hauteur méridienne du Soleil, ni à son diamètre horifontal, il prit exactement entre deux fils d'un Micrometre la grandeur du vertical, & ensuite il vit combien le diamètre horifontal étoit moins de tems à traverser cet espace moindre que lui,

qu'il n'eût été à traverser le Méridien dans l'observation ordinaire. Ce moins de tems donna la quantité dont le vertical est moindre que l'horizontale, & il se trouva la même chose que par la table des réfractions.

M. de Louville fit encore plus. Ayant laissé les deux fils de son micrometre dans la distance où ils comprenoient le diametre vertical, il se placa dans une allée fort droite & fort unie de son jardin, au point qu'il falloit pour voir les deux extrémités d'un objet dont la longueur étoit connue, comprises précisément dans l'intervalle des fils. Par la distance où il se mit de cet objet, il conclut l'angle sous lequel il le voyoit, ce que la Trigonométrie donne très-facilement, & cet angle fut le même que celui sous lequel est vû le diametre vertical du Soleil dans son périgée, c'est-à-dire  $32' 31''$ .

En 1724. M. de Louville apporta les mêmes soins à prendre exactement le diametre du Soleil dans son apogée depuis le 27 Juin jusqu'au 6 de Juillet, tems où ce diametre ne varie d'aucune quantité qui puisse être apperçue. Il répéta tous les jours à Midi les mêmes observations, & n'y trouva nulle différence. Le diametre horizontal fut toujours précisément  $2' 16'' 48'''$  à passer par le Méridien, d'où il s'ensuivoit après tous les calculs nécessaires pour la plus délicate exactitude, pareils à ceux qui avoient été faits pour le périgée, que la grandeur de ce diametre étoit de  $31' 32'' 57'''$ .

Pour le vertical, M. de Louville pratiqua aussi la méthode de trouver par la trigonométrie l'angle sous lequel seroit vû un objet d'une grandeur connue compris entre les mêmes fils du micrometre qui auroient compris ce diametre du Soleil. L'angle, ou ce qui est ici la même chose, ce diametre vint par là de  $31' 32'' 17''$ , moindre que l'horizontal, comme il devoit l'être, à cause de la réfraction. M. de Louville ne manque pas d'avertir ceux qui voudroient répéter la même opération après lui, qu'ils pourroient trouver quelques embarras ou quelques inconvéniens, dont il leur apprend à se garantir.

Dans les tables qu'il publia en 1720, il avoit donné la



plus grande & la moindre distance de la terre au Soleil, déterminées par des voies toutes différentes de celles qu'il suivit pour les diametres du Soleil dans l'apogée & le périégée. La proportion de ces distances de la terre doit être celle de ces diametres du Soleil, & il fait voir qu'elle l'est effectivement. Il s'en faut beaucoup que tant de soins pris pour n'avoir que ce qu'on avoit déjà, ne soient perdus.

*SUR DEUX ECLIPSES  
DE CETTE ANNEE,  
L'UNE DE SOLEIL, L'AUTRE DE LUNE.*

**D**EPUIS le renouvellement de l'Académie en 1699 nous avons eu à Paris quatre Eclipses de Soleil, toujours plus grandes. La 1<sup>re</sup> du 23 Septembre 1699 fut de  $9\frac{1}{2}$  doigts. La 2<sup>d</sup> du 12 Mai 1706 fut de près de 11 doigts. La 3<sup>me</sup> du 3 Mai 1715 fut de  $11\frac{1}{4}$  doigts. La 4<sup>me</sup> du 22 Mai de cette année fut totale, & plus que totale, puisqu'elle dura totale pendant  $2\frac{1}{4}$  Minutes. Le Roi eut la curiosité de l'observer à Trianon, où il avoit fait venir M<sup>rs</sup> Cassini & Maraldi.

A Trianon, qui est plus occidental d'environ une minute de tems que l'Observatoire de Paris, l'Eclipse commença à 5<sup>h</sup> 54' 30" du soir, & l'obscurité totale à 6<sup>h</sup> 48' 4". Tant qu'il resta une petite partie du Soleil découverte, on eut une lumière suffisante, quoique foible : mais dans l'instant que le Soleil fut entierement couvert, ce furent des ténèbres profondes, différentes cependant de celles de la nuit, ainsi qu'il a été remarqué en 1706.\* On vit le Soleil, Mercure & Venus sur la même ligne droite, dont Mercure tenoit à peu près le milieu. Il parut peu d'Etoiles fixes à cause des nuages. Les oiseaux effrayés à l'ordinaire cessèrent de chanter, & cherchèrent des retraites. La premiere petite partie du Soleil qui se découvrit, lanca un éclair subit & très-vif, qui parut dissiper l'obscurité entiere.

V. les *MM*

P. 176. 178.

316. 399.

403. &amp; 410.

\*p. 1123.

On vit autour du Soleil la couronne lumineuse, dont nous avons tant parlé en 1706 : mais les nuages empêcherent que l'on n'en pût reconnoître l'étendue.

Le thermometre, qui au commencement de l'Eclipse étoit à un peu moins de 69 degrés, baissa de 3 degrés depuis ce tems-là jusqu'à l'Eclipse totale. Il devoit naturellement baisser, parce que c'étoit la fin du jour, & il seroit difficile de démêler quelle part eut l'Eclipse au refroidissement de l'air. Le barometre ne varia point.

L'Eclipse de Lune arriva le 1 Novembre à 2<sup>h</sup> 30'. Elle fut de plus de 7 doigts. L'ombre fut toujours mal terminée, quoique le Ciel fût serein. Le bord de la Lune éclairé eut des inégalités sensibles. M. Cassini put mesurer la plus grande des éminences, qui excédoient ce bord, & il trouva qu'elle étoit la 20<sup>me</sup> partie d'un des intervalles égaux dont chacun comprenoit un doigt ou la 12<sup>me</sup> partie du diametre de la Lune. Cette éminence étoit donc la 240<sup>me</sup> partie de ce diametre. Or le diametre de la Lune quatre fois plus petit que celui de la terre est d'environ 800 lieues, dont la 240<sup>me</sup> partie est de  $3\frac{1}{3}$  lieues. Voila donc une montagne de la Lune qui a  $3\frac{1}{3}$  lieues de hauteur, & sur la terre, dont le globe est 64 fois plus grand, nous ne connoissons pas encore de montagne qui ait 1 lieue.

---

**M** De Marain, par zele pour les sciences, & par amour pour sa patrie, ayant formé à Beziers, où il est né, une petite Académie, qui eût les mêmes objets que celle où il est entré à Paris, M. de Clapiez de Montpellier, Mathématicien très-connu, a voulu fixer la latitude & la longitude de Beziers, afin qu'on y pût rapporter sûrement les observations astronomiques. Pour cela, n'ayant point dans ce lieu là d'instrumens assez bons, ni assez de tems pour observer immédiatement, il s'est servi de toutes les déterminations qu'il a trouvées dans le livre de la mesure de la terre, qui se rapportoient à Beziers ou aux environs, & même de celles que M. Picard

Picard a faites autrefois à Sette. Il fixe la latitude de la tour de la Cathédrale de Beziers à  $43^{\circ} 20'$ , & sa différence de longitude à l'Observatoire de Paris à  $52'$  à l'Orient.

Il a trouvé aussi par la même voie que la latitude de la tour de la Cathédrale d'Agde est de  $43^{\circ} 18' 34''$ , sa différence de longitude à l'Observatoire de  $1^{\circ} 7' 37''$  à l'Orient.

**N**ous renvoyons entierement aux Memoires  
L'écrit de M. Cassini, sur un nouveau Micrometre  
universel.

V. les M.

P. 347.

Et celui de M. Maraldi, sur la Comete de 1723.

V. les M.

P. 365.





# ACOUSTIQUE.

## SUR LES INSTRUMENTS de Musique à Cordes.

V. les M.  
P. 215. **T**OUT est du ressort de la Philosophie, même les agrémens; car ils ont leurs causes, & toutes les causes lui appartiennent. M. de Maupertuis a recherché pourquoi les instrumens de musique à cordes, tels que les violons, les théorbes, les luts, &c. ont les figures qu'ils ont, pourquoi ce ne sont pas des cordes de différentes longueurs étendues sur des tables d'une figure de parallélogramme, ou posées à vuide dans une espece de chassîs, comme celles de la lire des Anciens, ou même de la harpe moderne.

On sçait que tous les corps qui environnent jusqu'à une certaine distance un corps sonore, sont pour lui autant d'échos, dont le son réfléchi s'unit au son direct qu'il a envoyé, & le fortifie plus ou moins, selon que la réflexion a été plus ou moins vive. Tout le monde a éprouvé quelle est à cet égard la différence d'une chambre tapissée à une boisée, ou qui n'a que ses murs.

La réflexion n'est jamais si vive que quand le corps réfléchissant est à l'unisson du sonore, c'est-à-dire, quand la disposition des parties du réfléchissant est telle, que frappé du même coup que le sonore, il rendroit le même ton. Alors le son réfléchi fortifie le direct autant qu'il est possible, il le double. Si le corps réfléchissant est trop éloigné du ton du sonore, il ne réfléchit point du tout, au moins sensiblement, il demeure immobile. Dans tout l'entre-deux de ces deux extrémités, il altère plus ou moins le ton du corps sonore.

Une corde d'instrument a un certain ton déterminé par sa longueur naturelle, par sa grosseur, & par sa tension : mais de plus elle a tous les différens tons que la main lui peut donner en l'accourcissant. Toutes les cordes ensemble rendent une infinité de différens tons. Pour leur ménager le secours des réflexions favorables, on les étend sur une table qu'elles ébranlent dès qu'elles sont ébranlées, qui a des parties très-mobiles, & des especes de cordes de toutes les longueurs, & dont la direction est la même que celle des cordes de l'instrument, desorte qu'il y en a toujours quelques-unes qui se trouvent à l'unisson de quelque corde de l'instrument que ce soit, & en prennent aisément le mouvement. On voit assez que ces cordes de la table sont les fibres du bois, & de-là vient que les figures des instrumens ne sont pas des parallélogrammes, où toutes les fibres auroient la même longueur.

On n'examine point le creux des instrumens destiné à faire des échos, ni les tables du fond, qui ont le même usage que celles de dessus.

Plus un bois est léger & sec, plus ses fibres sont mobiles, & détachées les unes des autres, desorte que le ton des unes est moins altéré par celui des autres, qui sont peu ébranlées en même tems. Par cette raison les vieux instrumens sont ordinairement les meilleurs.

Comme il dépend du hasard qu'il y ait dans un instrument un plus grand ou un moindre nombre de fibres à l'unisson d'un ton ou d'un autre, un instrument fera d'un son plus fort sur un certain ton. Et si en même tems entre les autres fibres qui ne sont pas à l'unisson de ce ton-là, il y en a peu qui en soient ébranlées, & qui le troublent par leurs tons particuliers, cet instrument fera & plus fort & plus net sur ce ton que sur les autres. On voit aussi par là qu'il peut être plus fort sur un ton, & plus net sur un autre.

Quelquefois un instrument cassé & raccommodé en devient meilleur. La plaie a raccourci des fibres, qui demandoient à l'être pour plus de perfection.

Un instrument sera le plus parfait qu'il puisse être, quand le nombre des différentes fibres, qui répondront à différens tons, sera le plus égal qu'il se puisse, & quand les fibres d'un ton étant en mouvement, il n'y aura que le moindre nombre possible de fibres d'un autre ton qui s'y mettent aussi.

Une espece d'épinette, qui est quarrée, sembloit d'abord renverser toutes les idées de M. de Maupertuis. Mais il remarqua bien vîte qu'elle a sur sa table des barres obliques, qui donnent aux fibres différentes longueurs. Le système se trouva donc au contraire confirmé, & *c'est là, dit-il, une espece de dédommagement que les expériences rebelles doivent au Physicien pour l'alarme qu'elles lui ont causée.*







# MECHANIQUE.

**N**ous renvoyons entierement aux Mémoires V. les M.  
L'Ecrit de M. de Reaumur, sur les moyeux des roues. p. 360.

## MACHINES OU INVENTIONS

### APPROUVÉES PAR L'ACADEMIE

EN M. DCCXXIV.

#### I.

**D**EUX projets de pendule pour marquer le tems vrai & le tems moyen proposés par M. Thiout, Horloger. Le premier, qui donnoit l'équation des secondes d'un midi à l'autre, a paru ingénieux, mais composé, & d'une difficile exécution. Le second, qui ne donne l'équation que lorsqu'elle est d'une minute, est plus simple, & on a espéré du génie & de l'application de M. Thiout, qu'il seroit exécuté avec succès.

#### II.

Un instrument de M. Meynier, consistant en un demi-cercle, dont le diametre se met dans une situation horizontale par la maniere dont il est suspendu. Il sert à prendre sur mer, sans qu'il soit nécessaire de voir l'horison, la distance du bord supérieur du Soleil au zénith, par le moyen de l'ombre faite par les rayons qui passent par une fente qui répond au centre du demi-cercle, & va se projetter sur une circonférence graduée; il sert aussi à observer les hauteurs du Soleil & des étoiles, depuis l'horison jusqu'à environ 50 degrés, par le moyen des deux pinnules, avec lesquelles on vise à l'astre. On a fait avec cet instrument plusieurs observations qui ont été le plus

souvent à 8 ou 10 minutes près les mêmes que celles qui se faisoient avec un quart de cercle de 2 pieds de rayon. Cet instrument est ingénieux & commode, à cause que pour les observations des Etoiles l'œil est toujours placé à la même hauteur, quoique l'Etoile soit différemment élevée, & parce qu'on n'a pas besoin de voir l'horison. On a crû qu'il seroit préférable sur mer à la plupart des instrumens qu'on y emploie, s'il y donnoit les hauteurs avec la même précision que sur terre, ce que l'expérience seule peut décider.

## III.

Une horloge inventée & exécutée par M. Sulli, Horloger, pour une plus juste mesure du tems en mer. Les recherches sur lesquelles elle est fondée ont paru subtiles & ingénieuses, & la construction nouvelle à bien des égards, sur-tout en ce qu'elle est moins sujette aux variations causées par les frottemens, que l'Auteur diminue par une voie simple, & nouvelle dans l'application qu'il en fait. Cette horloge a été comparée aux pendules à secondes de l'Observatoire, dont elle n'a différé que de 4 à 5" par 24 heures. Ayant été suspendue dans une berline qui alloit au trot sur un chemin pavé, elle n'a retardé au bout d'une heure & demie que de 4" à l'égard de la pendule de l'Observatoire. On l'a aussi attachée à diverses reprises au bout d'une corde de 18 pieds, & on lui a fait décrire différens arcs de cercle, & jusqu'à des arcs de 40 ou 50 degrés, elle a avancé de plusieurs secondes en peu de tems, les grandes oscillations la faisant plus avancer que les petites. Mais toutes ces expériences ensemble en font espérer une assez grande justesse sur mer, & la rendent fort digne d'y être éprouvée avec soin.

## IV.

Un instrument où M. Méan, Liégeois, Ingénieur Machiniste, a rassemblé les propriétés & les usages de plusieurs autres qu'on emploie tant sur terre que sur mer, ce qui est un mérite considérable, & demandoit dans l'Auteur du génie & de la capacité. Il sert à connoître l'âge de la Lune, son lieu dans le Zodiaque, & sa latitude. C'est aussi un cadran vertical,

horizontal, déclinant & polaire, qui donne l'heure du jour & de la nuit, du lever & du coucher des planetes, leur amplitude, la hauteur du pole, & la déclinaison de l'aiguille aimantée. Ce même instrument peut être employé aussi à lever toutes sortes de plans, à mesurer toutes sortes d'angles, à résoudre tous les triangles tant sphériques que rectilignes.

## V.

Une méthode pour trouver les longitudes sur mer, proposée par un Auteur qui a caché son nom. Il suppose que l'on ait des tables de l'heure du lever & du coucher du Soleil, calculées pour toutes les latitudes, ce qui est possible. Un coucher du Soleil, car le coucher est préférable au lever, où l'on sçait que les réfractions sont plus irrégulières, étant observé dans un lieu dont on connoît d'ailleurs la latitude, on a donc l'heure par les tables. Si du coucher précédent à celui-là, on n'avoit point changé de longitude, on sçauroit par les mêmes tables l'intervalle précis des deux couchers : mais le vaisseau a fait route en longitude, & si l'on a par des sabliers assez justes, dont l'auteur donne la construction, le tems qui s'est écoulé depuis le coucher précédent jusqu'au coucher qu'on observe alors, la différence qui sera entre ce tems, & celui qui est marqué par les tables, donnera la route du vaisseau en longitude entre les deux couchers. Si le vaisseau a été à l'Est, le tems marqué par les sabliers sera moindre que celui des tables, & au contraire si le vaisseau a été à l'Ouest. On a trouvé cette méthode ingénieuse, & digne qu'on s'en assurât davantage par la pratique.

## VI.

Un vernis, mastic, ou spalme inventé par M. Maille. Il s'applique fort bien sur les corps les plus durs, même sur le verre, il se sèche assez vite, & s'écaille difficilement ; il est moins combustible que celui qu'on employe pour les vaisseaux. On pourra s'en servir pour garantir les bois de charpente exposés à l'air, ou qui trempent dans l'eau. On ne peut sçavoir que par l'expérience s'il prévient aussi la piquûre des vers, & s'il vaut mieux que le goudron ordinaire.



## VII.

Un nouvel Odometre de M. Meynier. Appliqué aux carrosses, ou chaises roulantes, où on le pend en dedans à un des panneaux, & à la portée de l'œil, il est très-commode pour mesurer par le nombre des tours de roue la longueur des chemins; on en a vu plusieurs expériences. Il peut aussi servir de *Compte-pas* à un homme à pied, & même, selon l'auteur, à cheval. Toute l'attention nécessaire est de regarder à un cadran le nombre des tours de roue, comme on regarde l'heure qu'il est à une montre. Un des principaux avantages consiste dans l'échappement, par le moyen duquel soit qu'on tire peu ou beaucoup de cordon, il n'en résulte aucun dérangement par les cahots ou secousses extraordinaires de la voiture. La commodité & la justesse de cet instrument pour la description des cartes Topographiques, ont paru mériter qu'on procurât à l'inventeur toutes les facilités nécessaires pour le multiplier.

## VIII.

Une machine inventée par M. le Marquis de Coëtnisan; pour faire à peu de frais la transplantation des grands arbres. C'est une espèce de double chevre, garnie d'un cric circulaire, avec laquelle un homme ou deux au plus enlèvent le plus gros arbre, & la motte de terre qu'on a coupée tout autour de ses racines. La même chevre sert à descendre l'arbre dans le trou qu'on lui a préparé. Il a été couché dans un chariot où M. de Coëtnisan a rassemblé toutes les commodités qui peuvent faciliter le transport. Il a transplanté cette année dans sa terre plus de 400 pieds de chênes ou de charaïgniers, âgés de 60 à 80 ans, & qui ont bien réussi.





MEMOIRES  
DE  
MATHEMATIQUE  
ET  
DE PHYSIQUE,  
TIRE'S DES REGISTRES  
*De l'Académie Royale des Sciences.*

De l'Année M. DCCXXIV.

---

OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES  
*de l'Année 1723.*

Par M. MARALDI.

**L** A LUMIERE boréale a paru encore plusieurs fois en <sup>8. Janv.</sup> 1723. On l'a vûe le 3 de Janvier, le 4 de Février, le <sup>1724.</sup> 25 & le 26 de Mars, & le 24 d'Avril. Elle n'a point été visible les quatre mois suivans; ce qui est aussi arrivé les autres années précédentes. Elle n'a point paru en Septembre &  
*Mem. 1724.* A

Octobre, quoique nous l'ayons observée plusieurs fois depuis 1716 pendant ces deux mois d'automne : mais nous l'avons vûe le premier de Novembre & le 2 de Décembre.

Cette année la lumière n'a pas été si grande ni si éclatante que les années précédentes, & elle n'étoit point accompagnée de ces colonnes qui s'élevent perpendiculairement sur l'horison, & qui la rendent plus remarquable.

Le 9 de Novembre à 5<sup>h</sup> 15' du matin, l'air étant chargé de brouillards épais, je vis du côté du nord un globe de feu à la hauteur d'environ 15 degrés, qui avoit un mouvement fort rapide qui le portoit d'occident en orient. Il augmentoit & diminuoit par intervalles, & laissoit une traînée de lumière après lui. Ce feu n'a paru qu'environ une demi-minute ; il étoit blanchâtre, & sa grandeur apparente étoit à peu près deux fois comme celle de Jupiter.

*Observations sur la quantité de pluie de 1723.*

	lignes		lignes
En Janvier . . . . .	7 $\frac{1}{3}$	En Juillet . . . . .	21 $\frac{2}{3}$
Février . . . . .	8 $\frac{1}{3}$	Août . . . . .	7 $\frac{2}{3}$
Mars . . . . .	4 $\frac{1}{3}$	Septembre . . . . .	8 $\frac{1}{2}$
Avril . . . . .	0 $\frac{1}{3}$	Octobre . . . . .	4 $\frac{1}{6}$
Mai . . . . .	7 <sup>6</sup>	Novembre . . . . .	6 $\frac{1}{12}$
Juin . . . . .	16	Décembre . . . . .	9 $\frac{1}{12}$

La somme totale de la hauteur de pluie tombée en 1723 est 92 lignes, qui font 7 pouces 8 lignes. Ce qui marque une grande secheresse.

La pluie qui tombe durant les trois mois de Mars, Avril & Mai, contribue beaucoup à rendre les terres fécondes en bleds & en fourages. Ainsi celle qu'il y a eu durant ces trois mois, n'ayant été que d'un pouce & une ligne, la récolte des menus grains a été médiocre, & celle des fourages encore davantage.

Il arriva la même chose en 1719, lorsque la pluie qui tomba durant ces trois mois ne fut que d'un pouce.



Nous remarquâmes, comme une chose singulière, qu'il n'avoit point plu en Octobre 1722. Il en a été à peu près de même en Avril de l'année dernière 1723 ; car durant tout ce mois il n'y a eu de pluie que deux tiers de ligne.

La pluie tombée en Juin & Juillet est de 3 pouces 2 lignes, ce qui est presque la moitié de celle qu'il y a eu pendant toute l'année.

Il y a 34 ans qu'on fait à l'Observatoire des observations sur la quantité de pluie qui tombe chaque année. Ces observations font voir que depuis 1718 la pluie n'a pas été aussi abondante que les années précédentes. Nous remarquâmes que l'année 1719, durant laquelle il n'y eut que 9 pouces & 4 lignes de pluie, avoit été la plus sèche de toutes celles qui l'avoient précédées 30 années auparavant ; mais la sécheresse de 1723 a été encore plus grande, puisqu'il n'y a eu que 7 pouces 8 lignes de pluie.

Cette sécheresse n'a pas été générale par tout le Royaume ; car vers les parties méridionales il y a eu durant le printems des pluies assez abondantes qui dans ces climats ont rendu les terres fécondes.

#### *Observations sur le Thermometre.*

Durant le mois de Janvier le Thermometre n'a descendu plus bas que de 22 degrés au lever du Soleil, qui est l'heure du jour où la liqueur se trouve plus basse dans le tube, ce qui marque un degré de froid modéré, cela arriva depuis le 15 jusqu'au 18 Janvier. Il se trouva aussi au même état le 9 de Février : mais le 10 du même mois il descendit au 17<sup>me</sup> ; lorsqu'il régnoit un vent de nord le 11 le vent étant tourné au sud-est, le thermometre monta aussi-tôt au 25<sup>me</sup> degré. Puisque ce thermometre marque le tempéré au 48<sup>me</sup> degré, il paroît que le froid de l'année 1723 a été fort modéré & de peu de durée.

Pour ce qui est de la chaleur, elle n'a pas été des plus grandes, quoiqu'elle ait duré du tems. Le 5 Août, au lever du Soleil le thermometre se trouva à 59 degrés, & à 3 heures

après midi , qui est le tems de la plus grande chaleur du jour en été , il s'éleva à 69 degrés , le vent étant sud. Le 20 du même mois , au lever du Soleil , le thermometre étant à 59 degrés , il s'éleva à 3 heures après midi jusqu'à 75 , le vent étant sud-est. De même le 5 Septembre le thermometre étant le matin à 56 parties , à 3 heures après midi il s'étoit élevé à 75 , le vent étant sud-sud-est. La remarque que nous avons faite différentes fois , que la plus grande chaleur de l'été arrive lorsqu'il regne un vent du sud-est , a été confirmée encore par l'observation de l'année 1723. Dans les plus grandes chaleurs des années précédentes la liqueur du même thermometre est montée à 82 degrés & un peu plus ; puisque cette année elle n'est montée qu'à 75 , il paroît que les chaleurs n'ont point été des plus grandes. Mais en récompense elles ont duré long-tems , ayant été sensibles dès le commencement de Juin. Cette chaleur , quoique modérée , qui a duré long-tems , jointe à la secheresse , a fait anticiper le tems ordinaire de la maturité des fruits , & de ceux mêmes qui le plus souvent dans ce climat n'y parviennent pas-tous.

Le barometre simple s'est trouvé souvent à 28 pouces 4 lignes , qui est la plus grande élévation où il soit monté en 1723. Il y a été depuis le 5 Janvier jusqu'au 14 , le Ciel étant tantôt serein , tantôt couvert. Il s'est trouvé à la même hauteur le premier jour de Février , le 5 & le 6 de Mai , le 2 & le 7 de Septembre , le 10 d'Octobre , le 19 de Novembre , & les cinq derniers jours de Décembre , l'air étant chargé de brouillards avec un vent d'ouest.

Le barometre s'est trouvé au plus bas qu'il soit descendu , à 27 pouces 3 lignes , le 22 de Décembre par un tems de pluie , & par un vent de sud-ouest très-violent , qui s'éleva la nuit du 21 au 22 , & qui ayant duré le 22 pendant toute la journée , ne cessa que la nuit suivante. Le matin du 23 , le vent ayant cessé , le barometre s'étoit élevé à la hauteur de 28 pouces , de sorte qu'en 24 heures il s'éleva de 9 lignes. Le barometre fit aussi une grande variation entre le 20 & le 21.

de Novembre; car le 20 s'étant trouvé à 28 pouces 3 lignes, 24 heures après il étoit descendu à 27 pouces 10 lignes, ayant varié de 5 lignes. Cette variation arriva par un tems de pluie, & par un vent de sud très-violent qui régna pendant la nuit du 21. Il paroît par ces deux observations, que le barometre est descendu au plus bas, lorsqu'il pleuvoit, & qu'il faisoit en même tems un grand vent de sud.

*Déclinaison de l'Aimant.*

La déclinaison de l'Aimant observée avec une aiguille de 4 pouces le 22 Décembre 1723 & le 4 Janvier 1724 a été trouvée de 13 degrés nord-ouest, comme elle a été depuis le mois d'Octobre 1720, ainsi il y a trois ans qu'elle ne varie point, & qu'elle est stationnaire.

*OBSERVATION EXACTE  
DU DIAMETRE DU SOLEIL  
EN PERIGEE.*

Par M. le Chevalier DE LOUVILLE

DANS les tables que j'ai données en 1720, à l'Académie, pour le Soleil, je n'y ai point pu mettre ses diametres apparens, parce que je n'avois point pu en faire d'observation sur quoi je pûsse entierement compter. Je résolus de faire cette observation à la fin de Décembre 1722, lorsque le Soleil seroit dans son périégée, qui est le tems où le Soleil est le plus proche de la terre, & auquel il passe au méridien à une hauteur fort commode pour l'observer, sur-tout avec une longue lunette, puisque c'est à la fin de Décembre que le Soleil est à midi le plus bas de toute l'année.

J'ai fait faire pour cela un tuyau de lunette de quatre planches de 23 pieds chacune, qui est la longueur d'un verre



objectif que j'ai qui est fort bon ; on fait glisser l'objectif dans une coulisse qui est à un des bouts du tuyau , & qui s'applique contre la lunette , & l'image des objets éloignés , comme du Soleil , se viennent peindre à l'autre extrémité du même tuyau , où il y a une ouverture ronde dans laquelle on enfonce un tuyau de fer blanc qui porte l'oculaire , lorsqu'on veut observer : mais je ne me suis point servi d'oculaire dans les observations que j'ai faites pour mesurer le diamètre du Soleil , j'ai collé un papier huilé à l'extrémité du tuyau où l'on met ordinairement l'oculaire , qui est , comme je viens de le dire , le foyer précis de l'objectif ; j'avois tracé sur ce papier deux lignes très-fines , faisant entr'elles des angles droits , dont l'une étoit placée horizontalement , & l'autre verticalement ; j'ai attaché aux deux extrémités de la ligne horizontale deux aiguilles fort fines , sur lesquelles j'appuyois un niveau d'eau , lorsque la lunette étoit dirigée sur le Soleil au méridien , & je mettois des calles ou morceaux de bois sous un côté ou sous l'autre de la lunette , jusqu'à ce que ces aiguilles fussent de niveau : par ce moyen j'étois sûr que la ligne perpendiculaire à celle-là étoit verticale dans un sens , c'est-à-dire , qu'elle étoit dans le plan du méridien lorsque la lunette y étoit dirigée , & comme la route que décrit le Soleil à midi est parallèle à l'horizon , il s'ensuit que cette ligne verticale étoit perpendiculaire à la route du Soleil. Quelques jours avant le 30 Décembre , qui étoit le jour que j'avois destiné pour cette observation , à cause que je trouvois par mes tables que c'étoit celui auquel le Soleil entroit en son périégée , je fis placer la lunette dont je viens de parler , dans une chambre commode pour cette observation , où il y a une pendule à secondes que j'avois eu soin de régler quelque tems auparavant , & j'appuyai un bout du tuyau de la lunette sur la traverse d'une fenêtre du côté du midi , & l'autre bout sur un cric fait exprès pour élever ou abaisser la lunette tant & si peu qu'on veut , je dirigeai quelques jours d'avance la lunette au méridien , en faisant en sorte qu'à midi l'image du Soleil se trouvât à peu

près au milieu de l'ouverture sur laquelle j'avois collé mon papier, enforte qu'il ne me restoit autre chose à faire le jour de l'observation que de baisser un peu le bout du tuyau du côté de l'œil, pour que le centre du Soleil qui commençoit à monter à midi, se trouvât au milieu de l'ouverture : mais comme je n'étois pas sûr que le Soleil employât un nombre précis de secondes à passer dans ce tems-là par le méridien, & que la pendule qui ne marque que les secondes n'auroit pas pû me marquer le surplus, je résolus de me servir d'une montre de poche que j'ai depuis plusieurs années, après avoir essayé plusieurs fois en différens jours & à diverses heures, ce qu'elle faisoit par rapport à la pendule, & ayant remarqué que cette montre ne s'éloignoit pas d'une seule seconde en deux ou trois heures de tems, de la pendule, je jugeai que cet instrument seroit le plus commode que je pourrois imaginer pour mesurer le tems du passage du Soleil par le méridien, puisque cette montre fait cinq battemens par seconde, & qu'elle s'arrête quand on veut, en appuyant le pouce sur un petit bouton qui est à côté du cadran, & qu'elle se remet en mouvement aussi-tôt qu'on leve le pouce. Je fis même plusieurs essais avant le jour de l'observation, & je trouvai que le tems que je trouvois par ma montre du passage du Soleil par le méridien, n'étoit jamais différent de celui que je trouvois par ma pendule.

## O B S E R V A T I O N.

Le 30 Décembre 1722, ayant tout disposé, comme je viens de le marquer, le Ciel étant serein & calme, quelques minutes avant midi, je mis ma montre sur la pendule, & lorsque je vis qu'il ne s'en falloit plus que deux minutes qu'il ne fût midi, j'arrêtai ma montre de la maniere que je viens de dire, lorsque l'aiguille des secondes se trouva sur 60, & ayant pris une loupe d'un pouce de foyer de l'autre main, je suivis l'image du Soleil, pour appercevoir l'instant auquel le bord occidental arriveroit au méridien, représenté par la ligne verticale, sur le papier huilé, & dans l'instant que je

vis que ce bord touchoit cette ligne, je laissai aller ma montre, & je laissai passer deux minutes de tems sans rien compter, sçachant bien que le Soleil étoit plus de deux minutes & non pas 3 à passer par le méridien; ensuite regardant avec ma loupe l'aiguille des secondes de ma montre, pour sçavoir à quel battement elle se trouvoit sur une division, je comptai les battemens jusqu'à cinq, & recommençois à compter après cinq, pour sçavoir quel nombre je compterois lorsque le bord oriental du Soleil arriveroit au meridien: il se trouva que ce bord y arriva au cinquieme battement, & dans l'instant j'arrêtai ma montre, & je trouvai que l'aiguille des secondes étoit sur 22, par conséquent le Soleil avoit été exactement 2' 22" à passer.

Je répétai encore deux fois cette observation le même jour, en reculant la lunette, & je trouvai toutes les trois fois exactement la même chose.

Le lendemain je ne vis pas le Soleil, mais le premier Janvier 1723 je vis que le tems étoit beau, & je me préparai à faire l'observation par le moyen de la pendule même, puisque le Soleil employoit un nombre précis de secondes à passer, sans quoi la pendule n'auroit pas pû me servir. Comme j'étois fort proche de la pendule, je levai le balancier de l'horloge, ou le pendule avec une canne, à la hauteur à peu près où j'avois remarqué que se terminoient les vibrations, & appuyant le bout de la canne contre le mur auquel étoit suspendue l'horloge, j'abaissai subitement ma canne lorsque je vis que le bord précédent du Soleil arriva à la ligne verticale, & laissai ainsi marcher la pendule; j'avois auparavant mis toutes les aiguilles en haut, c'est-à-dire, celle des heures sur midi, & les deux autres sur 60, ensuite après que deux minutes furent passées, je commençai à compter les secondes, & à la 22<sup>me</sup> seconde le bord subsequnt arriva au méridien; mais cependant un peu plus tard que le battement de la 22<sup>me</sup> seconde, c'est-à-dire, qu'il me parut que le coup avoit frappé mon oreille un instant avant que le Soleil fût entierement passé; cela me fit recommencer l'observation,

&c



& je trouvai encore la même chose, il me parut que le dernier battement de la pendule avoit précédé l'arrivée du bord oriental du Soleil d'environ un battement de ma montre, qui est de 12 tierces : mais j'en compris bientôt la raison, c'est que lorsque la pendule fait ce bruit qui sert à compter les secondes, c'est lorsque la dent ou la palette de l'axe échappe de la roue de rencontre : mais la vibration n'est pas encore entièrement achevée, & le balancier ou pendule continue encore un instant à monter, de sorte qu'en laissant ainsi tomber le balancier, je comptois une seconde lorsque j'entendois le premier coup, & il n'y avoit pas tout à fait une seconde de passée, de sorte que cette petite erreur se retrouvoit au dernier battement. Je résolus donc de m'y prendre d'une autre manière les jours suivans ; car l'on sçait que le Soleil ne change pas si vite de grandeur de diametre, sur-tout proche du périée ou de l'apogée. J'essayai donc de faire enforte d'attrapper l'arrivée de l'image du Soleil à la ligne verticale dans l'instant que la pendule batteroit, & pour cela je reculois un peu la lunette, lorsque la chose ne réussissoit pas comme je le désirois, & à force de tâtonnemens, j'arrivai enfin à ce que je désirois ; je trouvai enfin une situation de la lunette telle que le bord du soleil arriva lorsque la pendule battoit, & je comptai alors *zero*, ensuite *un*, *deux*, &c. jusqu'à ce que je pûsse voir à la pendule quelle seconde il étoit, & je l'écrivis ; ensuite continuant à compter les secondes telles que les marquoit la pendule, je suivis attentivement le disque du Soleil, & il acheva de passer lorsque la pendule battoit la 22<sup>me</sup> seconde après deux minutes ; ce que j'ai encore répété deux autres fois les jours suivans, sans trouver la moindre différence. J'avois déjà trouvé les années précédentes que le diametre du Soleil étoit 2' 22" à passer au méridien en périée : mais je n'avois pas fait cette observation ni avec d'aussi longues lunettes, ni avec tant de précaution que cette année ; c'est pourquoi je ne me tenois pas assuré de ce que j'avois observé. J'avois mis un diaphragme de carton sur l'objectif, qui n'avoit que 18 lignes d'ouverture, quoique l'ouverture

ordinaire que je donne à ce verre soit de 2 pouces & demi, ce que j'avois fait, afin d'avoir une image mieux terminée, l'image du Soleil étant d'ailleurs toujours assez lumineuse.

*Calcul du Diametre du Soleil, tiré de cette  
Observation.*

Il n'est donc plus question présentement que de déduire de l'observation précédente, le véritable diametre du Soleil par un calcul exact. C'est ce que je vais donner tout au long, à cause de la différence qui se trouve entre mon calcul & celui de quelques Astronomes.

L'anomalie moyenne du Soleil, le 30 Décembre à midi, se trouve par mes tables qui sont insérées dans les Mémoires de l'Académie de 1720, de  $6^s\ 0^d\ 18'\ 12''\ 26'''$ .

Pour avoir l'anomalie vraie correspondante indépendamment des tables, on fera cette analogie.

Comme le carré de la distance du Soleil à la terre en périgée, qui est 9668, 95606, 17225, au carré du rayon du cercle moyen, 9998607, 0000000, qui est le rectangle sous les deux demi-axes de l'ellipse.

Ainsi  $18'\ 12''\ 26'''$ , ou  $65546'''$  d'anomalie moyenne a un 4<sup>n<sup>e</sup></sup> terme qui sera de  $67780'''$ , ou de  $18'\ 49''\ 40'''$ .

L'anomalie vraie sera donc de  $180^d\ 18'\ 49''\ 40'''$ .

A quoi ajoutant la longitude de l'apogée, qui est  $98^d\ 16'\ 22''$ .

On aura le vrai lieu du Soleil de  $9^s\ 8^d\ 35'\ 11''\ 40'''$ .

La distance du Soleil au plus proche équinoxe sera donc de  $81^d\ 24'\ 48''\ 20'''$ .

Et la déclinaison du Soleil sera de  $23^d\ 11'\ 38''\ 17'''$ , dont le complément est  $66^d\ 48'\ 21''\ 43'''$ .

Dont le sinus en nombres ordinaires est 91917, 68103.

Le moyen mouvement du Soleil en longitude qui convient à  $2'\ 22''$  de tems, est de  $5''\ 54'''$ , ou de  $354'''$ . Et le vrai mouvement dans la même raison que ci-dessus, sera de  $6''\ 6'''$ , ou de  $366'''$ .

La distance du Soleil à l'équinoxe sera donc pour lors,

c'est-à-dire, à  $12^h 2' 22''$ , de  $81^d 24' 42'' 14'''$ .

Il faut à présent trouver l'ascension droite du soleil pour ces deux instans, sçavoir pour midi & pour  $12^h 2' 22''$ , en faisant ces deux analogies.

Comme le sinus total

Au sinus complément de l'obliquité de l'écliptique de  $23^d 28' 21''$ , qui est en logarithmes 9, 96248, 83618.

Ainsi la tangente de  $81^d 24' 42'' 14'''$ . 10, 82094, 72769.

A la tangente de l'argument de l'ascension droite, 10, 78343, 56387, qui fera d'un arc de  $80^d 39' 0'' 17'''$ .

Ensuite, comme le sinus total

Au sinus complément  $23^d 28' 21''$ . 9, 96248, 83618.

Ainsi la tangente de  $81^d 24' 48'' 20'''$ . 10, 82103, 42633.

A la tangente de l'argument de l'ascension droite, 10, 78352, 26251, qui fera de  $80^d 39' 6'' 55'''$ .

Prenant la différence de ces deux argumens, l'on aura  $6'' 38'''$ .

Pour avoir à présent l'arc du parallele du Soleil, qui a passé par le méridien en  $2' 22''$  de tems, il faut dire : Si en  $23^h 56' 3'' 27'''$ , ou en  $5169807'''$ , il passe 360 degrés ou  $77760000'''$ .

En  $2' 22''$ , ou en  $8520'''$ , que passe-t-il?

On trouvera . . . . .  $128151'''$ , ou  $35' 35'' 51'''$   
dont il faut ôter ce qu'on vient de trouver . . .  $6 38$

& l'on aura pour reste . . . . .  $35 29 13$   
pour l'arc du parallele qu'occupoit le diametre du Soleil.

Il faut à présent réduire cet arc en minutes & en secondes de grand cercle, en faisant

Comme le sinus total

Au sinus complément de la déclinaison du Soleil qui étoit de  $66^d 48' 21'' 43'''$ . 91917, 68103.

Ainsi  $35' 29'' 13'''$ . ou  $127753'''$ .

A un 4<sup>me</sup> terme,  $117427'''$ . ou  $32' 37'' 7'''$ , qui fera



le vrai diametre du Soleil en périgée, & le demi-diametre par conséquent sera de  $16' 18'' 33'''$ .

Si l'on se contentoit de réduire l'arc du parallele où étoit le Soleil qui a passé par le méridien en  $2' 22''$  de tems qu'on vient de trouver de  $35' 35'' 51'''$  en minutes & en secondes de grand cercle, sans en rabattre le chemin qu'a fait le Soleil en ascension droite pendant ce tems-là par son mouvement propre, on trouveroit effectivement que le diametre du Soleil seroit de  $32' 43'' 13'''$  comme le donne M. de la Hire: mais ce calcul n'est pas exact, puisque sans le mouvement propre du Soleil, son diametre n'auroit pas été  $2' 22''$  à passer mais quelque chose de moins.

Mais le diametre que nous venons de trouver, est le diametre horifontal, & comme celui dont on a le plus souvent à faire est le diametre vertical, toujours plus petit que l'horifontal, puisque c'est le demi-diametre vertical qu'il faut ajouter à la hauteur du bord inferieur du Soleil, pour avoir la hauteur apparente du centre, ou qu'il faut ôter de la hauteur du bord superieur; il faut présentement sçavoir de combien ce diametre vertical est diminué par la réfraction: on peut le diminuer de la moitié de la différence des réfractions qui conviennent à un degré de la hauteur où est le Soleil, de sorte que la grandeur de ce diametre est variable, & change selon les hauteurs où est le Soleil, au lieu que le diametre horifontal ne change que quand la distance du Soleil à la terre change.

Par exemple, puisque l'on a trouvé que la déclinaison du Soleil, le 30 Decembre 1722, étoit de . .  $23^{\circ} 11' 38''$  & que la hauteur de l'équateur y est de . . .  $42 \quad 5 \quad 48$

il s'ensuit que la hauteur merid. du Soleil étoit  $18 \quad 54 \quad 10$ . Or la différence de la réfraction qui convient à  $18^{\circ} 54'$  & à  $19^{\circ} 54'$  étant d'environ  $10''$ , cette différence pour  $33'$  est de  $5'' \frac{1}{2}$  environ qu'il faut ôter du diametre horifontal du Soleil pour avoir le vertical qui sera de  $32' 31'' 37'''$ , ou de  $32' 32''$ .

Pour vérifier par observation si le diamètre vertical du Soleil étoit tel que les réfractions viennent de nous le donner, j'ai observé un autre jour avec une lunette de sept pieds de foyer où il y a un micrometre, combien de temps le Soleil étoit à passer au méridien, c'est-à-dire, à traverser un des fils du micrometre que j'avois mis dans une situation verticale par le moyen d'un niveau, que j'avois appuyé sur le bord du micrometre, que je sçavois être perpendiculaire aux fils; & ayant trouvé encore que le diamètre du Soleil étoit  $2' 22''$  à passer, je retournai la lunette de maniere que les fils étoient horisontaux, & je les ouvris jusqu'à ce que je visse qu'ils comprenoient exactement le diamètre vertical du Soleil; & ayant remis la lunette dans la premiere situation, de maniere que le bord occidental du Soleil étoit encore un peu éloigné du premier fil, je tins ma montre arrêtée jusqu'à ce que ce bord touchât le premier fil, & je la laissai marcher dans l'instant qu'il y arriva: & ayant fait l'observation comme ci-dessus, je trouvai que le diamètre du Soleil, ou plutôt que le bord occidental ne fut à traverser l'espace qui avoit compris le diamètre vertical, que  $2' 21''$  & 3 battemens, c'est-à-dire, qu'il parcourut cet espace en 2 battemens, ou en  $24'''$  de tems de moins que le diamètre horisontal n'avoit été à passer. Or puisqu'en  $2' 22''$  de tems ou en 710 battemens de ma montre, il avoit passé  $117427'''$  de degré de grand cercle, en 2 battemens qu'auroit-il passé? on trouvera qu'il auroit passé  $5' 31'''$ , donc le diamètre vertical étoit plus petit que l'horisontal de cette quantité; ainsi ce diamètre vertical n'étoit alors que de  $32' 31'' 36'''$ , & le demi-diametre n'étoit que de  $16' 15'' 43'''$ , ce qui est exactement conforme à ce que nous avons trouvé par la table des réfractions.

J'ai voulu encore m'assurer de la grandeur du diamètre vertical du Soleil, en mesurant sur le terrain une base de 210 toises, ce que j'ai fait sur un terrain fort uni, en faisant un alignement avec des jallons que j'avois fait planter de 10 toises en 10 toises, afin d'aller droit en mesurant, & j'ai pris deux toises que je mettois l'une au bout de l'autre en mettant

le pied sur une avant que de lever l'autre, & j'ai fais mettre à un bout de cette base deux cordons de fil blanc, semblables à ceux dont on se sert pour tirer les rideaux de fenêtre; j'ai suspendu à chacun de ces cordons un poids, & les ai éloignés l'un de l'autre de deux toises moins 11 lignes, ou de 11 pieds 11 pouces une ligne, qui font 1717 lignes. j'ai eu soin de les suspendre aux deux extrémités d'une perpendiculaire à la base, & ayant placé ma lunette à l'autre extrémité de cette base, j'ai trouvé que les fils de la lunette cachotent précisément les deux cordons. Le calcul étant fait, j'ai trouvé que l'angle que ces mêmes cordons faisoient à l'objectif de la lunette, étoit de  $32^{\circ} 31' 58'' \frac{1}{2}$  pour le diamètre vertical du Soleil. C'étoit le 8 Janvier que j'observai le Soleil pour cette observation.

Enfin, le 20 Janvier j'ai mesuré avec le micrometre de mon quart de cercle le diamètre vertical du Soleil, j'ai ensuite mesuré dans mon jardin, dans une allée fort unie & sablée, tout le long d'un mur une base de 95 toises, & j'ai suspendu à une extrémité de cette base un cordon blanc avec un poids au bas, & ai mis deux cartes à jouer, l'une au bas à l'endroit qui se trouvoit de niveau avec l'œil, & l'autre au haut, & j'ai mesuré à quelle distance elles se sont trouvées l'une de l'autre, quand leurs extrémités supérieures se sont trouvées rasées par les deux fils du micrometre qui comprenoient ce même jour le diamètre vertical du Soleil; j'ai trouvé que les extrémités supérieures de ces deux cartes étoient éloignées l'une de l'autre de 5 pieds 56 lignes  $\frac{2}{3}$ , ou de 776 lignes  $\frac{2}{3}$ , ce qui m'a donné un angle de  $32^{\circ} 31'$ , comme le calcul des tables m'a aussi donné. Au reste on peut faire le calcul du diamètre horizontal du soleil, lorsqu'on a le tems de son passage par le méridien, d'une maniere beaucoup plus courte que celle que j'ai pratiquée ici, & qui revient à peu près au même, c'est de réduire le tems du passage en minutes & en secondes de degré à raison de 15" par heure; ainsi dans cet exemple, puisque l'on a  $2^{\circ} 22''$  de tems, on trouvera que cela vaut un arc du parallele où est le Soleil, de  $35^{\circ} 30''$ ,



qu'il faut réduire en minutes de grand cercle par la même analogie que ci-dessus, & l'on aura un arc de  $32' 38''$  environ, ce qui ne diffère que d'une seconde de celui que nous avons trouvé par l'autre méthode. Mais j'étois bien-aîsé de n'avoir aucun scrupule sur cet article, & d'en faire le calcul dans toute la précision possible.

Selon ma théorie du Soleil le diamètre horizontal en apogée sera suivant cette observation de  $31' 32'' 50'''$ , & le demi-diamètre de  $15' 46'' 25'''$ .

Et le diamètre dans les moyennes distances est de  $32' 4'' 36'''$ , & le demi-diamètre de  $16' 2'' 18'''$ .

Car les sinus des demi-diamètre du Soleil sont entr'eux en raison réciproque des distances du Soleil à la terre.

J'ai voulu aussi essayer la méthode qui est proposée dans un livre des anciens Mémoires de l'Académie, in-folio, imprimé en 1693, dont il paroît que feu M. Cassini s'est servi pour faire sa table des diamètres du Soleil, qui est de mesurer la distance qui étoit entre les fils qui comprenoient le diamètre vertical du Soleil à son passage par le méridien, au foyer d'une lunette d'environ 7 pieds, qui est la longueur ordinaire des lunettes où l'on applique le micromètre. Comme cette lunette n'a pas tout-à-fait 7 pieds de foyer, & que j'ai trouvé qu'il s'en falloit 5 ou 6 lignes, j'avois mis les fils précisément à 1000 lignes de l'objectif, ou plutôt d'un point dans le verre plus proche du centre d'un tiers de l'épaisseur du verre, afin d'avoir exactement 1000 lignes de foyer ou de sinus total, alors l'intervalle qui étoit entre les fils, étoit la tangente de l'angle du diamètre du Soleil, ce qui étoit commode pour le calcul: mais ayant retiré le micromètre de la lunette pour l'appliquer sur une échelle de parties égales où la ligne est divisée en 100 parties, par le moyen des transversales, j'ai reconnu que je ne pouvois pas arriver par cette méthode, à beaucoup près, à la même précision que j'avois eue par les deux autres, à cause de la difficulté qu'il y a de mesurer de si petites quantités, qu'il auroit été nécessaire d'apercevoir pour cela, puisque je ne pouvois pas m'assurer de

la distance des fils qu'à la 25<sup>me</sup> partie d'une ligne près, encore faut-il supposer que l'échelle soit parfaitement bien divisée; or l'on peut voir dans les tables de Sinus de Pitiscus, in-folio, où le premier & le dernier degré ont tous leurs Sinus de secondes en secondes, que la différence des Sinus à 32 minutes pour une seconde de degré, ne monte qu'à 48 parties pour un rayon de 100000, 00 de parties. Donc pour un rayon de 1000 lignes cette différence ne seroit pas la 200<sup>me</sup> partie d'une ligne, & qu'ainsi toute la précision qu'on pourroit obtenir par cette méthode seroit d'avoir les diametres du Soleil à 8 ou 9 secondes près. Je sçai bien qu'avec un microscope on pourroit aisément appercevoir  $\frac{1}{10}$  de ligne: mais il faudroit en même tems que l'échelle eût été divisée avec le même microscope, sans quoi on n'en seroit pas plus avancé.

Il ne sera peut-être pas inutile d'avertir ici d'une légère méprise qu'il y a dans le Livre de l'Académie, au même endroit, où il est traité des diametres du Soleil: c'est qu'il y est dit qu'il faut prendre la longueur du foyer de la lunette, depuis les fils jusqu'à un point qui est dans le verre objectif, éloigné de la surface extérieure de ce verre d'un tiers de l'épaisseur de ce verre, à compter de la surface tournée vers l'objet; au lieu que c'est à compter de la surface intérieure, qui est du côté de l'œil: cela s'entend dans les objectifs également convexes des deux côtés, comme sont presque toutes les lunettes. La démonstration de ce que j'avance là est dans la Dioptrique de M. Hartsoëker.

Il y a encore plusieurs attentions à avoir quand on se sert du micrometre, que le fréquent usage que j'en ai fait m'a appris; car je m'en sers tous les jours à prendre les hauteurs méridiennes du Soleil ou des autres astres, ne me servant jamais des transversales qui sont sur le limbe de mon quart de cercle, que quand je n'ai pas le loisir de placer le cheveu sur un des points qui sont au bas de ces transversales, & je prens le surplus par le moyen du micrometre: mais on doit avoir une attention particuliere à ne pas aller & revenir, sans quoi on ne manquera pas de compter trop ou trop peu, je  
veux

veux dire que quand on veut prendre la hauteur méridienne du bord supérieur du soleil, par exemple, qui est celui qui paroît l'inférieur dans la lunette, si l'on abaisse le filet mobile pour arriver jusqu'au bord du Soleil, il ne faut pas se contenter de le pousser jusqu'à ce qu'il rase exactement ce bord, sans quoi on compteroit du moins la dixieme partie d'un tour de vis de trop, ce qui vaut dans la lunette de mon quart de cercle environ 16 secondes de degré: mais il faut faire descendre ce fil un peu au-delà du bord du Soleil, & ensuite le ramener, jusqu'à ce qu'il le rase exactement; & même s'il arrive qu'en le ramenant on lui fasse faire trop de chemin, & qu'on voye qu'il morde un peu sur le disque, il faut encore le rabaisser un peu au-delà du bord, afin de le faire revenir précisément jusqu'au bord, & ensuite on comptera combien il faut lui faire faire de tours & de parties de tour pour qu'il rejoigne le filet fixe: en voici la raison, c'est qu'il y a dans toutes les vis un jeu inévitable, qui fait que quand on fait avancer cette vis dans un sens, & qu'ensuite on la retire pour la faire aller en sens contraire, cette vis ne fait rien pendant quelque tems; & j'ai remarqué que dans celle de mon quart de cercle ce chemin est de 10 parties, ou de la dixieme partie d'un tour, ce qui vaut environ 16 secondes, de sorte que si l'on tenoit compte de ce mouvement, on compteroit 16 secondes de trop, car la vis ne fait ni avancer ni reculer le filet mobile pendant qu'elle fait ce chemin, quoique l'érou soit fendu, & fasse ressort pour passer toujours la vis d'égale force, d'où il suit qu'il est essentiel aux micrometres que le filet mobile puisse passer au-delà & au-deça du filet fixe, afin de ne commencer à compter que de l'instant de leur jonction, & ceux dont les fils ne font que se toucher jettent nécessairement dans l'erreur, puisqu'on est obligé d'aller & de revenir sur ses pas. Outre cela, il est encore nécessaire que les fils ne puissent pas perdre leur parallélisme en s'éloignant l'un de l'autre, c'est la plus grande imperfection que puisse avoir cet instrument, & pour l'éviter, il faut que le filet mobile soit attaché à un chassis qui glisse dans deux rainures ou coulisses



18 [MEMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE  
qui l'empêchent de pouvoir s'incliner en aucune façon. Ceux  
dont les branches ne sont attachées que par un bout sont su-  
jets à s'incliner par l'autre bout, & ainsi doivent être rejetés  
de l'usage.

---

## M E M O I R E

S U R

### L'ACTION DES MUSCLES,

*Dans lequel on tâche de satisfaire, par des voies simples  
& purement mécaniques, aux difficultés proposées  
par M. Winslow dans son Mémoire de 1720.*

Par M. DE MOLIERES.

I.

15. Janv.  
1724.

**L**ES Auteurs qui ont entrepris d'expliquer mécaniquement l'action des muscles, l'ont fait par le moyen d'une quantité considérable soit d'esprit animaux, soit d'air, soit de sang, qui s'introduisant dans la capacité du muscle, soit par *effusion*, ou par *fermentation*, ou par *explosion*, ou par *effervescence*, produisoit sa contraction en augmentant son volume, & qui, sortant du muscle, lui procuroit son relâchement.

Mais tous ces divers moyens ont paru à M. Winslow si peu convenables à rendre raison de la *détermination* des mouvemens des muscles, de la *durée déterminée* de ces mouvemens, de l'*augmentation* ou la *diminution déterminée* de cette durée, enfin de la *promptitude* ou *vitesse surprenante* du changement de quelques-unes de ces déterminations, que cet Auteur judicieux n'hésite pas d'avancer qu'il n'y a aucun des *systèmes* qui ayent été proposés jusqu'à présent qui puisse les dénoter, ni même qui puisse s'accorder, ou *subsister*, ce sont ses termes, avec ces phénomènes bien considérés ensemble\*.

\* Mem. de  
l'Ac. 1720.

» Car, ajoute-t-il, quel exemple d'explosion, de fermentation ou d'effervescence y a-t-il dans la nature ou dans l'art, » dont on puisse régler ou déterminer la durée, l'étendue, ou » la promptitude, ou vitesse, au degré que l'on voudra : ou que » l'on puisse susciter dans un instant, & faire cesser dans un » autre, à un certain degré, pour pouvoir s'en servir à régler » ou déterminer quelque mouvement artificiel.

Rien, en effet, ne paroît plus difficile à allier que des mouvemens si souples & si soumis aux moindres ordres de notre volonté, avec des causes dont les effets ne peuvent être qu'irréguliers. Mais comme il y a toute apparence que ces *effusions*, ces *fermentations*, ces *explosions*, ces *effervescences* ne subsistent que dans l'imagination des Auteurs qui se sont trop facilement persuadés, qu'il étoit absolument nécessaire, pour expliquer physiquement la contraction du muscle, d'introduire dans sa capacité une matiere capable de produire par son volume cette contraction, il arrivera peut-être qu'après qu'on aura réduit la cause de cet effet à ses justes limites, il sera plus facile de parvenir à rendre raison des phénomènes que cet habile Anatomiste a observés avec tant de précision.

## II.

Le *muscle* est l'organe du mouvement de nos membres. Il est ordinairement composé de trois parties du ventre, & des extrémités qu'on nomme *tendons*, par lesquels le muscle est attaché aux os des parties mobiles.

Le ventre du muscle est enveloppé d'une membrane, & toute sa substance se distribue en plusieurs parties longues & menues qui s'étendent d'un tendon à l'autre : nous les nommerons *fibres motrices*.

La fibre motrice se distribue encore selon sa longueur en plusieurs petites fibres qu'on nomme *charnues*, & ces fibres sont entrelacées de petits rameaux de veines & d'arteres qui entrent incontestablement dans la composition de la fibre charnue, puisqu'on ne sçauroit piquer le muscle en quelque endroit que ce soit qu'il n'en sorte du sang.

Lorsqu'on tente de séparer les unes des autres, les fibres mo-

trices d'un muscle fraîchement arraché du corps d'un animal ; on les trouve très-adherentes les unes aux autres selon toute leur longueur : mais , lorsqu'on a fait bouillir le muscle , les fibres motrices se séparent aisément les unes des autres , & l'on voit en même tems que ce qui les tenoit si fortement liées avant cette préparation , sont de petits filets très-minces qui les croisent en une infinité d'endroits : nous les nommons fibres *transversales*.

Or quoiqu'il puisse très-bien se faire que la plupart de ces dernieres fibres qui croisent les fibres motrices soient du même genre que les fibres charnues longitudinales dont nous avons déjà parlé , ou même de petits rameaux de veines & d'arteres , on a cependant tout lieu de présumer qu'il y a parmi ces vaisseaux transversaux un grand nombre de fibres du nerf que le muscle reçoit constamment ; car le nerf , & par conséquent ses fibres contribuent si incontestablement à l'action du muscle dans lequel elles s'inferent , que lorsqu'on coupe ou qu'on lie étroitement ce nerf , & que par ce moyen on interrompt le cours du suc nerveux , ou des esprits animaux , dont ces fibres sont remplies ; ou plus généralement lorsqu'on interrompt l'action que les fibres de ce nerf reçoivent du cerveau , ou de leur origine , le muscle cesse aussi-tôt d'agir , & la partie à laquelle il est attaché devient paralytique.

La même chose arrive lorsqu'on coupe l'artere qui aboutit à un muscle , ou qu'on la lie fortement , & que par ce moyen on interrompt le cours du sang qui entre dans le muscle , ce qui montre évidemment que l'action des fibres nerveuses qui s'inferent dans toute la substance du muscle , & le cours du sang dans les arteres , sont des causes nécessaires à son action. Car quoiqu'il arrive , ainsi que l'expérience le montre , qu'un muscle fraîchement arraché du corps d'un animal continue d'agir pendant quelque tems par la forte disposition qu'il a acquise , déterminée par quelques causes extérieures , comme on voit qu'il perd ce mouvement en fort peu de tems , ce phénomène ne peut détruire en aucune sorte , & devient même une confirmation de la preuve que la rupture , ou la forte



ligature, du nerf qui s'insere dans le muscle nous fournit : que leurs actions sont essentielles à celle du muscle. Car c'est tout comme si l'on vouloit dire que le poids qui fait aller une pendule n'est pas nécessaire à son mouvement, sous prétexte que le soulevant avec la main la pendule ne laisse pas d'aller encore quelque tems par le mouvement que sa lentille a acquis, & que le vent peut lui conserver quelque tems, ce qui seroit certainement ridicule.

### III.

Ces observations supposées, on voit par l'inspection de la Fig. 1. que pour élever la main, par exemple, & fléchir le coude autant qu'il est possible, il ne s'agit, comme M. Stenon l'a très-bien remarqué, que de concevoir comment chaque fibre motrice du muscle *ABCD* qui sert à ce mouvement, peut s'accourcir du quart de sa longueur, ce qui est plus que suffisant pour tout expliquer : mais c'est ce dont cet Auteur n'a pas entrepris de nous développer la cause.

M. Borelli, au sentiment duquel la plupart des Anatomistes qui l'ont suivi, semblent avoir applaudi, a jugé qu'il étoit impossible que cet accourcissement se fit autrement que par le moyen d'une matiere étrangere, qui s'insinuant dans la capacité du muscle, augmentât son volume, ce qui a ensuite donné lieu aux explosions, aux fermentations & aux effervescences.

Mais comme l'on voit que les fibres motrices ont une disposition à se rider, ou à se replier en ziczac, ( Fig. 2. ) il est facile de concevoir qu'absolument parlant, le bout inférieur de ces fibres peut s'approcher du supérieur, comme on le voit Fig. 3. sans qu'il soit besoin de concevoir autre chose, sinon que le ventre du muscle se durcira de plus en plus en acquérant en largeur l'espace qu'il perd en longueur, sans qu'il soit nécessaire qu'il occupe en se contractant un plus grand volume que celui qu'il occupe dans son relâchement, ce que l'expérience confirme.

Or la cause de ce repliement des fibres motrices, sans le secours d'un volume abondant de matiere étrangere qui gonfle le muscle, n'est pas si impossible qu'on a bien voulu se le per-

suader ; & je m'assûre que si la prévention de cette prétendue impossibilité n'avoit pas trop préoccupé l'esprit de nos Anatomistes, le cours de leurs réflexions les auroit facilement conduits à la découverte de cette cause.

## I V.

L'action des fibres nerveuses & le cours du sang dans les arteres étant , comme nous l'avons déjà dit , des causes de la contraction du muscle incontestablement indiquées par l'expérience , nous devons examiner avec soin , avant que d'avoir recours à d'autres moyens , si leur combinaison ne peut pas seule nous fournir ce que nous demandons.

M. Sauvri ayant considéré l'entrelacement des fibres nerveuses avec les autres vaisseaux dont les fibres motrices sont composées , mais préoccupé comme tous les autres que l'augmentation du volume du muscle étoit absolument nécessaire à sa contraction , avoit pensé , ce qui est bien facile à concevoir , que l'extrémité *Q* ( *Fig. 4.* ) de chaque artere *PQ* qui serpente dans le muscle étoit entortillée d'une fibre nerveuse *NRST*, dont les extrémités *N*, *T*, adhérentes aux autres parties du muscle pouvoient être considérées comme fixes , & que cette fibre venant à se tendre , resserroit nécessairement l'orifice *Q* de l'artere , & faisoit que le cours du sang qui vient sans cesse du côté du cœur , n'ayant plus un passage aussi libre que de coutume pour entrer dans la veine , étoit retenu dans l'artere , laquelle se gonflant par ce moyen , fournissoit au muscle la quantité de matiere qu'il jugeoit être nécessaire à sa contraction.

Mais outre qu'il est presque impossible de concevoir jusqu'à quel point l'élargissement de l'artere devoit être porté pour fournir le volume convenable à cette contraction , d'autant plus que les veines qui se vident exigent avant toutes choses que le sang que les arteres reçoivent supplée à son défaut , & qu'il est difficile que les membranes dures de ces vaisseaux élastiques puissent souffrir une telle dilatation : outre qu'il est impossible que le sang qui vient du cœur dans les arteres , & dont le mouvement est si lent en comparaison de la promp-

titude avec laquelle nos muscles se contractent quelquefois, lorsque nous joignons des instrumens, ou que nous prononçons quelques mots, puisse remplir les arteres, & en être chassé alternativement un grand nombre de fois pendant un seul battement du cœur : outre tous ces inconvéniens, dis-je, il est visible que cet amas de sang peut moins répondre qu'aucune autre matiere aux observations de M. Winslow. Car si l'inspection confuse de ces phénomènes a porté les Anatomistes à avoir recours à une explosion à peu-près semblable à celle de la poudre à canon pour répondre à la promptitude des changemens de détermination qui arrivent aux muscles dans un tems presque indivisible, il n'est pas trop convenable de faire dépendre le même effet d'une cause dont l'opération est indéfiniment plus lente. On ne peut encore un coup prononcer un mot qu'il ne se fasse plusieurs contractions d'un même muscle, & l'on prononce plusieurs mots pendant un battement d'artere ; ce n'est donc pas le sang qui vient du cœur à pas compté, pour ainsi dire, qui gonfle ces muscles à chacune de leurs contractions.

## V.

Mais puisqu'il n'est ici question que de l'accourcissement des fibres charnues, & qu'il ne paroît pas que le muscle occupe en se contractant un plus grand volume que lorsqu'il est dans son état naturel ; qu'il paroît même qu'il se resserre de plus en plus en tous sens à mesure qu'il se contracte avec plus de force, puisque dans ces circonstances il se durcit considérablement ; n'ayons attention qu'à l'accourcissement de ses fibres, & éloignons le plus que nous pourrons ce volume étranger de matiere qui nuit si fort à l'intelligence des phénomènes que nous avons en vûe.

Pour y parvenir, nous supposérons avec M. Sauvri que l'action des fibres nerveuses, nécessaire au mouvement des muscles, consiste toute entiere à se tendre tant soit peu pendant leur contraction, & à se détendre pendant leur relâchement : soit que cette tension procede des esprits animaux qui remplissent ces fibres avec plus d'abondance que de cou-



tume dans le tems de la contraction, & que par ce moyen ils leur fassent perdre en longueur ce qu'elles acquierent en largeur, ou que la même chose arrive par toute autre voie imaginable.

Les fibres nerveuses n'étant pas seulement répandues aux extrémités, mais dans toutes les parties du muscle, nous penserons que ces fibres exercent leur action de distance en distance dans toute la longueur des arteres, de la même maniere que M. Tavvri l'a supposé à l'extrémité de chaque artere, comme on le voit *Fig. 5.* & que la tension unanime de ces fibres contraint l'artere de se transformer en une espece de chapelet, ainsi qu'il paroît *Fig. 6.* Et si l'on conçoit que la hauteur des petits cylindres de l'artere compris entre chaque ligature, est un peu plus long que le diametre de leur base, & que l'artere dont les membranes sont souples & élastiques peut quelque peu s'élargir, ce qui ne renferme aucune difficulté; on concevra en même tems que le sang contenu dans chacun de ces cylindres, dont la capacité est d'un tiers plus grande que celle d'une sphere de même diametre, contraindra les vésicules dans lesquelles l'artere se transforme, à prendre la figure ronde, & à faire que son diametre perpendiculaire devienne d'autant plus court qu'il pourra être plus long que son diametre horisontal: d'où il suit enfin que l'extrémité inférieure de l'artere, sans que ce vaisseau recoive plus de sang qu'il n'en contient ordinairement, s'approchera d'autant plus considérablement de la supérieure, que les petites vésicules dans lesquelles l'artere se transforme par ce moyen, approcheront plus de la forme sphérique.

Or les fibres charnues & les autres vaisseaux dont les fibres motrices sont composées, étant attachés par une infinité d'endroits à la superficie extérieure de l'artere selon toute sa longueur, l'artere ne pourra ainsi s'accourcir que ces vaisseaux ne se rident, ou qu'ils ne se replient, & que par conséquent la fibre motrice ne s'accourcisse dans la même proportion que l'artere, & qu'elle n'acquiere en épaisseur le volume qu'elle perd en longueur: d'où s'ensuit enfin la contraction du muscle

de sans le secours d'aucune matiere étrangere qui ne peut que nuire à ses fonctions. Ce n'est pas que nous prétendions exclure absolument par là toute introduction de nouvelle matiere dans le muscle, ni que son mouvement puisse se faire autrement que par impulsion : mais seulement que la quantité de matiere que nous serons obligés d'y introduire sera si petite, qu'elle ne contribuera pas sensiblement par son volume à la contraction du muscle.

Pour connoître d'abord combien peu il est nécessaire que chaque fibre motrice s'accourcisse pour que l'extrémité inférieure  $B$  d'un muscle s'approche de la supérieure  $A$  du quart de sa longueur  $AB$ , (*Fig. 7.*) il n'y a qu'à considérer que quoique les muscles n'aient pas une figure telle que nous la représentons ici, ils en ont cependant toujours une équivalente & exactement proportionnée à l'effet pour lequel ils ont été construits. Supposons donc qu'un muscle ait dans son relâchement la figure rhomboïde oblique  $ABCD$ , si dans sa contraction ses fibres ne faisoient que s'accourcir sans s'épaissir de la longueur  $CG$ , par exemple, ou  $BI$ , l'extrémité  $B$  du muscle ne monteroit qu'en  $I$  : que si la fibre s'épaississoit sans s'accourcir, alors le muscle changeroit sa figure oblongue  $ABCD$  en une autre qui approcheroit de plus en plus de la rectangulaire  $AECF$ , & son extrémité  $B$  se transporteroit en  $E$  : mais elle se transportera en  $H$ , si en même tems que ses fibres s'accourcissent, elles s'épaississent, ainsi qu'il arrive effectivement, puisque l'expérience nous apprend que le muscle acquiert en largeur le volume qu'il perd en longueur, ce qu'il ne peut faire que sa forme oblique  $ABCD$  n'approche de plus en plus de la droite  $AHGF$ . D'où il suit que l'accourcissement du muscle est comme en raison composée de l'accourcissement de ses fibres & de leur épaississement, & qu'il suffit que la fibre s'accourcisse du huitieme de sa longueur pour que le muscle s'accourcisse du quart. La même chose arrivera, si le muscle est cylindrique, comme on le voit par la *Fig. 8.* Si les fibres  $AC$ ,  $DB$ , s'accourcissoient seulement de la quantité  $EC$ ,  $IB$ , sans s'épaissir, la base  $CB$

du muscle ne monteroit qu'en  $EI$ : mais si elles s'épaississent en même proportion qu'elles s'accourcissent, la base  $CB$  montera en  $GH$ , quoique chaque fibre ne se soit accourcie: que de la quantité  $CE$  ou  $BI$ .

## VI.

Mais quoique cette premiere vûe nous fournisse déjà un moyen mécanique propre à rendre raison de la contraction totale du muscle sans employer le secours d'aucune matiere étrangere qui y contribue par son volume, on remarque dans les vaisseaux, dont le muscle est composé, une disposition en ziczac, qui peut encore diminuer indéfiniment l'effort qu'il faut nécessairement attribuer à la fibre nerveuse, pour contraindre l'artere à se transformer en vésicules sphériques.

Les fibres motrices & par conséquent les arteres qu'elles contiennent, formant donc alternativement plusieurs angles  $A, B, C, D$ , &c. (*Fig. 9.*) qui dans la situation ordinaire du muscle sont très obtus ou peu fermés, les fibres nerveuses qui dans la contraction du muscle rétrécissent l'artere dans les sommets de ces angles, les contraindront de se fermer, & feront que le bout inférieur de l'artere s'approchera beaucoup plus du supérieur qu'il n'auroit fait en se transformant en vésicules sphériques, sans qu'il soit besoin qu'elle perde beaucoup de sa longueur.

En effet, on voit par les figures 9 & 10, que le côté  $M$  de l'artere  $ABC$  qui est dans l'angle rentrant, a bien plus de disposition à s'approcher du côté  $B$ , que le côté  $B$ , (que l'on peut supposer être appuyé contre une des fibres charnues  $KL$ , que la fibre nerveuse  $BM$  embrasse, ensemble avec l'artere) n'a de disposition à s'approcher de  $M$ . Or le point  $M$  ne peut s'approcher de  $B$  par l'action de la fibre nerveuse, qui comprimera l'artere en cet endroit, & la réduira en deux vésicules ovales, que le point  $C$  ne fasse l'arc ou la bascule, & qu'il ne s'approche par ce moyen très-considérablement du point  $A$ , ainsi qu'on le voit *Fig. 10.* Et quoique l'effort par lequel le point  $C$  s'approche par ce moyen du point  $A$  soit très-foible, on sent bien pourtant qu'un nombre indéfini de



pareils efforts joints ensemble, sont capables de produire une force assez considérable dans toute l'étendue du muscle pour soulever un petit poids.

Ce mouvement que nous pouvons très-bien attribuer aux parties les plus petites du muscle est d'autant plus convenable, qu'il ressemble parfaitement à l'action totale du muscle, & que par ce moyen le muscle peut être considéré comme un composé d'une infinité de petits muscles *A, B, C, D, &c.* (*Fig. 11.*) dont l'action de chacun conspire à produire l'action du muscle entier. Et comme chaque petite portion d'arteres désignées par les lignes ponctuées, qui entre dans la composition de chacun de ces petits muscles, s'accourcit & s'épaissit en même tems, & que ses fibres charnues désignées par les lignes pleines qui l'accompagnent, se repliant, produisent le même effet, on voit que l'accourcissement de ces petits muscles sera toujours, comme celui du muscle total, en raison composée de l'action de ces deux causes.

Mais ce qu'il faut ici remarquer, est qu'il n'est pas nécessaire de supposer que dans chaque fibre motrice il n'y ait qu'un seul rameau d'artere qui s'étende d'un bout à l'autre, on peut supposer qu'il y en a un nombre indéfini, soit longs, soit courts, & dans toutes les directions imaginables, ce qui est plus conforme aux observations anatomiques, & plus efficace à notre dessein; car plus il y aura de rameaux d'artere dans une fibre motrice qui y serpentent en tous sens, plus il y aura de vésicules dans lesquelles elles se transformeront, & qui contribueront selon leurs diverses directions, soit à accourcir, soit à épaissir les fibres des petits muscles qui entrent dans la composition du muscle total.

## VII.

Ce moyen tout-à-fait mécanique, & qui est une suite d'une disposition des fibres motrices avérée par l'expérience, étant donc seul suffisant pour accourcir la fibre motrice autant qu'il est nécessaire à la plus grande contraction du muscle, nous pouvons penser que les vésicules dans lesquelles elle se transforme, peuvent ne pas toujours prendre la figure sphéri-

que, & qu'il suffit qu'elles acquierent par degrés quelqu'une des formes ovales comprises entre le cylindre *AC* & le globe *BD* (*Fig. 12.*) & qu'il n'est pas non plus nécessaire, pour que le muscle s'accourcisse autant qu'il se peut, que les fibres nerveuses bouchent toujours entierement par leur tension le passage du sang des arteres dans les veines. Par ce moyen le sang dont les issues ne seront pas de beaucoup diminuées, pourra dans les contractions modérées du muscle, continuer sa route presqu'aussi librement que pendant leur relâchement. Et ce ne sera que dans les contractions violentes, & qui se font avec force, que ces vésicules prendront par degrés la forme sphérique, & que le cours du sang dans le muscle sera totalement interrompu; ce que l'expérience confirme.

On dira peut-être que par ce moyen ce ne seront pas les fibres charnues, mais les arteres qui supporteront seules le poids que l'on souleve avec le bras par la contraction du muscle fléchisseur: mais on sortira bien-tôt de ce doute, si l'on fait la moindre attention à la subordination des causes de cet effet. Lorsqu'on mouille une corde, au bout de laquelle un poids est suspendu, les parties de l'eau qui s'infèrent dans les fibres de la corde font bien que la corde s'accourcit: mais ce n'est pas à dire pour cela que ce soit immédiatement les parties de l'eau qui soulèvent le poids, ce n'est visiblement que par l'entremise de la corde que ces petites gouttes d'eau produisent cet effet, & c'est la corde qui souleve immédiatement le poids, & qui résiste à son effort. Il en est de même des petites vésicules, dans lesquelles les arteres se transforment, elles contraignent les fibres charnues à se replier: mais ce sont toutes ces fibres ensemble, & le muscle même tout entier qui soutient le poids & le souleve.

#### VIII.

A l'égard de la force avec laquelle les muscles peuvent se contracter, il faut observer avant toutes choses qu'un muscle peut totalement s'accourcir, sans pour cela qu'il se contracte avec beaucoup de force. Lorsque j'éleve un poids d'une once, par exemple, depuis le genou jusqu'à l'épaule, le muscle qui

produit ce mouvement s'accourcit bien autant qu'il est possible : mais il s'en faut de beaucoup qu'il se contracte avec la même force que lorsque j'y porte un poids de vingt livres. Dans la première disposition le muscle est presque aussi molle que lorsqu'il est relâché ; mais dans l'autre il se durcit considérablement. D'où peut donc venir un tel effet, & qui semble procéder d'une cause indépendante de celle de l'accourcissement du muscle ? C'est ici un des points auxquels les systèmes rejettés par M. Winslow n'ont pu atteindre.

Cependant si nous considérons avec quelle facilité une vessie que l'on gonfle peu à peu en y introduisant de l'air par un trou fort étroit, souleve des poids d'une énorme grandeur, comparés à l'effort qu'on emploie à les élever, on concevra aisément que si le muscle étoit ainsi composé de petites vésicules qui se remplissent insensiblement par des trous très-petits en comparaison du diamètre des vésicules, on concevroit, dis-je, comment l'enveloppe du muscle bandée par ces vésicules, qui en se remplissant tendroient à occuper un plus grand volume, pourroit acquérir par succession de tems la force de ces vessies dont nous venons de parler, & dont la cause est la même que de celle qu'on observe dans un tonneau que l'on remplit par un tuyau long & fort étroit, & qui creve enfin par le seul poids de l'eau contenue dans le tuyau, lequel poids est d'autant moindre que la base du tuyau est plus petite que celle du tonneau. En effet, si le couvercle du tonneau (*Fig. 13.*) au lieu d'être inflexible, étoit capable d'extension, & qu'on le chargeât de poids d'autant plus grands que la base du tonneau est plus grande que celle du tuyau, on ne manqueroit pas, en continuant de verser de l'eau par le tuyau, d'élever ces poids toujours de plus en plus, ce qui est justement l'effet des vésicules.

Mais ces vésicules demanderoient un tems si considérable & pour se remplir & pour se vider par des trous si étroits, & le muscle se contracte quelquefois si promptement & avec la plus grande force, & se relâche de même, qu'il n'y a pas lieu de satisfaire par ce moyen aux observations que nous avons eu



Mais comme notre construction du muscle nous donne tout l'avantage que l'on peut tirer de l'effet des vésicules sans être sujette à ces inconvéniens, M. Winslow qui reconnoît d'ailleurs que cet effet peut être propre à rendre raison de la force des muscles, n'improvera pas, je m'assûre, que nous l'employions ici, après en avoir éloigné tous ces inconvéniens.

Si donc nous nous ressouvenons de ce que nous venons de remarquer : qu'il n'est pas nécessaire pour produire le plus grand accourcissement de la fibre motrice, que les fibres nerveuses se bandent jusqu'à un tel point qu'elles bouchent entièrement le passage du sang qui coule dans les arteres, ni que les vésicules dans lesquelles elles se transforment prennent la figure sphérique, mais qu'il suffit à cause de leur disposition en zigzag qu'elles soient tant soit peu resserrées de distance en distance par l'action des fibres nerveuses, & qu'elles prennent par ce moyen une figure elliptique, d'autant plus longue que les arteres seront moins comprimées, on verra que plus les fibres nerveuses se tendront, & resserreront par là les arteres, plus les vésicules se trouveront remplies de sang, sans qu'il soit besoin d'attendre qu'il en survienne beaucoup de nouveau, parce que celui qui est déjà dans les arteres suffit tout seul pour produire cet effet. Car un cylindre (*Fig. 12.*) dont la hauteur & le diametre de la base sont égaux à l'axe d'une sphere contenant trois volumes de matiere, tels que la sphere n'en contient que deux, ce cylindre ne peut prendre peu à peu la forme sphérique, que la superficie qui de cylindrique devient sphérique, ne s'étende aussi fortement par l'action continuelle des deux fibres nerveuses qui resserrent ses bases, que si l'on pouvoit dans une vessie après l'avoir remplie un volume d'air pareil à la moitié de celui qu'elle contient déjà. Il ne faut donc ici que le tems que la fibre nerveuse peut employer à se tendre suffisamment pour boucher totalement l'orifice de l'artere, pour qu'elle produise dans les vésicules dans lesquelles elle se transforme la tension la plus forte que l'on peut exiger.

Or les fibres motrices d'un muscle étant très-adhérentes les unes aux autres, ainsi que nous l'avons d'abord remarqué, & toutes les fibres charnues dont elles sont composées étant repliées en ziczac, les vésicules dans lesquelles les arteres se transforment, ne peuvent ainsi prendre la forme sphérique, qu'elles ne compriment très-considérablement toutes les autres parties du muscle qui les environnent, & que par conséquent le muscle ne se durcisse, ainsi que l'expérience le confirme. Par où l'on voit enfin que le muscle nous représente, avec l'avantage que l'on peut désirer, cette vessie gonflée dont nous avons parlé dès le commencement, qui souleve un poids de cent livres par le moyen d'un souffle très-léger, & qui en souleveroit bien davantage si toute sa capacité pouvoit acquiescir comme celle du muscle la dureté dont nous venons de parler, avec cette différence essentielle que la vessie ne peut produire cet effet que dans un très-long espace de tems, au lieu qu'il ne faut que le tems que peut employer une fibre nerveuse pour s'accourcir de la longueur du diametre d'un cheveu, pour mettre le muscle dans la plus forte contraction.

La disposition en ziczac des fibres motrices jointe à l'action des fibres nerveuses sur les arteres, nous fournira donc le moyen de produire dans le muscle son accourcissement total, sans que le muscle soit obligé de se contracter avec beaucoup de force. Et l'arrondissement des vésicules dans lesquelles les arteres peuvent se transformer par l'action des mêmes fibres nerveuses, nous fournira la plus forte contraction du muscle, & nous donnera en même tems tous les degrés de force de cette contraction, compris entre ces deux extrêmes, sans qu'il soit nécessaire pour produire tous ces divers effets, d'avoir recours à d'autres causes qu'à cette tension plus ou moins forte de ces fibres nerveuses, & dont la plus forte n'excede pas, ainsi que nous l'allons voir dans l'article suivant, la longueur du diametre du cheveu le plus délié, ce qui est, ce me semble, tout ce que l'on peut désirer de plus convenable à cet effet.

## XI.

Il ne nous reste donc plus maintenant qu'à supputer quelle

doit être la force des fibres nerveuses pour produire les effets que nous leur attribuons ; car comme elles sont très-minces on auroit peut-être de la peine à comprendre comment elles pourroient résister à un grand effort. Cependant comme elles sont d'un tissu très-serré, & que nous sçavons par expérience qu'un brin de soie très-menu a plus de force qu'un fil de laine ou même de lin beaucoup plus gros , on conçoit que la force d'un fil ne doit pas toujours être mesurée par son épaisseur.

D'ailleurs comme il ne s'agit ici tout au plus que de concevoir que chacune des fibres nerveuses s'accourcisse en se tendant de la longueur  $SRS$  (*Fig. 4.*) du contour d'une des arteres qui serpente dans les fibres motrices du muscle, & dont le diametre est beaucoup moindre que celui du cheveu le plus délié, & que l'épaisseur de la membrane de l'artere contribue beaucoup en se repliant à boucher les orifices des petites vésicules dans lesquelles elle se transforme , & qu'il suffit que la fibre nerveuse en se bandant acheve le reste , pour que le cours du sang soit totalement interrompu , nous n'aurons pas beaucoup lieu d'appréhender de l'insuffisance de la force des fibres nerveuses pour produire un si petit effet.

Mais comme on pourroit toujours s'imaginer que la totalité de la force qui doit être employée pour bander toutes ces fibres doit être considérable, je suis bien-aise de la réduire ici à ses justes limites.

S'il s'agissoit de transformer en vésicules une artere  $BC$  (*Fig. 14.*) d'un pouce de circonférence , par exemple, & dont les membranes seroient aussi minces que celles des plus petites, par le moyen de plusieurs filets transversaux qui l'entoureroient de distance en distance , il seroit nécessaire que chacun de ces filets  $AB$  s'allongeât de guere moins d'un pouce, pour que toute la circonférence du cercle qu'il comprimeroit se réduisît à un point ; car dans ce cas l'épaisseur de la membrane de l'artere qui en se repliant contribue à boucher l'orifice circulaire de la vésicule , ne seroit pas considérable par rapport à l'étendue de ce cercle.

Mais



Mais si nous distribuons l'épaisseur de ce même filet *AB* (*Fig. 15*) en quatre petites branches *BC*, *BD*, *BE*, *BF*, & qu'au lieu de les appliquer toutes quatre au circuit d'un seul tuyau d'un pouce de circonférence, nous les appliquons à quatre tuyaux, dont le contour de chacun ne soit que d'un demi-pouce: alors il est visible qu'il ne sera plus nécessaire d'allonger le fil total d'un pouce, mais seulement d'un demi-pouce pour intercepter le cours de la liqueur qui circule dans ces quatre tuyaux en pareil volume que dans le grand, & qu'il ne sera nécessaire de l'allonger que d'un tiers de cette même longueur, si l'on distribue la quantité de la liqueur en neuf petits tuyaux, & ainsi de suite, de sorte qu'à mesure que la circonférence du contour des tuyaux diminuera selon l'ordre des nombres  $\frac{1}{1}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ , &c. la force qu'il faudra employer pour intercepter le cours de la liqueur dans tous ces tuyaux ensemble, diminuera déjà selon l'ordre des mêmes nombres.

De plus l'épaisseur de la membrane de ces tuyaux qui contribue, en se repliant, à boucher leurs orifices, quoiqu'elle diminue dans les petits tuyaux dans la même raison que les circonférences de leurs bases, & par conséquent selon l'ordre des nombres  $\frac{1}{1}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ , &c. Comme les superficies de ces bases diminuent selon l'ordre des quarrés  $\frac{1}{1}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{9}$ ,  $\frac{1}{16}$ , &c. de ces mêmes nombres, on voit bien que le prolongement du fil, & par conséquent la force qui le produit, doit encore diminuer par cette seconde raison selon l'ordre des nombres  $\frac{1}{1}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ , &c. & par conséquent en raison composée de ces deux causes, c'est-à-dire, selon l'ordre des quarrés  $\frac{1}{1}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{9}$ ,  $\frac{1}{16}$ , &c. de ces mêmes nombres.

De sorte que si au lieu de mettre toute la liqueur dans un tuyau cylindrique, nous la distribuons en 10, ou en 100, ou en 1000, &c. la quantité dont chaque fibre devra se tendre, diminuera selon l'ordre des nombres  $\frac{1}{1}$ ,  $\frac{1}{100}$ ,  $\frac{1}{10000}$ , &c. ou la quantité dont il faudroit que la fibre se tendit pour resserrer totalement le grand tuyau, seroit à celle qui est nécessaire pour resserrer 10 petits dans lesquels on le partageroit, comme 1 est à  $\frac{1}{100}$ , ou comme 100 est à 1, &c.

34 MEMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE  
comme 10000 est à 1, si on le partageoit en 100, & comme  
1000000 est à 1, si on le partageoit en 1000, &c.

Or les orifices des arteres qui serpentent dans les fibres motrices sont si petites, en comparaison d'un tuyau d'une ligne de diametre, qu'il n'est plus concevable combien l'accourcissement de chaque fibre qui intercepte le sang dans tous ces tuyaux capillaires, doit être petite par rapport à celle qu'il seroit nécessaire d'employer pour intercepter le cours du même sang dans ce tuyau unique; elle est comme infiniment petite.

De sorte que dans les contractions moins fortes dans lesquelles il n'est pas nécessaire que les orifices des vésicules soient totalement bouchées, on n'imagine plus la petitesse de l'accourcissement des fibres nerveuses, & par conséquent de la force suffisante pour produire cet effet.

#### X.

Voici maintenant comme je conçois que se font les mouvemens des membres de notre corps.

1°. Au lieu de supposer, comme M. Descartes, qu'à l'occasion du désir que j'ai de mouvoir le bras d'une certaine maniere, la glande pinéale où la principale partie du cerveau reçoit immédiatement une certaine inclination qui dispose les esprits animaux (dont il imaginoit qu'il y avoit un réservoir toujours plein dans le cerveau) à couler dans les fibres nerveuses qui aboutissent aux muscles de la partie du corps que nous voulions mouvoir; il me paroît plus simple de supposer, ce qui n'est pas plus difficile à comprendre, que ce sont les extrémités de ces fibres, qui aboutissent au muscle destiné à produire ce mouvement, qui sont immédiatement excitées à l'occasion du désir que j'ai de le produire. Car je tiens que cette principale partie du cerveau est imaginaire & inutile, ce qui seroit le sujet d'un long Memoire.

2°. Les fibres de nos nerfs étant ordinairement assez uniformément tendues ou remplies d'esprits animaux pendant la veille, pour que la moindre impression extraordinaire que quelques-unes peuvent recevoir, se communique aussi-tôt jusqu'aux extrémités de ces fibres qui aboutissent aux glandes

qui filtrent ces esprits, & dont la partie cendrée du cerveau est composée. Cette impression ne peut se transmettre à ces glandes qu'elle ne les ébranle & ne les dispose en même tems à filtrer une plus grande abondance d'esprits qu'à l'ordinaire, lesquels entrant dans ces fibres que je suppose être les vaisseaux excrétoires de ces glandes, y produiront une petite dilatation qui les accourcira, ou les rendra un peu plus qu'à l'ordinaire.

3°. Et comme nous avons vû qu'une très-petite tension extraordinaire de ces fibres, est suffisante pour produire la contraction la plus grande du muscle, nous comprendrons aisément qu'il n'est pas nécessaire que la quantité d'esprits animaux qu'il est besoin que chaque glande fournisse de plus qu'à l'ordinaire pour contracter le muscle, soit bien grande. Au contraire, nous jugerons par tout ce que nous avons dit dans les articles précédens, qu'une quantité indéfiniment petite d'esprits animaux dans chaque fibre est capable de produire cet effet.

4°. Il faut encore concevoir que cette petite quantité surabondante d'esprits animaux, qui survient dans chaque fibre qui aboutit au muscle, en conséquence du mouvement excité d'abord à l'extrémité de ces fibres par l'action immédiate de la volonté, se dissipe en un instant sensiblement indivisible, & qu'à moins que cette même volonté n'opere continuellement, la fibre se remet dans son état naturel, & le muscle se relâche.

5°. Enfin, je suppose que l'ébranlement, immédiatement excité par l'action de la volonté aux extrémités des fibres qui aboutissent au muscle, est exactement proportionné à cette action. D'où il suit ensuite mécaniquement que l'ébranlement des glandes du cerveau, la quantité surabondante des esprits qu'elles fourniront, & la tension des fibres seront aussi exactement proportionnées à cette même action de la volonté.

## X I.

Lors donc que je veux simplement élever la main du genou vers l'épaule, l'action de ma volonté n'étant pas si forte que



si ma main étoit chargée d'un poids d'une livre, la tension des fibres ne sera pas si considérable qu'elle l'auroit été autrement. Ainsi les orifices des petites vésicules, dans lesquelles l'artere se transforme, ne seront pas exactement bouchés, ces vésicules seront oblongues, & le muscle se contractera sans se durcir, à cause que le sang pourra encore couler en partie le long des arteres. Au lieu que si ma main est chargée d'un poids considérable, l'action de ma volonté augmentera; les extrémités des fibres qui aboutissent au muscle recevront une impression plus forte, les glandes du cerveau où cette impression se transmet seront plus fortement ébranlées; la quantité surabondante d'esprit qu'elles fourniront sera plus grande; les fibres, recevant une plus grande quantité d'esprits, deviendront plus tendues; elles resserreront donc beaucoup plus les orifices des vésicules dans lesquelles les arteres se transforment; ces vésicules approcheront donc de plus en plus de la forme sphérique; le sang ne coulera pas le long des arteres avec autant de facilité qu'auparavant; les veines se videront; le muscle blanchira; les vésicules s'arrondissant, tendront les fibres transversales qui leur sont adhérentes; les fibres longitudinales se replieront; la capacité du muscle augmentera en largeur, & diminuera en longueur; le muscle durcira, & tout cela pourra aisément s'exécuter pendant le petit espace de tems que la main chargée du poids est à faire son chemin.

Maintenant pour abaisser la main lorsqu'elle est vuide, la volonté n'a qu'à cesser d'agir. Aussi-tôt les esprits, qui sont dans les fibres en plus grande abondance que de coutume, se dissiperont; les extrémités des fibres qui aboutissent au muscle, cessant d'être excitées par l'action immédiate de la volonté, les glandes qui sont à leurs autres extrémités cesseront d'être secouées; l'action qu'elles avoient acquise se dissipera par la liaison intime qu'elles ont avec toutes les plus petites parties du cerveau qui les environnent; ces glandes cesseront de fournir la quantité surabondante d'esprits qu'elles fournissoient aux fibres, quand elles étoient secouées; les fibres se détendront; les arteres reprendront par leur élasticité

ordinaire leur première disposition cylindrique; les vésicules s'évanouiront; & le muscle se relâchant tout d'un coup, le bras tombera par sa propre pesanteur.

## XII.

Mais il reste une difficulté considérable. C'est que non-seulement j'éleve le bras du genou vers l'épaule, ou je l'abaisse de l'épaule vers le genou: mais je l'arrête au point que je veux entre ces deux extrémités, & je l'y affermis autant qu'il me plaît.

Il faut d'abord remarquer que cet effet n'est pas simple, & que l'action de tous les muscles qui environnent le bras contribue à son affermissement. Si cependant l'on veut ne considérer que ce qui se passe alors dans le muscle fléchisseur, on verra bien que le mouvement, qui s'excite immédiatement dans les extrémités des fibres nerveuses qui aboutissent à ce muscle, étant exactement proportionné à l'action de la volonté, le muscle ne s'accourcira que jusqu'au point que l'on désire, & qu'il y restera tant que ce désir durera; parce que les glandes du cerveau ne cesseront d'être ébranlées de la manière qu'il faut pour fournir à chaque instant la quantité surabondante d'esprits nécessaire à cet effet & qui se dissipe aussitôt. D'où il suit qu'aussi-tôt que ce désir cessera, les fibres se relâcheront à l'instant; de sorte que pour élever le bras un peu plus haut, il faut un nouveau désir un peu plus fort; & qu'un désir un peu plus foible suffit pour le mettre & le soutenir au point d'abaissement où il se porte de lui-même par sa pesanteur.

## CONCLUSION.

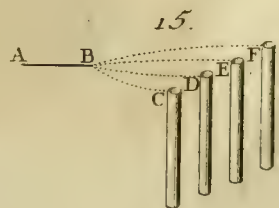
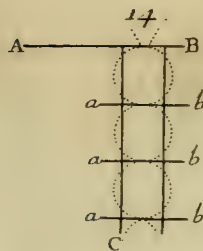
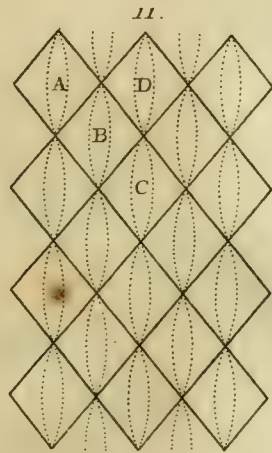
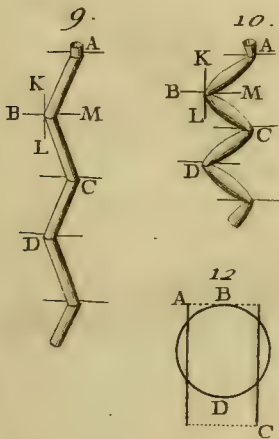
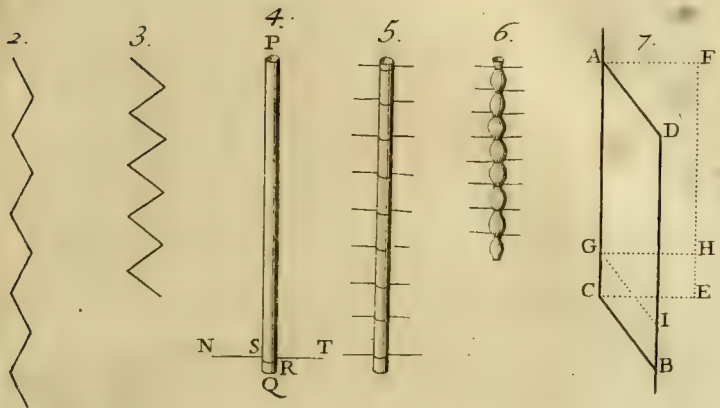
Les bornes étroites d'un Mémoire ne me permettent pas d'entrer dans un plus grand détail; car il faudroit employer un volume entier pour montrer que le peu de suppositions que nous avons faites ici pour rendre raison de la contraction des muscles, suffit pour répondre à toutes les questions proposées par M. Winslow. Je finirai donc, en déclarant que quoique la mécanique que je viens de décrire pour rendre

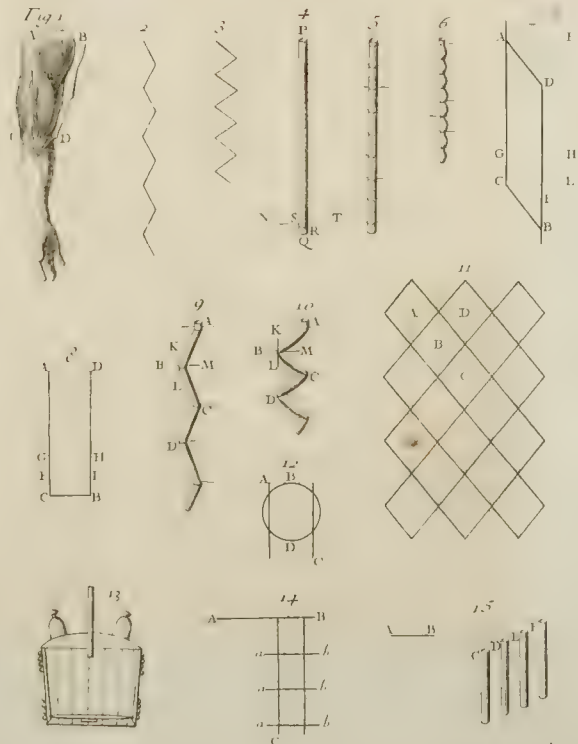
raison de l'action des muscles puisse paroître conforme aux observations anatomiques, je ne présume pas pour cela d'avoir atteint au point précis de perfection auquel l'auteur de la nature a pû porter les moyens dont il s'est servi pour parvenir à ses fins. Je suis au contraire très-porté à croire qu'il y a employé des moyens encore plus convenables : que les fibres des nerfs, par exemple, peuvent avoir une construction particuliere qui les dispose à se tendre avec encore plus de facilité que nous ne l'avons dit : que les fibres charnues dont les fibres motrices sont composées, peuvent avoir, de même que les arteres, des dispositions particulieres à s'accourir, en se transformant comme elles, en de petites vésicules, que le suc qu'elles contiennent rempliront de la même façon que le sang remplit celles dans lesquelles nous avons dit que l'artere se transforme, sans qu'il soit besoin qu'il leur en surviene de nouveau, &c.

Mais comme ce que nous avons avancé suffit pour tout expliquer, je n'ai pas dû, ce me semble, multiplier les suppositions sans nécessité : au contraire ma principale vûe a été d'expliquer nettement & par des voies purement mécaniques des phénomènes si délicats au rabais, pour ainsi dire, de je ne sçai combien d'hypothèses qui répandoient une grande obscurité dans la science de l'homme, telles que sont celles des réservoirs spacieux d'esprits animaux dans le cerveau : des effusions de ces esprits hors de leurs conduits naturels : des évaporations des parties du sang au travers des pores des arteres : du mélange de ces diverses substances : des effets violens qu'on supposoit que ce mélange produisoit, & tant d'autres qu'il seroit inutile de rapporter.

On peut donc au moins regarder tout ce que je viens de dire comme la description d'une machine, ou d'un muscle artificiel, par le moyen duquel tous les mouvemens du muscle naturel, accompagnés de toutes les circonstances que M. Winslow a relevées, pourroient être exécutés. Ce que cet Auteur demandoit dans son Memoire.







**ETABLISSEMENT**  
**D'UN**  
**NOUVEAU GENRE DE PLANTES,**  
*Que je nomme CARDISPERMON.*  
 Par M. TRANT.

**L**A plante que je vais décrire, ne pouvant être rangée sous aucun des genres connus, j'ai crû qu'il étoit nécessaire d'en établir un nouveau, que je nomme *Cardispermon*. 8. Avril 1724.

*Cardispermon* est composé des mots grecs καρδια, cœur, & σπέρμα, semence; parce que les semences de cette plante ont, pour la plupart, la forme d'un cœur.

Cette plante n'est ni décrite ni gravée, que je sçache, par aucun Auteur.

Sur ce pied je la nomme *Cardispermon Africanum, pubescens, foliis incis, parvo flore.*

Sa racine *a* est de deux à trois pouces de profondeur, & n'a tout au plus à sa naissance que trois lignes d'épaisseur.

Elle est accompagnée dans sa longueur de quelques fibres ondoyantes, peu rameuses, dont les plus longues n'excedent guere un pouce, & ne sont pas plus grosses qu'une soie de sanglier.

Un corps ligneux, blanchâtre, facile à briser, & qui emporte au moins la moitié du diametre de cette racine, l'enfile d'un bout à l'autre. Le parenchyme qui la recouvre est d'un blanc sale, tendre, cassant, & revêtu d'une pellicule roussâtre, unie & luisante.

Le haut de la racine & le bas de l'unique tige qu'elle pousse, étant de pareille grosseur, le point de leur insertion ne se fait remarquer que par le changement de couleur. Cette tige qui s'allonge quelquefois d'un pied & demi, ne s'élève cependant



que depuis quatre jusqu'à huit pouces , & seulement vers le haut , qui est environné de quelques branches simples & alternes ; le reste étant couché par terre , & ordinairement tortu. Son épaisseur n'est pas par-tout la même. La partie inférieure & la supérieure sont presque égales ; mais la moyenne qui se renfle communément en fût de colonne , sur-tout vers le bas , acquiert souvent par-là le double de leur diametre. Quoique cette tige soit parsemée d'un poil solet & blanc , fort court , & qui s'efface en partie avec le tems , sa couleur est le verd-pâle ; & si on y remarque quelque teinte de purpurin sale , ce n'est qu'aux endroits qui sont les plus frappés du Soleil. D'ailleurs cette tige est légèrement cannelée , assez dure , & renferme intérieurement dans toute sa longueur un canal ligneux , lequel avec la moelle blanchâtre & spongieuse qui le remplit ; fait les deux tiers de son épaisseur ; l'autre tiers étant , ainsi qu'à la racine , un parenchyme charnu , mais d'un verd sombre & foncé.

Les feuilles naissent sans ordre , mais de tous sens & alternativement le long de la tige & des branches par intervalles inégaux , dont les plus grands , qui sont les plus proches de la racine , ont environ un pouce. Ces feuilles , qui par leurs figures & leur consistance peuvent être comparées à celles de *Draba* , III *Clusii* , sont d'un verd-mate & sombre ; ce qui fait que le poil solet , dont elles sont garnies de toutes parts , y paroissant bien plus que sur la tige , leur donne un œil blanchâtre , & les rend en même tems comme drapées & fort douces au toucher. Les inférieures sont ordinairement passées avant que la plante soit en fleur. Celles qui les suivent de plus près ont trois à quatre pouces de longueur , & souvent un de largeur vers leur extrémité , qui se termine en demicercle , & quelquefois en arcade gothique. Plus les autres feuilles sont écartées de la racine , plus elles s'éloignent de ces dimensions , c'est pourquoi les supérieures qui sont pour l'ordinaire entières , & qui ne ressemblent pas mal à celles de la lavande à larges feuilles , n'ont à peine que douze lignes de long sur quelques lignes de large. Toutes ces feuilles sont  
partagées

partagées selon leur longueur en deux feuillets égaux par une large côte de la couleur de la tige. Cette côte est aplatie en dessus au niveau des feuillets, & arrondie en dessous, où elle forme un relief qui va en se perdant peu à peu à leur pointe. Elle donne à droite & à gauche quatre ou cinq nervures, qui ne sont guère sensibles qu'en dessous, & qui en s'étendant de biais, & rampant, pour ainsi dire, de bas en haut, se divisent & subdivisent en plusieurs rameaux presque imperceptibles. Comme ces feuilles sont sans queue, & qu'elles s'élargissent insensiblement de leur bas à leur cintre, le plus grand nombre auroit assez la forme d'une spatule, si leurs feuillets n'étoient pas découpés en quatre à cinq crans de cremaille, dont ceux d'un feuillet répondent aux entre-dents de l'autre pour la plupart.

Cette plante porte peu de fleurs, puisque chaque branche n'en soutient qu'une seule à son extrémité. Avant que ces fleurs se développent, leur calice qui n'est que l'expansion de son pédicule, & celui-ci un prolongement nud de la branche, forme un bouton verdâtre, fort velu, arrondi, un peu relevé en côtes de melon, & terminé en pointe. Ce calice *a* étant évasé, représente fort bien une cloche renversée. Dans cet état il a environ quatre lignes de hauteur, sur un peu plus de six lignes d'ouverture. Il est découpé jusques vers son fond en autant de lobes, terminés en angles aigus, & renversés en dehors, qu'il entoure de demi-fleurons. Ceux-ci, qui ordinairement sont au nombre de quatorze ou de seize, disposés en rayons autour d'un disque large de trois à quatre lignes, sont femelles, & forment avec lui une fleur radiée *D*, sans odeur, qui s'évase quelquefois d'un pouce.

La langue de chaque demi-fleuron, *I, K*, atteint souvent deux lignes de largeur, sur-tout par le haut qui est arrondi & légèrement échancré. Sa longueur est de quatre à cinq lignes, & celle de son tuyau d'une ligne seulement. Pendant que deux sillons coupent le dessus de cette langue *I* d'un bout à l'autre en trois bandes à peu-près égales, quatre nervures verdâtres la partagent en dessous *K*, en cinq autres bandes

isabelles , mais qu'un rouge morne plaqué çà & là gâte ou salit assez souvent. La racine de cette langue & l'embouchure du tuyau sont teintes d'un beau pourpre violet ; mais le corps de celui-ci , dont l'exterieur est un peu velu , & le dessus de celle-là qui est glabre , n'en cedent rien au lis pour la blancheur.

J'ai compté dans la disque d'une de ces fleurs jusqu'à soixante-quatre fleurons *L* ; leur tuyau qui n'a qu'un quart de ligne de diametre sur trois fois plus de hauteur , est blanc-terne. Son pavillon s'évase peu ; il tire sur la couleur soufre , & se découpe en étoile en cinq lobes égaux. Une gaine pourpre-foncé , formée par l'assemblage de cinq étamines ou sommets , couleur de pourpre , qui répandent une poussiere jaune couleur de safran , ne le déborde qu'à peine , & le pistille capillaire & fourchu qui part de l'embrion pour lui transmettre l'esprit prolifique qu'il reçoit des grains de poussiere , ne surmonte pas fort sensiblement la gaine qui en est enfilée , ainsi que le fleuron. Chaque embrion est verd-pâle ou blanchâtre , & n'a que deux tiers de ligne de longueur.

La couronne des fleurs s'ouvre parfaitement le jour , & se ferme insensiblement à l'approche de la nuit , & après ce jeu , qui ne continue que trois ou quatre jours de suite , cette couronne se flettrit & tombe avec les fleurons. Alors le pédicule *b* qui tenoit la fleur élevée vers le ciel , venant à se courber peu à peu , laisse à la fin tout-à-fait pendre la cloche *a* qui ser voit de calice à la fleur. Tant que les embrions profitent , le volume de cette cloche ne cesse d'augmenter de même que celui du pédicule *b* , lequel non-seulement s'allonge considérablement , mais s'enfle aussi de façon , sur-tout à son extrémité pendante *d* , qu'il en devient creux , & quand on le coupe totalement à fleur du crane de la cloche , le bout tronqué représente un pavillon d'entonnoir ou de cor de chasse.

Les ovaires ou semences *E* , *G* , *H* , étant mûres , & sur le point de tomber , forment toutes ensemble une tête hémisphérique de couleur fauve ou blonde d'un pouce en diametre ; & quand elles sont tombées , le calice qui a changé de



figure, & qui s'est applati, ressemble pour lors à un soleil rayonnant de pareille étendue, dont le quart du diametre fait celui de son disque. Ce disque qui n'est autre chose que la couche ou le placenta, est relevé d'autant de bossettes blanches, percées dans leur centre, & d'inégale grandeur, qu'il étoit chargé d'embrions, mais que la foule a étouffés pour la plupart, comme le témoignent les embrions avortés, qu'on trouve mêlés parmi deux ou trois douzaines de bonnes semences à tête nue. Ceux d'entre ces ovaires, qui ont servi de supports *E* aux demi-fleurons, & qui viennent ordinairement tous en parfaite maturité, sont taillés en tranche de melon, ou en quartier de poires, dont chaque angle est relevé d'une aile étroite, dentée ou découpée également en crête de coq; & ceux qui ont porté les fleurons, ressemblent, quant à leurs corps, à des graines de melon, mais qui considérées avec une grande bordure qui les environne tantôt des deux côtés, & tantôt d'un seul, suivant le plus ou le moins de liberté qu'elle a eue de s'étendre dans la presse, représentent ou des cœurs entiers *G*, ou seulement des moitiés de cœurs *H*. Cette bordure est relevée de part & d'autre d'un filet éloigné de la tranche d'environ un quart de ligne. Si ces ovaires ou semences *G*, *H*, sont plus minces que les précédentes *E*, en récompense elles sont d'un bien plus grand volume, puisque de la pointe à la base des cœurs *G* & des moitiés de cœur *H*, on compte communément six lignes, & pour les cœurs entiers *G*, trois lignes dans le fort de leur largeur, au lieu que les premières *E* n'ont que quatre lignes de haut, & seulement une d'angle en angle à l'endroit le plus large de chacune de leurs faces. Tous ces divers ovaires ou semences s'articulent par le moyen d'une cavité pratiquée dans leur même bout avec les bossettes de la couche ou du placenta, & cette articulation, de même que celle qui se voit entre le femur & l'ischium, est affermie par un ligament rond, mais fort délié, qui sortant du trou de la bossette, va s'implanter au centre de la cavité.

Cette plante n'a qu'un goût d'herbe, & son suc ne rougit

44 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
que très-foiblement le papier bleu. Il la faut semer & élever  
sur lacouche, ou la transplanter en une exposition chaude,  
si on veut qu'elle fleurisse & graine; ce qui n'arrive guere  
que dans le mois d'Août & de Septembre.

---

## S U R U N F O E T U S M O N S T R U E U X.

Par M. LEMERY.

26 Avril  
1724.

**L**E 15 Mars de l'année 1721 Madame Aubert, maîtresse sage-femme, fut appelée à deux heures du matin pour une Dame grosse de sept mois & demi, qui étoit actuellement dans les douleurs de l'accouchement, & qui fut entièrement délivrée deux heures après. L'enfant présentoit l'épine du dos; après qu'il eut été retourné, il vint, & fut tiré par les pieds; on reconnut alors par le battement du cordon qu'il étoit vivant; on l'ondoya, & il mourut peu de tems après dans le travail, qui fut laborieux. Quand on fut parvenu à la tête, au lieu d'une, on en tira deux attachées latéralement au même corps, & qui sortirent l'une après l'autre & avec peine; l'effort & le tiraillement qu'on fut obligé d'employer pour faire sortir chacune de ces têtes furent la principale cause de la mort de l'enfant.

Quoiqu'il eut deux têtes, elles étoient chacune fort grosses, & telles par leur grosseur qu'elles ont coutume de l'être dans un enfant venu à terme. Ces deux têtes étoient bien conformées; elles avoient chacune deux oreilles, deux yeux, un nés, une bouche, & un col recouvert de ses régumens, & distingué par-là du col de l'autre tête jusqu'à la troisième ou quatrième vertebre où les deux cols se réunissoient jusqu'à la fin sous les mêmes enveloppes, & ne paroissent plus former qu'un seul & unique col.

Le reste du corps de cet enfant ne présentoit rien aux







yeux d'extraordinaire. Sa poitrine paroissoit seulement plus large & plus étendue qu'elle n'auroit dû l'être par rapport à une seule tête, ce qui annonçoit dès-lors plusieurs singularités anatomiques que l'ouverture & la dissection pouvoient faire paroître, & dont la curiosité faisoit souhaiter la découverte.

Mais Madame Aubert, à qui le monstre avoit été donné, ne voulut jamais souffrir pour lors qu'on l'ouvrît ; son dessein étoit de le garder en son entier, & pour cela elle l'avoit mis dans un grand vaisseau de terre au milieu de beaucoup d'eau de vie, qui l'y a conservé pendant deux ans & plus, & qui l'y auroit pû conserver encore infiniment davantage, si elle ne se fut enfin lassée de remettre souvent de nouvelle eau de vie en place de celle qui s'exhaloit ; elle se contenta donc de le faire peindre, & comme je l'avois plusieurs fois sollicitée de souffrir que je le fisse ouvrir, elle me fit dire que j'en étois le maître, & en effet elle me l'abandonna alors.

Je priai M. Boucot le jeune, Chirurgien gagnant sa maîtrise à l'Hôtel-Dieu, & habile Anatomiste, d'en faire l'ouverture en ma présence. Nous y trouvâmes quantité de faits très-curieux, qui ont été rapportés & vérifiés dans cette Compagnie, & dont je vais donner la description, qui sera suivie de quelques réflexions que l'examen attentif de ces faits m'a fait naître ; & qui me paroissent donner une explication très-claire & très-mécanique de leur bisarrerie.

Il a déjà été dit que chaque tête de cet enfant avoit un col particulier. Chaque col avoit le nombre ordinaire de vertèbres, & quoique les dernières vertèbres des deux cols fussent recouvertes des mêmes tegumens, chaque vertèbre de l'un de ces deux cols étoit toujours séparée de la vertèbre de l'autre col qui lui répondoit, en telle sorte néanmoins que les vertèbres supérieures d'un côté étoient plus éloignées des vertèbres supérieures correspondantes de l'autre côté, que les dernières ne l'étoient les unes des autres, & qu'à mesure que chacune de ces vertèbres avançoit de haut en bas, elles se rapprochoient de plus en plus.

L'épine de cet enfant monstrueux n'étoit pas seulement

double dans son commencement , c'est-à-dire , par rapport aux vertebres du col , elle l'étoit encore par rapport à celles du dos , des lombes , de l'os sacrum , & par un coccyx double qui terminoit les deux épines , dont l'une étoit à droite , & l'autre à gauche , & qui formoient chacune un canal particulier pour le passage de la moëlle.

Outre ces deux épines , il y en avoit encore une troisieme placée au milieu des deux autres , dont elle étoit parfaitement distinguée par la vûe seule , & dont elle n'étoit point du tout une production ; car on pouvoit facilement l'en détacher , sans que la structure naturelle des vertebres des deux autres épines en souffrît. Cette troisieme épine a été ainsi nommée , à cause de plusieurs éminences pointues qui en sortoient : mais comme elle n'avoit ni moëlle , ni canal , ni corps de vertebres , nous l'appellerons *l'Epine fausse* , pour la distinguer des deux épines vraies à chacune desquelles elle étoit attachée , & paroïssoit servir de lien dans l'endroit où elle se trouvoit ; car elle ne commençoit qu'à la fin des vertebres du col , & finissoit entierement à l'extrémité du dos , ou vers la premiere vertebre des lombes , où les deux épines vraies n'ayant plus rien entr'elles qui les empêchât de se joindre immédiatement , commençoient à s'unir par leurs apophyses transverses , & continuoient leur union immédiate jusqu'à la fin , c'est-à-dire , jusqu'au coccyx.

Quoique cet enfant monstrueux fût double par la tête , & par plusieurs autres parties , il n'avoit cependant que le nombre de bras & de jambes qu'a un enfant ordinaire.

Les deux côtés de sa poitrine étoient occupés par les poumons qui étoient doubles , c'est-à-dire , que dans chaque côté de la poitrine , au lieu d'un seul grand lobe de poumon , il y en avoit deux , ou , pour mieux dire , il y avoit un poumon entier qui donnoit naissance à deux branches qui se réunissoient en une seule , appelée *Trachée artère* , qui se terminoit à la tête du même côté , & par conséquent qui étoit double dans cet enfant aussi-bien que la tête & le poumon.

Le cœur étoit unique , placé au milieu de la poitrine ,



renfermé dans son péricarde ; sa figure qui naturellement auroit dû être pyramidale, ressembloit à celle d'une gibeciere suspendue par ses cordons qui étoient représentés par les vaisseaux de ce cœur ; il manquoit de septum medium pour séparer un ventricule d'avec l'autre , & par conséquent il ne formoit intérieurement qu'une seule cavité , ou un seul ventricule qui avoit deux embouchures , l'une à droite & l'autre à gauche , de chacune desquelles il partoient deux troncs d'arteres qui se portoient un peu sur les côtés , & dont l'un étoit supérieur à l'autre. L'inférieur étoit le tronc de l'artere du poumon , qui après avoir fait un peu de chemin , se partageoit en deux , & se subdivisoit ensuite pour se distribuer dans les différens lobes du poumon qui étoit du même côté , de sorte qu'il y avoit dans ce sujet deux troncs d'arteres du poumon pour répondre aux deux poumons entiers qui s'y trouvoient , l'un à droite & l'autre à gauche.

L'autre tronc qui de chaque côté s'élevoit au dessus de l'artere pulmonaire , étoit véritablement le tronc de l'aorte qui étoit double , par la même raison que celui de l'artere du poumon l'étoit aussi , c'est-à-dire , parce qu'ils avoient l'un & l'autre du sang à envoyer dans des parties doubles.

Ce tronc double & supérieur , après avoir fait de chaque côté quelques lignes de chemin , s'y divisoit en trois branches , dont les deux premières formoient les deux carotides droite & gauche , & la troisième branche pouvoit être nommée *Soûclaviere* , par sa situation ; elle se réfléchissoit un peu de haut en bas en s'anastomosant avec le tronc de l'artere du poumon du même côté par le canal de communication qui se trouvoit aussi de la même maniere dans le côté opposé , & par conséquent qui étoit double.

Au dessous de l'anastomose chaque artere soûclaviere se terminoit à droite & à gauche en deux troncs , dont le plus petit étoit l'axillaire , & le plus considérable l'aorte descendante qui effectivement descendoit obliquement sur l'épine du même côté jusqu'environ au milieu du dos , & s'alloit logger avec l'aorte descendante du côté opposé dans une sinuo-

sité formée par la troisième épine, où les deux aortes descendantes s'anastomofoient ensemble, & ne formoient plus qu'un seul tronc commun qui fournissoit les divisions & subdivisions d'arteres comme dans l'état naturel.

On sçait que chaque ventricule d'un cœur constitué comme il le doit être, a son oreillette particuliere placée du même côté, & séparée de l'autre oreillette. Dans le cœur monstrueux dont il s'agit, comme il n'y avoit qu'un ventricule, il n'y avoit aussi pour toute oreillette qu'une poche située à sa partie postérieure, & qui se continuant sur la base du cœur, formoit une espèce de cul de sac entre les quatre arteres dont il a été parlé. Elle recevoit par sa partie supérieure du côté droit la veine-cave descendante ou supérieure, qui rapportant le sang des extrémités supérieures & des deux têtes, se glissoit entre les deux troncs d'arteres du côté droit. Cette oreillette recevoit encore par sa partie inférieure la veine-cave ascendante ou inférieure, & par ses deux côtés les deux troncs des veines du poulmon.

Elle ne faisoit avec le ventricule qu'une même cavité, de maniere que le sang porté par quatre troncs de veines dans la poche membraneuse ou dans l'oreillette, & versé de-là dans le ventricule, en étoit ensuite chassé par la contraction du cœur, & poussé de bas en haut dans les quatre troncs d'arteres qui en partoient à droite & à gauche, comme il a été dit; & ce qui faisoit que dans le tems de cette contraction le sang n'ensiloit pas la veine-cave descendante, quoique placée entre les deux troncs d'arteres du côté droit, où ce même sang entroit alors librement, c'est qu'à l'extrémité de cette veine il y avoit non-seulement les valvules triglochines qui s'opposoient à son passage: mais il y avoit encore sur les côtés de cette veine deux petites cloisons qui la separoient des deux arteres, & qui faisoient l'office de valvules, quand le sang étoit poussé de bas en haut.

Au dessous de chaque tête il y avoit un pharynx suivi d'un œsophage, qui descendoit dans la poitrine, le long des parties latérales & externes de l'épine qui répondoit au col d'où

d'où il venoit. Ce double Œsophage, l'un à gauche & l'autre à droite, alloient ensuite percer les parties latérales du diaphragme, & se terminoient de chaque côté par un estomac qui étant double, occupoit aussi de chaque côté les parties latérales de la région supérieure du bas-ventre. Chacun de ces estomacs formoit un arc ou un demi-cercle, & entouraient par-là le foie, à l'exception de sa partie supérieure; & cela de manière que ce qu'il y avoit de concave dans la figure qu'ils décrivoient regardoit le foie, & ce qu'il y avoit de convexe dans cette figure regardoit les côtes. Au-dessous du foie, chaque estomac se terminoit par un pilore, & il partoît de chaque pilore un petit bout d'intestin, c'est-à-dire, deux petits bouts qui se réunissoient bien-tôt en un canal commun, qui se portoit de la région épigastrique dans le flanc droit, & après avoir fait ses circonvolutions à l'ordinaire, aboutissoit de même entre les deux releveurs de l'anüs.

Le foie, dont la place ordinaire est dans le bas-ventre, sous le diaphragme & dans l'hypocondre droit, du moins pour la plus grande partie, étoit, comme il a déjà été dit, au milieu de la partie supérieure du bas-ventre entre les deux estomacs, & dans l'espece de cercle qu'ils formoient autour; il ne se divisoit point en plusieurs lobes comme dans l'état naturel, & n'étoit point suspendu au diaphragme par sa partie supérieure, qui au lieu d'être dans le bas-ventre & au-dessous du diaphragme, comme le reste du foie, occupoit la partie inférieure de la poitrine, où elle n'avoit pû s'aller loger sans percer le diaphragme, & y faire un trou de toute l'étendue de sa circonférence: ce trou se rencontroit précisément vers son milieu, c'est-à-dire, dans sa portion tendineuse qui avoit été détruite, de manière que ce qui restoit du diaphragme étoit presque tout charnu. Ce foie extraordinaire étoit attaché par sa partie supérieure au péricarde, la veine ombilicale lui servoit aussi de ligament, comme elle a coutume de le faire dans l'état naturel.

A la partie supérieure & antérieure de l'anüs, au-dessous du périnée, il y avoit une petite vulve, & dans le bassin une.



matrice, ses ligamens, ses ovaires. Il s'est trouvé extérieurement une petite verge qui avoit un gland & une ouverture très-réelle & très-distincte ; au-dessous de cette verge, un scrotum qui avoit dans son milieu la ligne qui le sépare en deux portions, mais ce sac ou ce scrotum étoit vuide, & ne contenoit point de testicules.

Nous ne dirons rien de la ratte ni des autres parties du bas-ventre, parce qu'elles n'avoient rien de particulier qui mérite d'être rapporté.

Quoique l'enfant monstrueux qu'on vient de décrire soit tout à fait singulier, il n'est cependant pas sans exemple, du moins quant à sa figure extérieure, & par rapport aux deux têtes. M. Pestalosi, Medecin de Lyon, conserve dans son cabinet & a fait dessiner un monstre à deux têtes sur un seul corps, avec seulement deux bras & deux jambes, venu en 1721 comme le nôtre, mais qui en diffère en ce que ses deux têtes sont unies ensemble latéralement, & qu'il ne paroît être que femelle. Ambroise Paré dans le chapitre des monstres, qui selon lui viennent de la trop grande quantité de semence, nous donne beaucoup de figures & de descriptions de monstres qui ont différentes parties de trop, & parmi lesquels on en trouve deux assez semblables au nôtre, c'est-à-dire, qui ont deux têtes distinctes & séparées, un seul corps, deux bras & deux jambes; l'un n'avoit que le sexe féminin, & l'autre étoit à la fois mâle & femelle comme le nôtre: mais comme cet auteur ne nous donne que la figure extérieure de ces monstres, nous ne pouvons assurer si leur ressemblance extérieure avec notre monstre est suivie du même arrangement extraordinaire & de la même altération de leurs parties intérieures & des os de leurs squelettes.

M. du Verney nous a donné à la vérité en 1706 un détail anatomique fort exact d'un monstre à deux têtes, mais chaque tête de ce monstre avoit un corps particulier, chaque corps deux bras & deux jambes. Les deux corps n'étoient joints ensemble que par la partie inférieure de leur ventre; toutes leurs parties étoient conformées à l'ordinaire depuis la

tête jusqu'au nombril, & tout ce qu'ils avoient de singulier n'étoit que dans l'hypogastre; ce qui est si différent de notre monstre, & de ce que nous y avons observé, qu'il n'y a aucune comparaison à faire entre l'espece de dérangement des parties intérieures de l'un, & celui des parties intérieures de l'autre.

Le sentiment du sçavant Anatomiste que nous venons de citer ne paroît pas être, que dans les enfans qui viennent au monde avec un plus grand nombre de parties organiques qu'ils n'en doivent naturellement avoir, l'excédent de ces parties ait été emprunté d'un autre germe, soit que dans la premiere conformation un même œuf eût contenu deux germes, qui par la pression se sont unis en tout ou par quelques-unes de leurs parties, soit que chaque germe des deux œufs se fussent approchés immédiatement par la rupture des membranes qui les enveloppoient, & qui si elles eussent subsisté, eussent empêché ce contact immédiat. Cette rencontre fortuite de deux germes n'est pas du goût de M. du Verney, du moins pour ce qui regarde son monstre, pour lequel il adopte plus volontiers l'opinion de ceux qui prétendent que le hasard ou le concours des causes accidentelles n'a point de part à la formation des monstres; qu'il y a des germes essentiellement monstrueux comme il y en a de naturels; que les parties monstrueuses sont en petit dans leur germe, comme les naturelles dans le leur, & que les unes & les autres n'ont besoin que de développement, & d'un développement produit par les mêmes causes, pour paroître telles qu'on les voit ensuite; il est vrai qu'avec ce sentiment, on ne trouve plus aucune des difficultés qui coûtent souvent beaucoup de peine à résoudre dans le sentiment opposé, & que personne n'eût été plus capable d'approfondir que M. du Verney.

Mais 1°. quelque commode que soit ce système, publié par M. Regis dans le troisieme tome de sa philosophie, ne choque & n'attaque-t-il pas visiblement l'ordre, la simplicité & l'uniformité de la nature dans les principes de la génération des animaux? je veux dire dans les germes des œufs

destinés essentiellement à représenter la figure particulière & véritable des animaux dont ils viennent, à les remplacer dans la suite sur la terre, & à transmettre à la postérité leurs mêmes especes par une succession constante de germes toujours semblables. De plus n'est-il pas sensible que ce système n'a été imaginé par ses auteurs que pour s'épargner l'embarras de rendre raison de plusieurs faits compliqués, dont la mécanique ne se présente qu'après avoir bien médité sur chacun de ces faits?

Et en effet, si on n'eût jamais vû d'autre union monstrueuse de deux fœtus que celle de parties extérieures appliquées les unes sur les autres, de maniere que cette union n'eût jamais passé jusqu'aux parties internes, ou que si elle y eût passé, elle n'eût fait que les effleurer sans changer notablement leur structure & leur situation naturelles, comme on le remarque dans deux monstres rapportés par Ambroise Paré. L'un étoit formé de deux filles gemelles qui se tenoient uniquement par le front, & qui à cela près avoient chacune un corps entier & tel qu'il devoit être. L'autre étoit encore composé de deux filles, dont les corps bien distincts & bien conformés étoient joints l'un à l'autre postérieurement depuis les épaules jusqu'aux fesses.

Si donc il ne se fut jamais présenté que des cas aussi simples & aussi faciles à concevoir que ceux qui viennent d'être rapportés, auroit-on fait en leur faveur les frais d'un système, qui en multipliant sans nécessité les especes, eût placé en même temps & dans les mêmes ovaires, des germes monstrueux & des germes naturels? Et ne se seroit-on pas contenté d'avoir recours, pour l'explication de chacun de ces faits, à l'application immédiate de deux fœtus, dos contre dos, ou front contre front? Ce qui est d'autant plus naturel à imaginer, & ce qui peut d'autant mieux produire l'union dont il s'agit, que la matrice étant une espece de muscle creux, susceptible d'une infinité de mouvemens, & de contractions irrégulieres & en tout sens, est très-capable de comprimer plus ou moins fortement & de différentes manieres, les fœtus qui y auront



été reçûs , & dont les parties tendres , délicates , & continuellement arrosées par des suc's nourriciers , qui sont une espece de colle , résisteront d'autant moins à l'effort de la pression , & s'uniront d'autant mieux les unes aux autres.

Enfin si dans les cas simples qui ont été proposés , le système des germes originairement monstrueux est inutile , il n'a pas plus de lieu dans les cas plus composés , où l'union des deux fœtus a passé jusqu'à leurs parties internes , car la même supposition qui a suffi pour les uns , doit suffire pour les autres. Si une pression modérée n'a uni que les parties externes des deux fœtus , une pression plus forte , en forçant les obstacles , ira jusqu'aux parties internes , qu'elle confondra les unes avec les autres , & produira des arrangemens monstrueux qui différeront suivant les endroits où se fera fait la pression , & suivant la force de cette pression.

Nous adoptons d'autant plus volontiers cette dernière supposition , pour ce qui regarde le fœtus monstrueux dont il s'agit dans ce Mémoire , que non-seulement en suivant pas à pas la pression dans le sens qu'elle a été faite , on découvre tout d'un coup les divers changemens survenus aux parties internes & externes de ce monstre , mais encore que l'examen de certaines parties de ce monstre détermine entierement en faveur de cette supposition , & exclut parfaitement celle des germes originairement monstrueux.

Nous allons donc tâcher de faire voir que notre monstre est formé depuis le haut jusqu'en bas , & cela tant intérieurement qu'extérieurement , de deux fœtus appliqués latéralement & dans toute leur longueur l'un contre l'autre , de manière que dans cette application certaines parties qui ont été exposées davantage à l'effort de la pression , ou n'ont pû se développer , ou ont été brisées ou séparées du reste du corps par la rupture des liens qui les y attachoient ; que d'autres parties se sont conservées dans leur entier & dans leur forme naturelle ; que d'autres enfin se sont confondues ensemble , & ont produit par leur union des parties vraiment monstrueuses.

Pour entrer dans la preuve de chacun de ces faits , jettons

d'abord les yeux sur le squelette du fœtus monstrueux.

En considérant la position latérale des deux têtes & des deux épines vraies de ce squelette, & jusqu'à quel point ces deux épines se sont approchées en ce sens l'une de l'autre, on voit clairement qu'elles n'ont pû parvenir à ce point d'union sans forcer & faire disparaître un grand nombre de parties, qui tant qu'elles auroient subsisté, auroient été un obstacle invincible à l'approche des deux épines vraies.

Supposons, par exemple, deux squelettes complets, couchés sur le dos, & à côté l'un de l'autre. Si on les pousse latéralement l'un contre l'autre, pour tâcher d'unir les deux épines des deux squelettes dans le même sens & d'aussi près que le sont les deux épines de notre fœtus monstrueux, les côtes gauches du squelette placé à droit, rencontreront les côtes droites du squelette placé à gauche, & se repousseront mutuellement; l'omoplate, la clavicule, l'humérus ou l'os du bras, les os de la hanche & de la cuisse d'un côté de l'un des deux squelettes, en feront autant par rapport aux mêmes os du côté opposé de l'autre des deux squelettes, ce qui ne permettra jamais la jonction des deux épines. Mais si on enleve au squelette placé à droite toutes les parties gauches, & au squelette placé à gauche, toutes les parties droites qui ont été rapportées, leurs deux épines se pourront joindre alors aussi exactement & dans le même sens que les deux épines vraies de notre fœtus monstrueux, dans lequel il paroît sensiblement que la pression a produit précisément les mêmes retranchemens de parties que ceux qui ont été faits aux deux squelettes proposés pour exemple.

Pour suivre la même comparaison, qui rend parfaitement raison de toutes les singularités qu'on observe dans le squelette monstrueux, quand on aura retranché des deux squelettes naturels toutes les parties qui empêchoient l'union latérale de leurs épines, ce seront deux squelettes tronqués par la moitié, & qui à l'exception de la tête & de l'épine que chacun aura conservées en son entier, ne seront plus que deux moitiés de squelettes. Si l'on applique latéralement ces deux moitiés

de squeletes l'une contre l'autre, non-seulement leurs deux épines se joindront comme il a été dit, mais encore les côtes droites restées à l'épine du squelete placé à droite, concourront alors avec les côtes gauches restées à l'épine du squelete placé à gauche, à la formation d'une nouvelle capacité de poitrine, que si elle étoit recouverte & cachée aussi-bien que le reste des deux épines, & comme l'étoit le squelete du fœtus monstrueux avant qu'il eût été ouvert, ressembleroit assez par sa figure extérieure à celle d'un squelete en son entier, pour faire croire qu'elle n'a été formée comme la sienne que par un double rang de côtes, partant à droit & à gauche d'une seule & même épine; & ce qui confirmeroit encore cette idée, c'est que ce composé de deux squeletes tronqués, qui est la véritable image du squelete de notre fœtus monstrueux, n'auroit que deux bras, deux mains, deux cuisses, deux jambes, deux pieds, précisément de même que dans l'état naturel; mais en dégageant ce composé de la toile qui en imposoit à la vûe, on découvreroit bien-tôt tout le mystère, & ce que l'ouverture de notre fœtus monstrueux nous a fait découvrir aussi dans son squelete, qui ayant deux têtes & deux épines veritables & entieres qui le partagent en deux, a véritablement été formé de deux moitiés de squeletes qui lui sont venues de deux fœtus différens, & qui se sont unies de maniere dans la formation du fœtus double & monstrueux, que la portion qui avoit été enlevée à l'une des deux moitiés de squeletes, s'est trouvée remplacée par celle qui est restée à l'autre moitié.

Quoique les réflexions qui ont été faites sur le squelete monstrueux prouvent suffisamment, à mon avis, que les deux épines vraies de ce squelete ne se sont approchées, & n'ont pu s'approcher qu'après la destruction réelle de toutes les parties qui ont été marquées, & qui manquent aussi dans le monstre dont il s'agit, la nature, en travaillant à cette destruction, en a laissé des vestiges incontestables, que nous allons rapporter, & qui seront une preuve complete de notre supposition.



Jusqu'ici nous avons trouvé dans l'assemblage des deux squeletes, tronqués & comparés avec le squelete monstrueux, de quoi rendre parfaitement raison de la composition bizarre & singuliere de ses parties: il nous reste cependant encore un éclaircissement à donner sur une partie très-extraordinaire; c'est sur la troisieme épine que nous avons appelée l'*Epine fausse*, & dont la place est entre les deux épines vraies.

Après avoir réfléchi sur cette partie singuliere, sans imaginer son origine & sa formation, je désespérois presque d'en venir à bout, lorsque reprenant de nouveau le squelete monstrueux, & portant des yeux plus clair-voyans que par le passé sur la fausse épine, je m'appercûs tout d'un coup de plusieurs circonstances qui ne m'avoient point frappé jusqu'alors, pour les conséquences qui en résultent naturellement.

La premiere de ces circonstances, c'est que cette fausse épine étoit distinguée en douze portions, qui répondoient chacune par deux extrémités aux douze vertebres correspondantes du dos de chaque épine vraie, & qu'une ou deux de ces portions étoient séparées dans leur milieu. La seconde que chaque extrémité de la fausse épine qui s'inséroit, par exemple, dans les douze vertebres de l'une des deux épines vraies, le faisoit dans les endroits directement opposés à ceux où les douze côtes des mêmes vertebres s'alloient aussi insérer. La troisieme, que l'insertion de chaque côte dans la vertebre étoit si semblable à l'insertion de chaque extrémité d'une portion de l'épine fausse dans la même vertebre, que si cette vertebre eût eu une côte dans l'endroit où elle en manquoit, cette côte n'auroit pû naturellement être placée d'une autre maniere que l'étoit l'extrémité de la portion de l'épine fausse; ni dans un autre endroit de la vertebre que celui où se trouvoit cette extrémité. Qu'enfin la fausse épine ne se rencontroit que dans l'étendue des vertebres du dos, qu'elle accompagnoit les douze côtes de chaque côté, & qu'elle commençoit & finissoit avec elles & dans le même lieu.

Toutes ces remarques jointes à la maniere dont j'avois eu lieu

lieu d'ailleurs de supposer que les deux épines vraies de notre fœtus monstrueux avoient été unies, c'est-à-dire, au dépens des parties qui s'étoient trouvées à leur passage; toutes ces remarques, dis-je, m'ont fait voir clairement que les deux rangs de côtes appartenantes aux deux épines vraies, & qui se sont brisées les unes contre les autres, ou qui n'ont pû se développer, ont laissé le long de ces deux épines des fragmens ou des bouts de côtes, de sorte que les fragmens ou les bouts de côtes de l'une des deux épines rencontrant les fragmens ou les bouts de côtes de l'autre épine, & cela dans les extrémités de ces fragmens ou de ces bouts de côtes dans lesquelles chaque côte avoit été rompue ou arrêtée dans son extension & son développement, chacune de ces extrémités s'étoit unie à l'extrémité opposée, & avoit produit, en se soudant, une espece de calus ou de bouton pointu, qui sortant en dehors, donnoit une forme d'épine à ce corps; cependant comme les bouts de côtes des deux rangs supérieurs ne sont pas unis & soudés aussi exactement que les autres, le bouton y a manqué, & même les bouts de côtes du premier rang sont restés désunis; circonstance qui ne sert encore qu'à prouver de plus en plus la distinction des bouts de côtes qui partent de chaque épine, & qui vont mutuellement se trouver.

Enfin dès qu'on sçait que chaque portion de ce que nous avons appelé la fausse épine, est un composé de deux fragmens de côtes brisées, ou de deux bouts de côtes qui n'ont pû s'étendre davantage, la cause de toutes les particularités que nous avons observées dans cette fausse épine, se dévoile, pour ainsi dire, de soi-même, & d'une maniere démonstrative; car 1°. chaque bout de côtes ayant conservé son origine & son insertion dans sa vertebre particuliere, cette origine & cette insertion n'ont dû différer en rien de celles de la côte qui partoît de l'autre côté de la même vertebre, & qui étoit demeurée entiere. 2°. Le nombre des portions de la fausse épine n'a dû être ni plus ni moins grand que celui des petits bouts de côtes dont elle avoit été formée, & par

conséquent chaque portion étant composée à droite & à gauche d'un bout de côtes, comme il a été dit, & ces bouts de côtes se trouvant & se devant trouver à droite & à gauche au nombre de douze, il n'y a dû avoir aussi, & il n'y a eu en effet que douze portions de la fausse épine. 3°. La fausse épine n'ayant été formée que du débris de deux rangs de côtes, elle a dû se rencontrer précisément dans les mêmes lieux où se seroient trouvé ces côtes, si elles eussent subsisté, c'est-à-dire, dans l'étendue des douze vertebres du dos, & au côté opposé des douze côtes qui sont restées entieres, & qui partoient de chacune de ces douze vertebres; aussi la fausse épine s'est-elle contenue exactement dans les limites qui viennent d'être marquées, & qu'elle n'a pas franchies le moins du monde.

Cette fausse épine est donc véritablement une espece de monument de la rupture ou du défaut de développement des deux rangs de côtes, sans quoi les deux épines vraies n'eussent jamais pû s'approcher ou rester dans l'union où elles ont été trouvées; & ce monument, par la même raison qu'il est une preuve convaincante de la vérité de notre supposition, exclut formellement le système des germes originairement monstrueux, du moins par rapport à notre monstre; car si les deux fœtus dont il est composé avoient séparément & en petit toutes leurs côtes avant leur union; si ce n'a été que pour parvenir à cette union, ou pour y rester, que leurs côtes ont été brisées, ou qu'elles ne se sont pas développées davantage, le monstre n'a été formé qu'après coup, & bien-loin d'avoir été tel dans la premiere conformation, il ne doit sa naissance qu'à des germes qui originairement n'avoient rien que de naturel dans la structure de leurs parties.

L'examen des parties internes du fœtus monstrueux ne dément point les idées que ses parties externes nous ont fait naître.

Ses poumons étoient du nombre de celles qui malgré le désordre & la confusion des parties internes des deux fœtus unis ensemble, se sont toujours conservées en leur entier,



c'est-à-dire , qu'ils étoient doubles , très-distincts & avec leur forme naturelle ; tout ce qui leur est survenu en conséquence de cette union , c'est que comme une moitié de la capacité de chacune des poitrines des deux fœtus avoit été détruite par la destruction d'un rang de leurs côtes , & que l'épine du dos , qui dans l'état naturel doit être au milieu de cette cavité , étoit devenue l'extrémité , & , pour ainsi dire , la borne de la portion de cavité appartenante au fœtus particulier dont elle étoit l'épine ; les deux grands lobes de chaque poumon qui dans un fœtus simple auroient dû être placés au large & aux deux côtés de leur épine , avoient été contraints , faute d'un de ces côtés , de se retrancher dans le terrain qui leur étoit resté de l'autre côté , après la jonction des deux fœtus ; c'est pour cela que chacun des côtés de la poitrine du fœtus monstrueux contenoient deux grands lobes du poumon , ou un poumon entier , au lieu qu'une poitrine ordinaire , & qui ne suppose qu'un seul fœtus , ne contient dans chacun de ses côtés qu'une moitié de poumon ; aussi a-t-elle moins de largeur que n'en avoit la poitrine de notre monstre , & cela non-seulement par rapport aux poumons doubles de ce monstre , à une portion de son foie , contenue dans sa poitrine , & à quelques autres parties doubles qui contribuoient toutes à augmenter le volume de la poitrine , mais encore par rapport aux deux épines vraies & à l'épine fausse , dont il a été parlé , qui toutes ensemble fournissoient une plus grande étendue , que s'il n'y eût eu qu'une seule épine vraie.

Quoique le cœur de notre fœtus monstrueux fût unique , il étoit véritablement dans la classe des parties monstrueuses qui ont été rapportées , c'est-à-dire , de celles qui non-seulement ont perdu leur forme naturelle , mais encore dans lesquelles on voit sensiblement que de deux parties semblables qui se sont mutuellement pressées & confondues , il s'en est fait une troisième. Cette union des deux cœurs , telle que nous la supposons , c'est-à-dire , par une pression réciproque & continuée de l'un sur l'autre , me paroît indiquée d'abord par sa structure extraordinaire ; suite de la pression qui en dé-

rangeant l'ordre & la situation naturelle des parties de chaque cœur, a encore rompu les cloisons qui séparaient leurs ventricules, & n'a fait de toutes les cavités des quatre ventricules & des quatre oreillettes des deux cœurs qu'une seule & unique cavité, comme il a déjà été dit.

Mais ce qui produit, à mon avis, une preuve convaincante de l'union des deux cœurs, ce sont les deux troncs d'arteres qui partent de chacun des côtés de ce cœur monstrueux pour se distribuer dans le poumon, la tête & les autres parties de chacun des deux fœtus qui composent notre fœtus monstrueux. Cette distribution de deux troncs à droite pour le fœtus droit, & de deux troncs à gauche pour le fœtus gauche, désignant parfaitement la moitié de cœur qui appartenait à chaque tête; chaque poumon & chaque portion du fœtus double, fait assez connoître que ce cœur qui fournit du sang à deux fœtus originairement différens, doit être composé des deux cœurs qui appartennoient originairement à chacun de ces fœtus.

Et en effet, deux parties aussi essentielles à la vie de ces fœtus que leur cœur, devoient toujours subsister ou séparées ou unies ensemble, & formant un tout qui pût répondre à chacun des deux fœtus.

Car si l'on dit que l'un des deux cœurs a péri, celui qui reste ne doit naturellement fournir de sang qu'au fœtus auquel il est naturellement attaché par ses vaisseaux; & s'il en fournissoit à l'autre fœtus, ce seroit tout au plus par quelques voies détournées qui donneroient toujours lieu de reconnoître & de distinguer auquel des deux fœtus ce cœur appartient droit spécialement; ce qui ne se remarque point du tout dans le cœur monstrueux qui envoie du sang également, de la même maniere & par deux troncs semblables à l'un & à l'autre fœtus.

Concluons donc que ce cœur monstrueux est un composé de deux cœurs, & que chaque moitié de ce composé qui regarde son fœtus, & qui lui envoie du sang, étoit originairement son cœur; & en effet, comme tout cœur naturelle-

ment constitué a deux ventricules , dont l'un donne naissance au tronc de l'artere du poulmon , & l'autre au tronc de l'aorte , chaque moitié de notre cœur monstrueux faisant l'office d'un cœur entier , fournissoit de même un tronc d'artere du poulmon , & un tronc d'aorte.

Ce cœur nous fournit encore une réflexion. Les poulmons étant doubles , & chaque poulmon ayant un tronc particulier d'artere , il étoit naturel & nécessaire qu'il y eût dans le fœtus monstrueux , en faveur des deux poulmons , deux arteres de communication qui partissent de chaque artere du poulmon. Mais la même raison qui exigeoit dans le fœtus deux arteres de communication , sembloit y exiger aussi un double trou ovale ; cependant il n'en avoit point du tout , ce qui étoit la suite du dérangement prodigieux que le cœur avoit souffert dans toutes ses parties , & qui avoit influé sur le trou ovale qui étoit naturellement dans chacun des deux cœurs , dont celui du fœtus monstrueux étoit composé ; & comme les deux troncs d'arteres du poulmon ne s'étoient pas réunis comme les deux cœurs , & qu'au contraire ils étoient demeurés très-distincts & dans leur entier , les deux arteres de communication étoient demeurées de même entieres & très-distinctes , à la différence du double trou ovale.

Il y a tout lieu de croire que le foie de notre fœtus est comme le cœur une partie monstrueuse ; qu'il est composé de même de deux parties semblables , ou de deux foies qui ont été si fort pressés l'un contre l'autre , & qui se sont confondus de maniere qu'il en a résulté une masse informe & sans lobes , qui n'auroit point été telle sans cette union , & qui par-là est devenue si grosse , qu'elle a rompu le diaphragme , & s'est fait jour dans la poitrine ; il est vrai que les deux estomacs placés autour du foie dans la région épigastrique , pouvoient , en resserrant le terrain ordinaire du foie , contribuer encore à l'échappée de la portion de ce viscere dans la poitrine.

Nous ne dirons de ces deux estomacs que ce qui a été dit des deux poulmons , c'est-à-dire , que si la pression à laquelle



nous avons justement attribué les effets monstrueux qui ont été rapportés, a laissé à ces parties leur structure & leur forme naturelle, elle a bien changé leur situation, qui au lieu d'être horizontale, se trouve perpendiculaire, & cela apparemment pour s'accommoder à l'espace qu'ils avoient l'un & l'autre à remplir dans le bas-ventre avec les autres parties de cette cavité; de maniere que dans ces deux estomacs placés extraordinairement, comme il a été dit, il n'est plus question d'orifices gauche & droit, mais seulement d'orifices supérieur & inférieur.

Pour ce qui regarde les parties de la génération de l'un & de l'autre sexe qui étoient très-réelles & très-distinctes dans notre monstre, elles servent encore à prouver de plus en plus, & à désigner particulièrement les deux fœtus qui ont concouru à sa formation.

Nous finirons nos remarques sur ses parties internes, par une réflexion générale sur celles qui se sont trouvées doubles ou monstrueuses; c'est que chacune de ces parties internes fournissent une preuve sensible de la rupture & de l'anéantissement d'une certaine quantité des parties externes des deux fœtus dont notre monstre est composé. Et en effet, comment sans cela deux poudrons entiers, qui auparavant habitoient dans deux poitrines différentes, auroient-ils pû se trouver dans une même cavité? Comment deux cœurs originairement séparés auroient-ils pû n'en faire plus qu'un seul, si les cloisons qui les sépareroient ne se fussent ouvertes, & n'eussent permis à ces deux cœurs de s'appliquer immédiatement l'un contre l'autre, & de s'unir intimement?



*Fig. 1.*

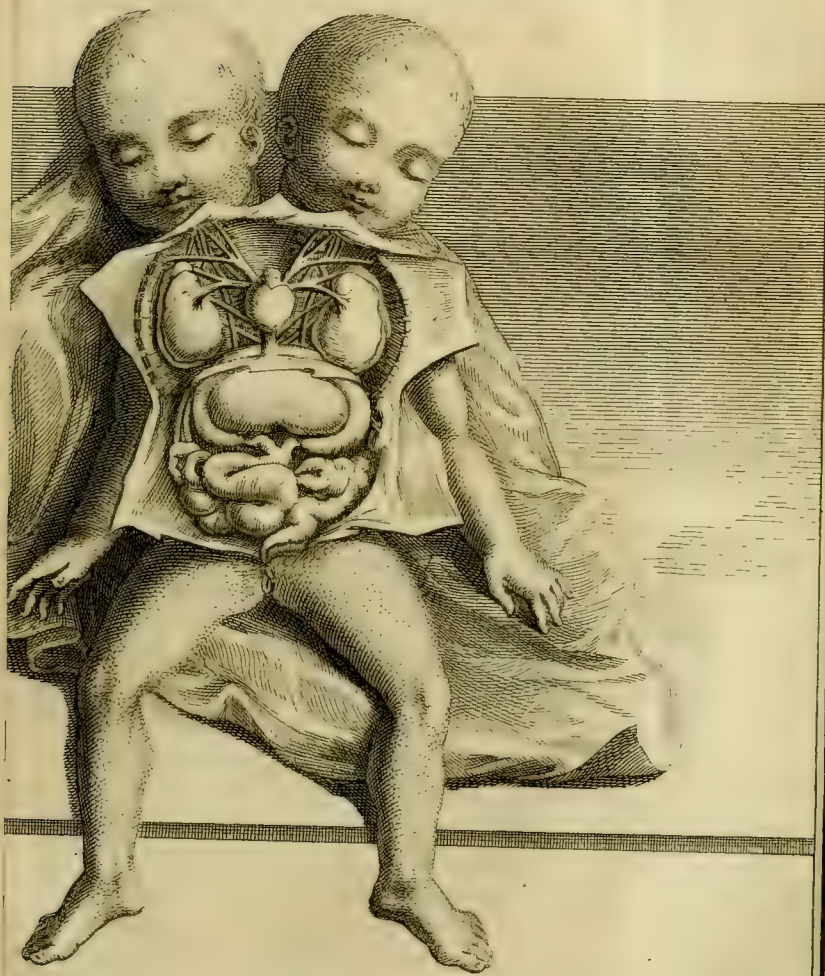
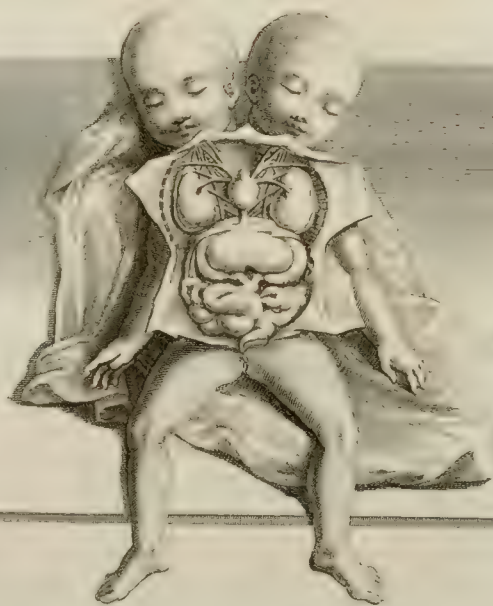


Fig. 1





*Fig 2*



*Fig. 2.*



*Fig. 3.*

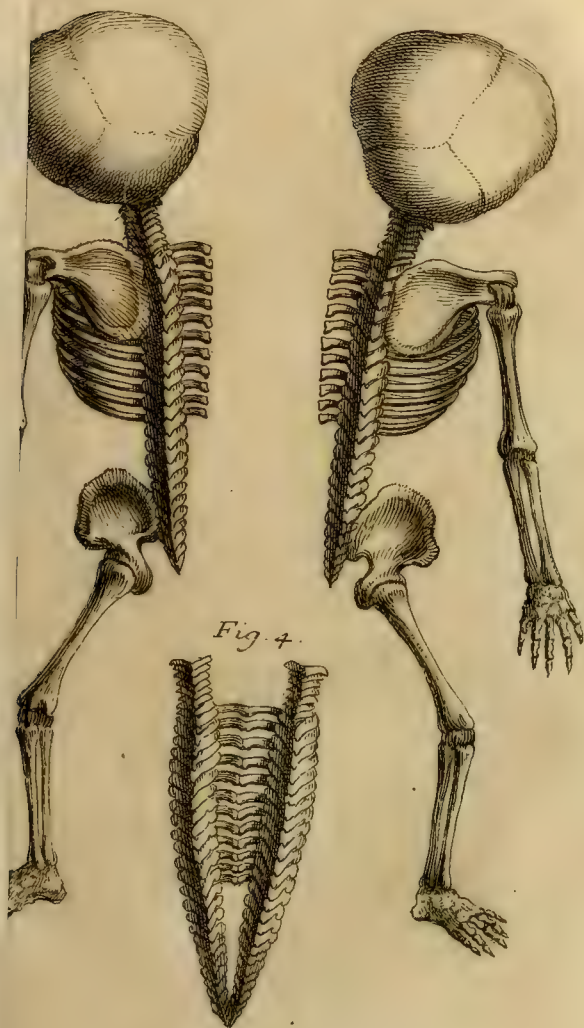
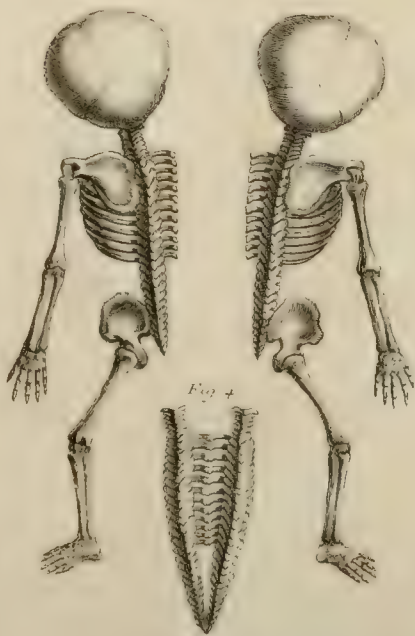




Fig. 3



## NOUVELLE METHODE

*Pour calculer les Eclipses de Lune géométriquement , & sans Table de Sinus.*

Par M. le Chevalier DE LOUVILLE.

**L**A doctrine des Eclipses fait une des principales parties de l'Astronomie; c'est par le moyen des Eclipses que l'on peut connoître la justesse des tables Astronomiques dont on se sert, & la bonté de la théorie sur laquelle elles sont fondées; & il est fort important de connoître au juste de combien ces tables s'éloignent du Ciel pour les perfectionner, puisqu'on ne sçauroit en corriger les défauts sans les connoître.

4. Mars.  
1724.

Il ne s'agit dans ce Mémoire que des Eclipses de Lune, réservant à traiter de celles de Soleil dans un autre, car la théorie des unes est fort différente de celle des autres.

Il semble qu'on n'ait pas crû jusqu'à présent pouvoir déterminer la distance ni la situation que gardent entr'eux deux corps en mouvement, sans en supposer un des deux fixes, il a fallu pour lors changer la direction & la vitesse de celui qu'on laissoit en mouvement; & cependant on va faire voir qu'il est fort facile de trouver, en tel tems qu'on voudra, leur situation & leur distance sans faire cette supposition, puisque nous n'employons dans tout ce calcul que des Equations du second degré, ni d'autres courbes que des sections coniques.

Il a fallu pour cela puiser dans une science plus générale que l'Astronomie, & dont cette partie d'Astronomie dépend, les loix que les corps en mouvement gardent dans leur distance réciproque, c'est dans la Cinématique, ou dans la science du mouvement en général, dont la mécanique n'est qu'une branche: mais le but principal de la mécanique est de déduire des vitesses des mobiles les forces qu'ils ont pour vaincre les différens obstacles qu'ils rencontrent, ce qui n'a point

de lieu dans l'Astronomie, où nous ne considérons ni choc ni percussion, mais seulement les rapports de distance, & la situation des mobiles, faisant abstraction de leurs masses, ne les considérant que comme des ombres ou des images qui se rencontreroient & se pénétreroient sans se heurter, ayant, si l'on veut, pénétration de dimensions.

Nous n'avons eu besoin pour l'Astronomie que de considérer le cas le plus simple de cette science, qui est de considérer deux mobiles se mouvant le long de deux lignes droites avec des vitesses uniformes; mais ayant entr'elles tel rapport qu'on voudra, & décrivant des routes inclinées l'une à l'autre sous tel angle qu'on voudra: il s'agit (ayant une fois connu la distance & la situation de ces deux corps) de trouver pour tout autre instant cette distance ou cette situation, & réciproquement la distance ou la situation étant connues, en trouver l'instant. Il est évident que ceci est la clef de presque toute l'Astronomie.

On voit évidemment que dès que deux corps se meuvent sur deux lignes droites inclinées l'une à l'autre, ils ne sauraient continuer leur route sans s'approcher ou sans s'éloigner l'un de l'autre; ils s'approchent d'abord jusqu'à une certaine distance, & ils s'éloignent ensuite toujours de plus en plus à l'infini. Or tout ce qui augmente ou qui diminue continuellement avec une certaine regle, peut être représenté par les appliquées d'une ligne courbe, pendant que les abscisses de cette même courbe représentent les tems. Il n'est donc question que de trouver la nature ou l'Equation de la courbe, dont les appliquées sont toujours entr'elles comme les distances de ces mobiles, pendant que les abscisses de la même courbe seront comme les tems correspondants. Ayant une fois trouvé l'Equation de cette courbe en termes généraux & algébriques, nous aurons tout ce que l'on peut souhaiter par rapport aux Eclipses de Lune, ou même aux Eclipses de Soleil, considérées en général par un Observateur qui ne seroit pas sur le globe terrestre; car quand l'Observateur est lui-même en mouvement sur un point du globe de la terre, il faut



faut des méthodes particulieres pour déterminer sous quel angle cet observateur doit voir à chaque instant la distance des centres du Soleil & de la Lune. C'est ce que j'ai dit que je réservoirs pour un mémoire particulier.

Or il est évident que dès que nous avons l'équation de la courbe dont nous venons de parler, c'est-à-dire, une expression générale du rapport de chaque appliquée à son abscisse correspondante, nous aurons, par exemple, la plus petite de toutes les appliquées de cette courbe, ce qui nous donnera la distance des centres pour ce qu'on appelle le milieu de l'Eclipse; ce qui nous fera connoître la grandeur de cette Eclipsé, ou le nombre des doigts éclipsés, & l'abscisse correspondante nous en donnera l'instant; les deux abscisses qui répondent à une même appliquée égale à la somme des demi-diametres du Soleil & de la Lune, ou dans les Eclipses de Lune, à la somme des demi-diametres de l'ombre de la terre & de la Lune, nous donneront l'instant du commencement & de la fin de l'Eclipsé.

Les deux abscisses qui répondent à une appliquée égale à la différence des mêmes demi-diametres, nous donneront les deux instans de l'immersion totale de l'astre dans l'ombre, & de son émerision, & ainsi des autres phases. Enfin nous tirerons de l'équation de cette courbe, des formules pour trouver l'instant où le Soleil & la Lune seront en même tems dans une ligne perpendiculaire à l'écliptique, ce qu'on appelle l'instant de la conjonction ou de l'opposition véritable, & une autre formule pour trouver l'instant où les centres du Soleil & de la Lune, ou du lieu opposé au Soleil dans les oppositions, seront dans une perpendiculaire à l'orbite de la Lune, ce qui est une sizygie d'une seconde espece que l'on a quelquefois besoin de considérer, & qui arrive toujours beaucoup plus près du milieu d'une Eclipsé que la sizygie de la premiere espece.

Soit le corps *A* (Fig. 1.) qui se meuve le long de la ligne droite *AC*, d'une vitesse uniforme, & qu'il y ait dans la même ligne un autre corps *B*, qui soit fixe en *B*, il est évident que

le corps *A* rencontrera le corps *B* dans sa route, & que la distance de ces deux corps ira toujours en diminuant depuis le départ du corps *A* jusqu'à ce qu'il rencontre *B*, ensuite de quoi elle ira en augmentant, si le corps *A* continue sa route (car nous avons déjà averti que nous ne considérons ces mobiles que comme des ombres ou des images qui ne se heurtent point.) Or si de tous les points de la ligne *AC* que doit parcourir le mobile *A*, on abaisse du même côté des perpendiculaires à cette ligne *AC*, comme *AD*, *EF*, & aussi de tous les points de la partie *BC*, de la même droite *AB*, prolongée au de-là du point *B*, où est le corps fixe des perpendiculaires comme *CG*, & que l'on fasse chacune de ces perpendiculaires égales à la distance du point où se trouve pour lors le mobile au point *B*; que l'on fasse, par exemple, la perpendiculaire *AD* égale à *AB*, *EF* à *EB*, *CG* à *BC*, &c. il est clair que ces perpendiculaires représenteront toutes les différentes distances où ces deux corps se trouveront l'un de l'autre à chaque instant, la ligne *AD* représentant la distance du corps *A* au corps *B* à l'instant de son départ *A*, celle du même corps *A* au corps *B*, lorsqu'il sera arrivé en *E*, lorsqu'il sera arrivé en *B*, leur distance sera nulle, ou zero; enfin la ligne *CG* sera la distance des deux corps, lorsque le mobile *A* sera arrivé en *C*; d'où il suit que si l'on mène du point *B* deux droites *BD*, *BG*, faisant chacune avec la ligne *AC* au point *B*, les angles *ABD*, *CBG*, de 45 degrés, ces deux droites feront le lieu géométrique où se termineront toutes les perpendiculaires, comme *EF*, *CG*, lesquelles seront comme les appliquées d'un triangle isoscele rectangle, & les lignes, comme *A*, *AB*, *AC*, en seront comme les abscisses, & représenteront les tems écoulés depuis le départ du mobile *A* du point *A*, pendant que les appliquées représentent les distances correspondantes des deux corps *A* & *B*.

Si l'on suppose présentement que les deux corps se meuvent le long de la même route *AC* vers le point *C*, & que le corps *A*, qui est le plus reculé, aille plus vite que le corps *B*, il est clair que ces deux corps se rencontreront encore : mais

en un point plus reculé que  $B$ , soit supposé en  $C$ , nommant la distance  $AB$  des deux corps à l'instant de leur départ, qu'on suppose connue ( $a$ )  $AC(x)$   $BC$ , sera  $(x - a)$  la vitesse du corps  $A(m)$  celle du corps  $B(n)$ , on aura cette Analogie :

Comme  $m : n :: AC(x) : BC(x - a)$ , ce qui donne  $x = \frac{am}{m-n}$ , c'est-à-dire que  $AC(x)$  sera 3<sup>me</sup> proportionnelle à la différence des vitesses, à la plus grande vitesse, & à la distance des deux corps à l'instant de leur départ. Menant donc du point  $D$ , au point  $C$ , la droite  $DC$ , elle sera le lieu où se termineront toutes les appliquées, comme  $AD$ ,  $EF$ , qui représentent les distances des deux mobiles, à chaque instant avant la rencontre; & si du point  $C$ , on mène une autre droite qui fasse avec  $AC$  prolongée, un angle égal à  $ACD$ , du côté opposé, cette dernière ligne sera le lieu des appliquées qui représentent les distances des deux mobiles depuis leur rencontre, & qu'ainsi il y aura toujours deux instans également éloignés de celui où les corps se sont rencontrés, où ces distances se trouvent égales.

Soit à présent (Fig. 2.) deux corps, dont l'un comme  $B$ , soit fixe au point  $B$ , & que l'autre  $D$ , parcoure d'un mouvement uniforme la droite  $DC$ , mais qui ne passe pas par le point  $B$ . Je dis que la ligne où se termineront toutes les perpendiculaires qui représentent les distances des deux corps à chaque instant, pendant toute la route du corps  $D$ , sera une hyperbole équilatère, dont l'axe ou le paramètre (car ces deux lignes sont égales dans l'hyperbole équilatère) sera double de la plus petite distance, à laquelle ces deux corps puissent se trouver l'un de l'autre, c'est-à-dire, double de la ligne  $CB$ , qui est la perpendiculaire menée du point fixe  $B$  sur la route du mobile  $D$ , en sorte que  $C$  sera le centre de cette hyperbole.

Si l'on nomme  $DA$  ou  $CB(a)$   $AB$  ou  $DC(b)$   $CF(y)$   $DF(b - y)$ .  $FB(z)$ , il est clair qu'en quelqu'endroit que tombe le point  $F$ , on aura toujours, à cause de l'angle droit,  $FCB$ ,  $\overline{FB}(zz) = \overline{FC}(yy) + \overline{CB}(aa)$ ; ce qui donne  $zz = yy + aa$ , qui est une équation à une hyperbole



équilatere par rapport à son diametre  $= 2a$  ; ou si l'on suppose  $z = x + a$ , on aura  $xx + 2ax + aa = yy + aa$ , donc  $xx + 2ax = yy$ , c'est-à-dire que  $x$  sera  $= BG$ , & que  $2CB + BG \times BG = EG^2$ .

Si l'on abaisse donc de tous les points  $F$  de la ligne  $DC$  des perpendiculaires  $FE = FB$ , ou la distance des mobiles, routes ces lignes  $FE$  aboutiront à la circonférence d'une hyperbole équilatere  $BEH$ .

Lorsque le point  $F$  tombe en  $C$ , on aura  $x = 0$ , &  $y = 0$ , donc  $z$  sera pour lors  $= a$ , c'est-à-dire que la plus petite distance où les corps puissent arriver sera  $CB$  ( $a$ ).

Si l'on suppose que le corps  $B$  soit aussi en mouvement, & qu'il parcoure la droite  $BL$ , parallele à  $DC$ , avec une vitesse uniforme, mais moindre que celle du corps  $D$ , on trouvera encore précisément la même équation, en supposant que la vitesse du corps  $D$  soit diminuée de toute celle du corps  $B$ , & que  $B$  soit fixe, & ces deux corps se trouveront dans cette supposition, également éloignés l'un de l'autre au bout du même tems : mais c'est le seul cas où l'on puisse faire cette supposition, qui est quand les routes sont paralleles, dans tout autre cas cela s'éloigneroit de la vérité.

Enfin soient (*Fig. 3.*) deux corps  $A$  &  $D$ , qui se meuvent le long des deux lignes droites  $AC$ ,  $DC$ , inclinées l'une à l'autre de la quantité de l'angle  $ACD$ , tel qu'on voudra, avec des vitesses uniformes, mais qui soient entr'elles en telle raison qu'on voudra, & que le corps  $A$  parte de  $A$ , en même tems que le corps  $D$  part de  $D$ , & que le corps  $A$  aille vers  $C$ , & le corps  $D$  aussi vers  $C$ , & que la vitesse du corps  $A$  soit à celle du corps  $D$ , comme  $m$  à  $n$ , c'est-à-dire en raison connue.

On demande, 1°. Quelle est la courbe dont les appliquées sont entr'elles comme les différentes distances des centres des deux corps  $A$  &  $D$  pendant toute leur route.

2°. Quelle sera la plus petite distance à laquelle ces deux mobiles pussent s'approcher.

3°. En quel point de leur route ces mobiles se trouveront ;

lorsqu'ils seront à cette plus petite distance.

4°. Quand est-ce que ces mobiles se trouveront ensemble dans la perpendiculaire à l'une ou à l'autre route.

5°. Quand est-ce que ces mobiles seront à une distance donnée, & en quel point de leur route ils se trouveront, lorsqu'ils seront éloignés l'un de l'autre de cette quantité.

Ayant nommé ces lignes comme il suit (Fig. 3.) sçavoir  $AC$  ( $a$ ).  $DC$  ( $b$ ).  $AB$  perpendiculaire à  $DC$  ( $c$ ).  $BC$  ( $\epsilon$ ).  $AD$  ( $g$ ). Et les inconnues  $DS$  ( $x$ ).  $SL$  perpendiculaire sur  $AC$  ( $y$ ).

$$AL \left( \frac{mx}{n} \right) . CL \left( a - \frac{mx}{n} \right) . SC (b - x) , \text{ on fera comme } CA (a) : AB (c) :: CL : \left( \frac{an - mx}{n} \right) : LE = \frac{aen - cmx}{an} , \& \text{ comme } CA (a) : CB (\epsilon) :: CL \left( \frac{an - mx}{n} \right) : CE = \frac{aen - \epsilon mx}{an} , \& SE = SC - CE \text{ fera } = b - x - \frac{aen - \epsilon mx}{an} = \frac{abn + \epsilon mx - anx - aen}{an} , \& SL (yy) = \overline{S\epsilon}^2 + \overline{LE}^2 \text{ fera}$$

$$\left. \begin{array}{l} \epsilon \epsilon m m \\ - 2 a \epsilon m n \\ + a a n n \\ + c c m m \end{array} \right\} x x \left. \begin{array}{l} + 2 a b \epsilon m n \\ - 2 a \epsilon \epsilon m n \\ - 2 a a b n n \\ + 2 a a \epsilon n n \\ - 2 a c c m n \end{array} \right\} x x = a a n n y y$$

Mais  $\overline{AB} (cc) = \overline{AC} (aa) - \overline{BC} (\epsilon\epsilon)$ . On aura donc

$$\left. \begin{array}{l} a m m \\ + a n n \\ - 2 \epsilon m n \end{array} \right\} x x \left. \begin{array}{l} + 2 b \epsilon m n \\ - 2 a b n n \\ + 2 a \epsilon n n \\ - 2 a a m n \end{array} \right\} x x = a n n y y$$

Pour trouver le point  $H$ , où doit arriver le mobile  $D$ , pour que les deux corps  $D$  &  $A$  soient ensemble dans une perpendiculaire  $HF$  à la route  $BC$  du corps  $D$ , il est évident que cette question est la même que si ayant calculé le vrai lieu du Soleil & le vrai lieu de la Lune pour un instant pris au hasard proche d'une conjonction ou d'une opposition, on deman-

doit en quel point de l'écliptique devroit se trouver le Soleil pour être en conjonction ou en opposition avec la Lune, & l'instant où cette conjonction, ou cette opposition devroit arriver, qui est ce qu'il y a assez souvent de plus long à calculer dans les Eclipses, à cause qu'on est la plupart du tems obligé de recommencer plusieurs fois son calcul pour tomber juste à l'instant de la sizygie.

Supposant donc que  $DC$  représente l'Ecliptique,  $AC$  l'orbite de la Lune, & qu'on ait trouvé le vrai lieu du Soleil en  $D$ , & celui de la Lune sur son orbite en  $A$ , que le mouvement horaire vrai de la Lune soit au mouvement horaire vrai du Soleil, comme  $m$  à  $n$ , on demande quelle est la distance  $DH$  du point  $D$ , où on a trouvé le Soleil à l'instant calculé au point  $H$ , où se doit faire la conjonction, la ligne  $FH$  étant perpendiculaire à l'Ecliptique  $DC$ . Ayant nommé  $DH(x)$ ,  $FH(y)$ ,  $CD(b)$ , on fera, comme  $m$  à  $n$ , ainsi  $AF : DH(x)$ . Donc  $AF = \frac{mx}{n}$ , &  $CF = CA - AF = a - \frac{mx}{n}$ , &  $CH = CD - DH = b - x$ , on dira donc comme  $CA(a) : CB(c) :: CF(\frac{an - mx}{n}) : CH$ . Donc  $CH = \frac{an - mx}{n} = b - x$ . Donc  $x = \frac{an - abn}{m - n}$  qu'il faut ajouter ou retrancher de  $DC$ , distance du Soleil au nœud  $C$ , à l'instant calculé pour avoir le vrai lieu du Soleil à l'instant de la sizygie; & si on réduit en tems ce même espace  $DH$  par le mouvement horaire du Soleil connu, on en aura l'instant, en ajoutant, ou en ôtant ce tems de celui pour lequel on avoit fait le calcul, & on connoîtra s'il le faut ajouter, ou s'il le faut soustraire par le signe dont  $x$  se trouvera affectée.

Ayant ainsi trouvé l'instant de la sizygie, on supposera que les deux luminaires partiront en même tems, l'un de  $H$ , & l'autre de  $F$ ; ce qui nous donnera une équation plus simple que la précédente; car il est évident qu'en ce cas  $DC(b)$  devient  $= BC(c)$ , & qu'ainsi on peut mettre l'une de ces quantités en la place de l'autre. Mettant donc dans l'équation



générale  $b$ , au lieu de  $\epsilon$ , elle deviendra celle qui suit :

$$\begin{matrix} am m \\ - 2b mn \\ + a n n \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} xx \\ - 2a am n \\ - abb nn \end{matrix} \right\} x + a' n n = ann yy$$

qui est une équation à une hyperbole par rapport à son diamètre ; ou si l'on fait pour abrégér  $aa - bb = cc$ , on aura

$$\begin{matrix} am m \\ - 2b mn \\ + a n n \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} xx \\ - 2cc mn x \\ - ann yy \end{matrix} \right\} = 0.$$

dont les deux racines sont  $x = \frac{cc mn}{am m - 2b mn + ann}$

$$\pm \sqrt{\frac{c^2 m m n n}{am m - 2b mn + ann} - \frac{acc nn + ann yy}{am m - 2b mn + ann}}$$

Mais si le Soleil & la Lune étoient l'un du côté du nœud, & l'autre de l'autre ; par exemple, si (dans la 4<sup>me</sup> Figure) la Lune étoit en  $A$ , allant vers le nœud  $C$ , & que le Soleil fût en même tems en  $D$ , l'ayant déjà passé pour trouver le chemin  $DH$  qu'auroit à faire le Soleil pour arriver en  $H$ , où se doit faire la fizygie, on auroit cette formule pour la valeur de  $DH(x)$   $x = \frac{a \epsilon n + ab n}{\epsilon m - an}$ . Car ayant nommé  $DH(x)$   $AF$  ( $\frac{mx}{n}$ )  $DC$  ( $b$ ).  $CF = AF - AC = \frac{mx}{n} - a$ , &  $CH = CD + DH = b + x$ , on fera comme  $CA(a) : CB(\epsilon) :: CF(\frac{mx - an}{n}) : CH = \frac{\epsilon mx - a \epsilon n}{an}$ . On aura donc  $\frac{\epsilon mx - a \epsilon n}{an} = b + x$ . Donc  $\epsilon mx - a \epsilon n = abn + anx$ , &  $\epsilon mx - anx = a \epsilon n + abn$ , donc  $x = \frac{a \epsilon n + abn}{\epsilon m - an}$   
 $= \frac{\epsilon + b \times an}{\epsilon m - an}$ .

Enfin si le Soleil & la Lune avoient déjà passé le nœud  $C$ , & qu'ils allassent par conséquent en s'en éloignant, il est visible que pour qu'il pût y avoir une conjonction, il faudroit que le lieu de la Lune réduit à l'écliptique, c'est-à-dire le point  $B$ , fût moins éloigné du nœud  $C$ , que le point  $D$ ,

lieu du Soleil, autrement cette conjonction seroit déjà passée,

& ainsi la valeur de  $x = \frac{b - \varepsilon \times an}{\varepsilon m - an}$  seroit positive, lorsque  $b$  surpasseroit  $\varepsilon$ , & négative lorsque  $\varepsilon$  surpasseroit  $b$ , ainsi l'expression positive de la valeur de  $x$  sera  $\frac{b - \varepsilon \times an}{\varepsilon m - an}$ , qu'il faut pour lors ajouter au tems proposé, & au contraire la retrancher si  $\varepsilon$  surpassoit  $b$ .

Pour trouver à présent le lieu du mobile  $D$ , ou du Soleil, pour que son centre soit le plus proche du centre du mobile  $A$ , ou de la Lune, de toute leur route, il n'y a qu'à prendre la différentielle de la quantité  $y$ , selon les regles de la seconde section de l'Analyse des infiniment petits, & l'égaliser à 0, & l'on trouvera  $x = \frac{ccmn}{amm - 2bmn + ann}$ , ce qui donnera la valeur de  $x$ , ou de l'espace qu'il faut ajouter au lieu où l'on a trouvé le Soleil à l'instant de la conjonction véritable, ou qu'il en faut ôter, & l'on aura le vrai lieu du Soleil pour cet instant; & si l'on réduit en tems cette même quantité, on en aura l'instant.

Si l'on suppose que  $m$  est à  $n$ , comme  $a$  est à  $b$ , & qu'on remette dans l'expression de la valeur de  $x$  qu'on vient de trouver au lieu de  $cc$ , sa valeur  $aa - bb$ , on trouvera  $x = \frac{a^3b - ab^3}{a^3 - ab^3} = b$ , ainsi cela fait voir que la rencontre des deux corps se doit faire au point  $C$ , ce que l'on sçait d'ailleurs ne pouvoir arriver en aucun autre point.

On peut encore trouver la même chose, c'est-à-dire, le point où doit être le corps  $D$ , pour se trouver le plus près du corps  $A$  (Fig. 2.) qu'il soit possible, sans recourir au calcul différentiel, sçachant seulement un peu de sections coniques & de lieux géométriques; car il est clair que la plus petite valeur de l'appliquée  $y$  sera, lorsque le point  $D$  se trouvera dans l'axe de la section, & l'on sçait qu'alors l'équation n'aura point de second terme, ainsi il n'y a qu'à faire évanouir ce second terme pour avoir ce que l'on cherche; ce qui se fait, en supposant l'inconnue égale à la moitié du coefficient du

du second terme, dont le signe aura été changé, & c'est précisément ce qu'a prescrit la règle de l'Analyse des Infiniment Petits ; car ce qui fait qu'il y a un second terme dans une Equation, vient de ce qu'il se trouve de la distance entre le point où se termine l'Abscisse  $x$ , & l'axe de la section ; & quand cette distance est nulle, le second terme disparoit.

Si l'on réduit présentement l'espace que l'on vient de trouver pour la valeur de  $x$  en temps, & qu'on l'ajoute ou qu'on l'ôte de l'instant où le mobile  $D$  étoit en  $H$ , qui est connu, on aura l'instant où ces deux mobiles auront été ou seront le plus près l'un de l'autre qu'il est possible, qui est en Astronomie ce qu'on appelle le milieu d'une Eclipse, & le signe dont  $x$  se trouvera affectée, fera connoître s'il le faut ajouter ou s'il le faut soustraire.

Enfin si l'on veut trouver la quantité de cette plus petite distance, ou de la plus petite valeur de l'Appliquée  $y$ , il n'y a qu'à substituer dans l'Equation, au lieu de  $x$ , cette valeur qu'on vient de trouver, sçavoir  $x = \frac{ccmn}{amm - 2bmn + ann}$ , & l'on aura

$$y = \sqrt{\frac{aabbmm - b^4mm - 2a^3bmn + 2ab^3mn + a^2nn - aabbn^2}{aamm - 2abmn + ann}}$$

Ou en mettant, pour abrégé, l'expression  $cc$ , au lieu de  $aa - bb$  qui lui est égal, c'est-à-dire  $\overline{AB}$ , au lieu de  $\overline{AC} - \overline{BC}$ , on aura

$$y = \sqrt{\frac{bbccmm - 2abccmn + aaccnn}{aamm - 2abmn + ann}}; \text{ d'où il suit que si l'on}$$

suppose encore ici que  $m$  soit à  $n$ , comme  $a$  est à  $b$ , il est évident que puisque les deux mobiles doivent se joindre, leur plus petite distance doit devenir nulle, ou zero. Mettant donc dans cette valeur de  $y$ ,  $a$  pour  $m$ , &  $b$  pour  $n$ , on aura

$$y = \sqrt{aabbcc - 2aabbcc + aabbcc} = 0.$$

$$\text{Puisque dans l'Equation } \left. \begin{array}{l} amm \\ - 2bmn \\ + ann \end{array} \right\} xx - 2ccmnx + aaccnn - aanny = 0$$

Mém. 1724.

K



les deux racines sont  $x = \frac{cemn}{amm - 2bmn + ann}$

$\pm \sqrt{\frac{c+mmn}{amm - 2bmn + ann} - \frac{aaecn + anny}{amm - 2bmn + ann}}$ , on voit que  $x$  a deux valeurs qui répondent à une même de  $y$ , ainsi les corps qui se meuvent en ligne droite d'un mouvement uniforme, se trouvent toujours deux fois dans leur route à même distance l'un de l'autre, ce qui arrive à distance égale du point où ils se sont trouvés dans leur plus grande proximité, la première en s'approchant, & la seconde en s'éloignant l'un de l'autre, puisqu'on trouve qu'il faut toujours ajouter & soustraire la même quantité de celle qui exprime le point où ils étoient dans leur plus grande approximation, pour avoir les deux valeurs égales de  $y$ .

On voit au reste aisément, que si, au lieu que nous avons supposé jusqu'ici que c'est la distance des corps ( $y$ ) qui est donnée, on vouloit que ce fût le temps ( $x$ ) qui le fût, la question en deviendroit plus simple, puisqu'il n'y auroit qu'à traiter ( $x$ ) comme une grandeur constante, ou connue, & l'on trouveroit la valeur de ( $y$ ) qui est la distance cherchée, par une simp'e extraction de la Racine quarrée.

Si l'on veut trouver l'instant où le Soleil & la Lune se trouvent dans la perpendiculaire  $SL$  (Fig 5.) à l'orbite de la Lune, ce qui est une Sizygie d'une seconde espece, ayant nommé comme dessus,  $AC(a)$ .  $DC(b)$ .  $DS(x)$ .  $AL(\frac{mx}{n})$ .  $CS = CD - DS = b - x$ , &  $CL = CA - AL = \frac{an - mx}{n}$ , on aura comme  $CB(\epsilon) : CA(a) :: CL(\frac{an - mx}{n}) : CS = \frac{aan - amx}{\epsilon n}$ , mais  $CS = b - x$ , donc  $b\epsilon n - \epsilon nx = aan - amx$ .

Et  $amx - \epsilon nx = aan - b\epsilon n$ , donc  $x = \frac{aan - b\epsilon n}{am - \epsilon n}$ .

Ou si le premier calcul tomboit à l'instant de la véritable Sizygie, on aura  $x = \frac{aan - bb n}{am - bn}$ , à cause que l'on a dans ce cas  $\epsilon = b$ ; ou enfin mettant  $cc$  au lieu de  $aa - bb$ , on aura  $x = \frac{ccn}{am - bn}$ .

Si l'on veut trouver la distance  $SL$  ( $y$ ) des deux centres pour cet instant, il n'y a qu'à substituer cette valeur de  $x =$

$\frac{ccn}{am - bn}$  dans cette Equation

$$nnyy = -mm \left\{ \begin{array}{l} xx + 2amn \\ - 2bnn \end{array} \right\} x - \frac{aann}{bbnn}$$

$$\text{Et l'on aura } y = \sqrt{\frac{bbccmm - 2abccmn + aaccnn}{aamm - 2abmn + bbnn}}$$

Pour trouver cette Equation, l'on a  $CS = DC - DS = b - x$ , &  $CL = CA - AL = \frac{an - mx}{n}$ .

Et  $\overline{SL}^2 (yy) = \overline{CS}^2 (bb - 2bx + xx) - \overline{CL}^2 = aann - 2amnx + mmxx$ . Donc  
 $nnyy = bbnn - 2bnnx + nnnx - aann + 2amnx - mmxx$

Ce qui donne la même Equation que ci-dessus.

Or puisque nous avons ici  $SL (y) =$

$$\sqrt{\frac{bbccmm - 2abccmn + aaccnn}{aamm - 2abmn + bbnn}} \text{ pour la distance des centres}$$

à l'instant de la Sizygie de la seconde espece, & que la distance des centres à l'instant du milieu de l'Eclipse est  $y =$

$$\sqrt{\frac{bbccmm - 2abccmn + aaccnn}{aamm - 2abmn + aann}}, \text{ \& que ces deux fractions}$$

ont le même numérateur, & qu'il n'y a que les derniers termes du dénominateur qui soient différents, l'un étant  $bbnn$ , & l'autre  $aann$ ; il s'ensuit que la distance des centres ( $y$ ) sera plus grande à l'instant de la Sizygie de la seconde espece qu'au milieu de l'Eclipse, puisque le dénominateur qui a  $bbnn$  pour son dernier terme sera plus petit que celui qui a  $aann$ ,  $a$  étant nécessairement plus grand que  $b$ , puisque  $a$  est l'hypoténuse, &  $b$  un côté du même Triangle rectangle. Donc les numérateurs étant égaux, la fraction qui a le plus petit dénominateur est la plus grande.

Si l'on vouloit trouver l'instant du milieu d'une Eclipsé sans avoir celui de la Sizygie véritable par un calcul fait au hasard des vrais lieux du Soleil & de la Lune, pour un instant

quelconque, pourvu néanmoins que cet instant ne soit pas trop éloigné du milieu de l'Eclipse, on l'aura tout d'un coup, en le tirant de l'Equation générale.

$$\left. \begin{array}{l} amm \\ - 2\epsilon mn \\ + ann \end{array} \right\} xx \quad \left. \begin{array}{l} + 2bem \\ - 2abnn \\ + 2aenn \\ - 2aamn \end{array} \right\} x \quad \left. \begin{array}{l} + abbn \\ - 2abenn \\ + a^3nn \\ - annyy \end{array} \right\} = 0.$$

En supposant  $x = \frac{aam - aenn + abnn - bem}{amm - 2emn + ann}$ , ce sera la valeur de  $x$  pour l'instant du milieu de l'Eclipse qu'il faut réduire en temps, & l'ajouter ou l'ôter du temps pour lequel on aura calculé le vrai lieu du Soleil & celui de la Lune selon le signe dont  $x$  se trouvera affectée, & si le premier calcul se trouvoit tomber à l'instant de la Sizygie véritable, il est évident qu'alors  $b$  seroit  $= \epsilon$ , auquel cas on auroit  $x = \frac{aam - bem - bbn}{amm - 2emn + ann}$ ; ou si l'on met dans le numérateur  $cc$ , au lieu de  $aa - bb$ , on aura  $x = \frac{ccm}{amm - 2bm + ann}$  qui est la même Formule qu'on a donnée ci-dessus.

Or la Formule pour avoir l'instant de la Sizygie véritable est  $x = \frac{aen - ela}{em - an}$ , celle de la Sizygie de la seconde espece est  $x = \frac{aan - ben}{am - en}$ , & enfin celle du milieu de l'Eclipse est  $x = \frac{aam - bem - aenn + abnn}{amm - 2emn + ann}$ . Et si l'instant pour lequel on a fait le calcul des vrais lieux du Soleil & de la Lune, étoit celui de la Sizygie véritable, on auroit  $\epsilon = b$ , & la première Formule deviendrait  $x = 0$ , la seconde  $x = \frac{aan - bbn}{am - bn} = \frac{cen}{am - bn}$ , & la troisième  $x = \frac{aam - bbn}{amm - 2bm + ann} = \frac{ccm}{amm - 2bm + ann}$ . Si l'on multiplie par  $m$  le numérateur

& le dénominateur de la seconde Formule, on aura le même numérateur pour les deux dernières Formules; d'où il suit que les espaces seront en raison réciproque des dénominateurs, & qu'ainsi le nombre des minutes & des secondes de degré qu'il faudra ajouter ou ôter du lieu où s'est fait la véritable



Sizygie pour avoir le milieu de l'Eclipse, sera à l'espace qu'il faudra ajouter ou ôter pour avoir le lieu où le Soleil & la Lune feront dans la perpendiculaire à l'orbite de la Lune, comme  $amm - bmn$  est à  $amm - 2bmn + ann$ , & ainsi ces deux points ne seront les mêmes que lorsque  $bm = an$ , ou lorsque  $m : n :: a : b$ , mais pour lors les deux luminaires se rencontreront au nœud  $C$ , & l'Eclipse sera centrale.

D'où il suit que le milieu d'une Eclipsé arrive toujours à une plus grande distance de la Sizygie véritable ou ordinaire que de la Sizygie de la seconde espece, & toujours plus proche du nœud que ni l'une ni l'autre Sizygie, ce qui est le contraire de ce que M. Flamsted a cru, & plusieurs autres Astronomes, qui croyoient que le milieu d'une Eclipsé arrivoit entre les deux especes de Sizygies, car  $bm$  est toujours plus grand que  $an$ , & par conséquent  $bmn$  plus grand que  $amn$ , puisque  $m$  a toujours plus grande raison à  $n$ , que  $a$  à  $b$ ,  $m$  étant 12 ou 16 fois plus grande que  $n$ , &  $a$  n'étant à  $b$  que comme le Sinus total, ou 100000, au Sinus de complément de  $5^d 1'$ , ou à 99617.

Ce qui se peut encore démontrer fort aisément, sans aucun calcul, de cette maniere.

Soit  $AC$  (Fig. 5.) l'orbite de la Lune,  $DB$  perpendiculaire à  $AC$ , & qu'on ait trouvé l'instant où le centre du Soleil étoit en  $D$ , & le centre de la Lune au même instant en  $B$ , supposons qu'un instant après, par où j'entends un espace de temps infiniment petit du premier genre, le centre du Soleil se trouve en  $\epsilon$ , ayant parcouru le petit espace  $D\epsilon$ , qui sera un espace infiniment petit du premier genre, puisque la vitesse du Soleil est finie. Or la vitesse de la Lune surpassant celle du Soleil, quoique de même genre, c'est-à-dire finie, la Lune au bout du même instant aura parcouru un espace aussi infiniment petit du premier genre, mais plus grand que celui qu'aura parcouru le Soleil, qui est  $D\epsilon$ . Soit  $BH$  l'espace parcouru par la Lune dans le même instant; soit mené du point  $\epsilon$  à  $DB$  la parallele  $EF$ , cette ligne sera donc perpendiculaire à l'orbite de la Lune  $AC$ ; soit décrit du point  $\epsilon$ , où on suppose

le centre du Soleil comme centre à la distance  $\epsilon F$ , le petit arc de cercle  $FK$ , on sçait que  $KH$  sera troisieme proportionnelle à  $\epsilon H$  & à  $FH$ , c'est-à-dire, à une quantité finie, & à une quantité infiniment petite du premier genre. Cette ligne  $KH$  sera donc infiniment petite du second genre, & cette même ligne  $KH$  est l'excès dont  $EH$  surpasse  $EF$ . Soit mené du point  $F$ , à l'Ecliptique  $DC$ , la parallele  $FL$ , la petite ligne  $LB$  sera l'excès dont  $DB$  surpasse  $EF$ ; or cette ligne  $LB$  est de même genre que  $LF$ , ou que  $DE$ , qu'on a faite infiniment petite du premier genre par la construction. Donc  $DB$  surpasse  $EF$  d'une quantité infiniment petite du premier genre, &  $EH$  ne surpasse la même ligne  $EF$  que d'une quantité infiniment petite du second, & partant  $EH$  est plus petite que  $DB$ ; donc les centres du Soleil & de la Lune vont encore en s'approchant l'un de l'autre, après avoir passé le point  $B$ , lorsqu'ils vont en s'approchant du nœud, c'est-à-dire, après la Sizygie de la seconde espece; ce qu'il falloit démontrer. Par la même raison, si le Soleil & la Lune avoient passé le nœud, & qu'ils allassent en s'en éloignant, la premiere phase, après avoir passé le nœud, seroit le milieu de l'Eclipse, la seconde la Sizygie de la seconde espece, & la troisieme celle de la premiere espece, ou la Sizygie véritable.

L'on voit par tout ce qui a été démontré dans ce Memoire, que tant que deux mobiles quelconques se meuvent uniformément le long de deux lignes droites inclinées l'une à l'autre sous un angle tel qu'on voudra, & avec des vitesses qui soient entr'elles en telle raison qu'on voudra, que les distances de ces deux mobiles seront toujours entr'elles comme les Appliquées d'une hyperbole, les Abscisses de la même hyperbole représentant les temps, & si les deux routes sont paralleles, l'hyperbole sera équilatera, & si les deux mobiles se rencontrent dans leur route, l'hyperbole dégénere pour lors en triangle, c'est-à-dire, que la Section conique passe par la pointe du cone; d'où il suit que les distances des mobiles seront pour lors comme les temps, & les lignes menées d'un mobile à l'autre seront toutes paralleles entr'elles.

*Application de cette Méthode à quelque Exemple.*

Nous ferons l'expérience de cette Méthode sur l'Eclipse de Lune du 17 Avril 1707.

*Calcul du vrai lieu du Soleil pour le 17 Avril 1707, à 1 heure 48 minutes du matin, temps vrai à Paris; ou pour le 16 Avril 13 heures 47' 49'', temps moyen, ou Astroncmique.*

Par mes Tables du Soleil imprimées dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1720.

Moyens mouvemens du Soleil. Apogée du Soleil.

1707	181 <sup>d</sup> 23' 40''	98 <sup>d</sup> 2' 40''
le 16 Avril	104 28 27	15
13 heures	32 2	98 2 55
47'	1 56	
49''	2	
Anomal. moyenne	286 26 7	ou 9 <sup>f</sup> 26 <sup>d</sup> 26' 7''
	287 49 45	
Partie proportionnelle	25 50	
Anomalie vraie	288 15 35	
Longitude d'Apogée	98 2 55	
	386 18 30	
Otez . . . . .	360 0 0	
Longitude vraie du ☉	26 <sup>d</sup> 18' 30''	
Lieu opposé au ☉	6 <sup>f</sup> 26 <sup>d</sup> 18' 30''	
Lieu du nœud desc.	6 26 22 17	
Distance du ☉ au nœud desc.	3 47	ou 227'' = DC (b).



*Calcul du vrai lieu de la Lune & de son Apogée pour le même temps, c'est-à-dire, pour le 17 Avril 1707, à 1 heure 48' 0'' du matin, temps vrai à Paris, par les Tables de M. Cassini.*

		Apogée C	Nœud asc.
1707	7 <sup>c</sup> 29 <sup>d</sup> 47' 13''	7 <sup>c</sup> 11 <sup>d</sup> 13' 21''	1 <sup>c</sup> 2 <sup>d</sup> 0' 54''
le 16 Avril	10 16 41 52	11 48 34	5 36 48
13 heures	7 8 14	3 37	1 43
47 minutes	25 48	13	6
49 secondes	27		5 38 37
Longit. moy. C	6 24 3 34	7 23 5 45	0 26 22 17
Addition . . . .	2 14	1 <sup>re</sup> Equation sol. soustr.	9 18
Longit. moy. corr.	6 24 5 48	Vrai lieu du N. asc. 0	26 12 59
1 <sup>re</sup> Equation solaire soustr.	9 18	Vr. lieu du N. desc. 6	26 12 59
Lieu C 1 <sup>o</sup> corr.	6 23 56 30		
2 <sup>de</sup> Equation solaire addit.	3 13		
Lieu C 2 <sup>o</sup> corr.	6 23 59 43		
Anomal. moyenne 11	0 53 58		
Equation addit.	2 19 12		
tirée des Tables de M. Wiston.			
Vrai lieu C égalé	6 26 18 55		
Lieu du nœud desc.	6 26 22 17		
Distance C au nœud desc.	3 22	ou 202'' = AC (d).	

Pour avoir la latitude de la Lune, représentée par la ligne *AB* (c) on fera

Comme le Sinus total

au Sinus du côté *AC* (3' 22'') . . . . 6.99084.26531'  
ainsi le Sinus de l'angle *ACB* (5<sup>d</sup> 17' 0'') 8.96416.97392

au Sinus du côté *AB* (c) = 19'' . . . 15.95501.23923

On pourroit prendre dans cet Exemple les deux côtés *AC* & *BC* dans la raison du nombre des Secondes qu'il y a dans les côtés *AC*, *BC*, du Triangle sphérique *ABC*; mais quand  
le

le Soleil & la Lune sont éloignés du nœud le plus proche de plusieurs degrés, on aura plus de précision, si l'on forme un triangle rectiligne rectangle  $ABC$ , dont le côté  $AB$ , qui représente la latitude de la Lune, soit supposé divisé en autant de parties égales qu'il y a de secondes dans la latitude de la Lune, & dont l'angle  $BAC$  soit égal à l'inclinaison de l'orbite de la Lune avec le cercle  $AB$ , perpendiculaire à l'Ecliptique (que je nomme, avec quelques Astronomes, *Cercle de longitude*, il y en a d'autres qui le nomment *Cercle de latitude*) il est évident que la longueur des deux autres côtés  $AC$ ,  $BC$ , sera déterminée, & qu'on les pourra aisément trouver par la trigonométrie rectiligne; il est donc d'abord question de trouver cet angle  $BAC$  par la trigonométrie sphérique, ou par des tables astronomiques, si on le veut calculer par la trigonométrie, ce qui est toujours le plus sûr, on fera

Comme le sinus complément du côté  $AB$ ,

$$19'' \dots \dots \dots \underline{99999.99957}$$

au Sinus total 100000.00000.

Ainsi le sinus complément de l'angle

$$ACB, 5^d 17' 0'' \dots \dots \dots 9.9575.15256$$

au sinus de l'angle  $BAC$  de  $84^d 43' 0''$ , qui dans cet exemple ne diffère pas du complément de l'angle  $BCA$ .

On fera ensuite,

Comme le Sinus total

à la tangente de l'angle  $BAC$ ;

Logarithmes

$$84^d 43' 0'' \dots \dots \dots 11.03398.12412$$

$$\text{ainsi le côté } AB \ 19 = c \dots \dots \dots \underline{1.27875.36010}$$

$$\text{au côté } BC, 205 \frac{1}{2} \dots \dots \dots 12.31273.48422$$

donc  $AC$  hypoténuse sera de 206.

On aura donc ces quantités comme il s'ensuit, sçavoir

$$AC (a) = 206. DC (b) = 227. AB (c) = 19.$$

$$BC (e) = 205 \frac{1}{2}. DB (g) = 211 \frac{1}{2}.$$

Le mouvement horaire vrai de la Lune ( $m$ ) = 1803.

Le mouvement horaire du Soleil ( $n$ ) = 146.

*Formule pour trouver l'instant de l'opposition véritable.*

$$x = \frac{ang}{em - an}.$$

Substituant, au lieu des lettres connues qui sont dans le second membre de cette équation, leurs valeurs, on aura  $x = -\frac{646634}{340481} = -2''$  qu'il faut par conséquent retrancher du vrai lieu du Soleil à l'instant calculé, & l'on aura le vrai lieu du Soleil à l'instant de l'opposition véritable, de  $6^h 26^d 18' 28''$ , & le lieu opposé au Soleil, de  $6^h 26^d 18' 28''$ . Il faut convertir cet espace qu'on vient de trouver, sçavoir  $2''$  de degré en tems, par le moyen du mouvement horaire du Soleil connu, qui est de  $146''$ , en disant si  $146''$  de degré valent  $3600''$  de tems, ou une heure,  $2''$  que vaudront-elles? on trouveroit  $49''$  de tems à retrancher du tems proposé qui étoit  $1^h 48' 0''$ , & l'on auroit l'opposition véritable à  $1^h 47' 11''$  du matin, tems vrai. Mais quand on ne cherche que le tems d'une phase, & non le lieu de l'Ecliptique où est le Soleil à l'instant de cette phase, il est beaucoup plus court de faire valoir la lettre  $n$ , qui est au numérateur le nombre de  $3600$ , des Secondes qu'il y a dans une heure, sans toucher à la valeur de  $n$ , qui se trouve au dénominateur; & la valeur de  $x$  que l'on découvrira, sera le tems qu'il faudra ajoûter ou soustraire de l'instant pour lequel on a fait le premier calcul, pour avoir l'instant que l'on cherche. Ainsi dans cet exemple je laisse à  $n$ , qui est au dénominateur, sa valeur  $146$ : mais je substitue au lieu de  $n$ , qui est au numérateur,  $3600$ , & j'aurai tout d'un coup par cette substitution  $x = -\frac{15944400}{340481} = -46'' \frac{28}{34}$  près de  $47''$  à retrancher du tems proposé  $1^h 48' 0''$ , on aura donc l'opposition véritable  $1^h 47' 13''$ .

Cette méthode est non-seulement plus courte, mais encore plus précise que la première, c'est pourquoi nous nous en servons toujours dans la suite.

Il faut ensuite trouver le milieu de l'Eclipse par cette formule  $x = \frac{ccmn}{amv - 2bm + an}$ , on a comme ci-dessus



$c = 19.00 = 361$ .  $mn = 263238$ .  $mm = 3250809$ .  
 $nn = 21316$ .  $a = 206$ . &  $b = 227$ . &  $n$  du numé-  
 rateur  $= 3600$ . On aura donc  $x = \frac{1343178800}{554547698} = 2'' \frac{5}{2}$   
 à ajoûter à l'instant de l'opposition qui étoit  $1^h 47' 13''$ ,  
 & l'on aura le milieu de l'Eclipse à  $1^h 47' 15''$  du matin,  
 tems vrai.

## REMARQUE.

On doit remarquer que s'il y avoit une différence un peu  
 considérable entre l'instant calculé & celui de l'opposition  
 véritable, il faudroit, pour avoir le milieu de l'Eclipse, chan-  
 ger les valeurs des lettres connues  $a, b, c$ , & les réduire à ce  
 qu'elles étoient à l'instant de l'opposition; ainsi comme on a  
 trouvé qu'il falloit retrancher  $2''$  de degré dans cet exemple  
 du vrai lieu du Soleil à l'instant calculé, pour avoir son vrai  
 lieu à l'instant de l'opposition, ou, ce qui est la même chose,  
 qu'il falloit augmenter la distance du Soleil au nœud de  $2''$ ,  
 à cause que le Soleil va vers le nœud, il auroit fallu ajoûter  
 à proportion à la distance de la Lune au nœud, c'est-à-dire,  
 nommant ces  $2''$  là  $x$ , ce qu'il faut ajoûter à la distance de la  
 Lune au nœud fera  $\frac{mx}{n}$ , & la latitude de la Lune  $AB$  sera  
 connue: mais on a négligé de le faire ici, à cause qu'il n'y  
 avoit que  $2''$  de degré de distance entre les deux calculs.

Il faut présentement trouver le commencement & la fin;  
 mais pour cela il faut avoir les demi-diametres de l'ombre &  
 de la Lune. Or le demi-diametre de la Lune a été observé le  
 jour même de cette Eclipse par M. de la Hire de  $14' 45''$  à  
 la hauteur de  $30^d 37'$ , dont il faut rabattre  $7''$  pour avoir le  
 demi-diametre horisontal de  $14' 38''$ , ou de  $878''$ .

Le demi-diametre du Soleil a été trouvé par le calcul de  
 $15' 56''$ , ou de  $956''$ .

La Parallaxe horisontale de la Lune étoit de  $54' 57''$ , ou  
 de  $3297''$ . Celle du Soleil de  $10''$ .

La somme des parallaxes étoit donc de : : : 3307''  
 D'où ôtant le demi-diametre du Soleil de . . . 956

L ij

On aura le demi-diametre de l'ombre de . . . 235<sup>r</sup>  
Et le demi-diametre de la Lune étoit de . . . 878

La somme des demi-diametres étoit donc : . . . 3229  
Et la différence des mêmes demi-diametres étoit de 1473

Pour avoir le commencement & la fin de l'Eclipse, il faut faire  $y = 3229$ , somme des demi-diametres de l'ombre & de la Lune, donc  $yy = 10426441$ .

Il faut substituer cette valeur de  $yy$  en sa place dans

cette formule  $x = \sqrt{\frac{c^4 m m n n}{a m m - 2 b m n + a n n} - \frac{a c c n n + a n n y y}{a m m - 2 b m n + a n n}}$

Et l'on aura  $a n n y y = 27836095124160000$ , dont il faut ôter  $a c c n n = . . . 963783360000$

Et l'on aura . . . . . 27835131340800000  
qu'il faut diviser par  $554547698 = a m m - 2 b m n + a n n$ ,  
& l'on aura au quotient 50194296, mais le terme

$\frac{c^4 m m n n}{a m m - 2 b m n + a n n}$  est le carré de  $\frac{c c m n}{a m m - 2 b m n + a n n}$  qu'on a trouvé valoir  $2'' \frac{1}{2}$ , donc son carré sera 6, qu'il faut ajoûter à 50194296, on aura donc en tout  $x = \sqrt{50194302} = 7085''$ , qui valent  $1^h 58' 5''$ , qu'il faut ôter & ajouter au tems du milieu de l'Eclipse qui

étoit à . . . . .  $1^h 47' 15''$   
& l'on aura le commencement à 11 49 10 du soir  
& la fin à . . . . . 3 45 20 du matin  
& la durée entiere de l'Eclipse de 3 56 10.

Il faut ensuite trouver l'instant de l'Immerfion totale de la Lune dans l'ombre de la terre, & celui de son Emerfion, c'est par la même formule que celle qui a servi à faire trouver le commencement & la fin, il faut seulement changer la valeur de  $y$ , qu'on doit égaler à la différence des demi-diametres de l'ombre & de la Lune qu'on a trouvée de 1473'', on aura donc  $y = 1473$ , &  $yy = 2169729$  qu'il faut substituer dans

la formule  $x = \sqrt{\frac{c^4 m m n n}{a m m - 2 b m n + a n n} - \frac{a c c n n + a n n y y}{a m m - 2 b m n + a n n}}$

il faut donc multiplier cette valeur de  $yy$  par *ann*

$= 2669760000$ , & l'on aura au produit

$5792655695040000$ , dont il faut ôter *accnn*

$= . . . 963783360000$ , on aura pour reste

$5791691911680000$ , qu'il faut diviser par

$554547698 = amm - 2bmn + ann$ , & l'on aura au quotient  $10443992$ , à quoi il faut ajouter la valeur du

1<sup>er</sup> terme, qui est  $6$ , & l'on aura enfin  $x = \sqrt{10443998}$   
 $= 3232''$ , qui valent  $53' 52''$ , qui étant ôtées & ajoutées  
à l'instant du milieu, qui est  $1^h 47' 15''$ , donneront l'instant  
de l'Immerfion à  $0^h 53' 23''$ , & celui de l'Emerfion à  $2^h$   
 $41' 7''$ , & la durée de l'obscurité totale de  $1^h 47' 44''$ .

Comparons présentement ces phases avec celles qui ont été  
observées. Nous avons trouvé le milieu de l'Eclipe à  $1^h 47'$   
 $15''$  du matin, & M<sup>rs</sup> Cassini & Maraldi l'ont conclu par  
un calcul assez délicat d'une observation de l'Immerfion faite  
à Genes, comparée avec l'observation de l'Emerfion faite à  
Paris à  $1^h 47' 55''$ ; la différence entre l'observation & le  
calcul n'est donc que de  $40''$ . *Voyez les  
Memoires  
de l'Acad.  
de 1707.*

Ces Messieurs ont observé l'Emerfion à Paris à  $2^h 41'$   
 $50''$ . Nous la trouvons ici à  $2^h 41' 7''$ , la différence est de  
 $43''$ . Ils ont encore conclu des mêmes observations que la  
demeure de la Lune dans l'ombre totale a été de  $1^h 47' 50''$   
& nous la trouvons par ce calcul de . . . .  $1^h 47' 44''$   
la différence n'est que de  $6''$ .

Ces Messieurs ont encore dit dans les Memoires de 1707,  
qu'à  $11^h 57' 54''$  le bord oriental de la Lune paroissoit déjà  
éclipsé, & nous trouvons le commencement de l'Eclipe  
à  $11^h 49' 10''$ . Il y avoit donc effectivement  $8' 44''$  que  
l'Eclipe étoit commencée, lorsqu'ils ont pû appercevoir la  
Lune.

Ils ont encore observé qu'à  $3^h 46' 45''$  la Lune n'étoit  
plus du tout éclipsée, & nous trouvons la fin de l'Eclipe à  
 $3^h 45' 20''$ , c'est-à-dire, qu'il y avoit déjà  $1' 25''$  que l'Eclipe  
étoit entièrement finie.



Ce qui s'accorde encore à ce qu'ils disent avoir vû à 3<sup>h</sup> 43', la Lune encore éclipsee, l'Eclipse n'a effectivement fini que 2' 20" après.

Pour avoir la grandeur de l'Eclipse, on a pour formule

$$y = \sqrt{\frac{bbccmm - 2abccmn + aaccnn}{aamm - 2abmn + aann}},$$

$$\text{ou } y = c \sqrt{\frac{bbmm - 2abmn + aann}{aamm - 2abmn + aann}}.$$

Nous avons déjà  $aamm - 2abmn + aann = 554547698$ .

Il faut multiplier ce nombre par  $206 = a$ ,

& l'on aura 114236825788 pour dénominateur,

& le numérateur sera 53903833337929,

& on aura  $y = 22''$ , qui sera la distance des centres à l'insttant du milieu de l'Eclipse.

Pour sçavoir de combien de doigts étoit cette Eclipsé, il faut substituer 22, au lieu de  $y$ , dans cette formule  $z = \frac{6d + 6r - 6y}{r}$ , où  $d$  est le demi-diametre de l'ombre de la terre,  $r$  celui de la Lune, &  $z$  est le nombre des doigts éclipseés que l'on cherche.

Faisant la substitution, on aura  $z = 21$  doigts &  $\frac{804}{878}$ ; il faut multiplier le numérateur de cette fraction par 60, & divisant le produit par le même dénominateur, qui est 878, on aura 54' &  $\frac{718}{878}$ . Si l'on veut avoir les secondes, il faut encore multiplier le numérateur de cette dernière fraction par 60, & divisant le produit toujours par 878, on aura 49, ou 50'', ainsi la grandeur de cette Eclipsé étoit de 21 doigts 54' 50''.

Pour trouver telle phase d'une Eclipsé qu'on voudra, on cherche de deux choses l'une; ou l'on veut sçavoir à quelle heure l'Eclipsé doit être d'un certain nombre de doigts; ou l'on veut sçavoir de combien de doigts elle sera dans un certain temps. Nous allons donner des Exemples des deux cas.

*Premier cas.* Lorsqu'on cherche le tems auquel l'Eclipsé doit être d'une grandeur donnée.

Supposons qu'on veuille sçavoir à quelle heure cette Eclipsé

Fig. 1.

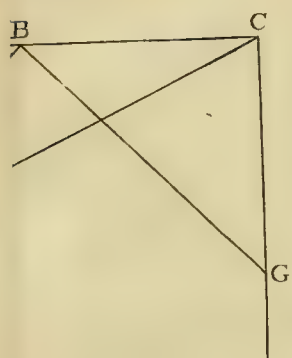


Fig. 2.

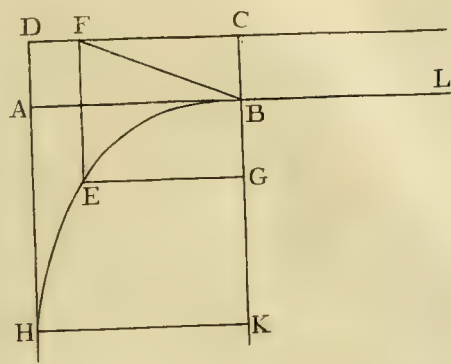


Fig. 3.

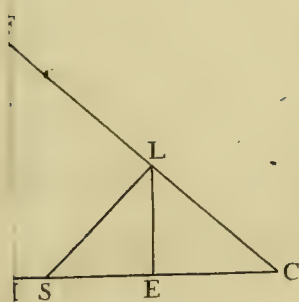


Fig. 4.

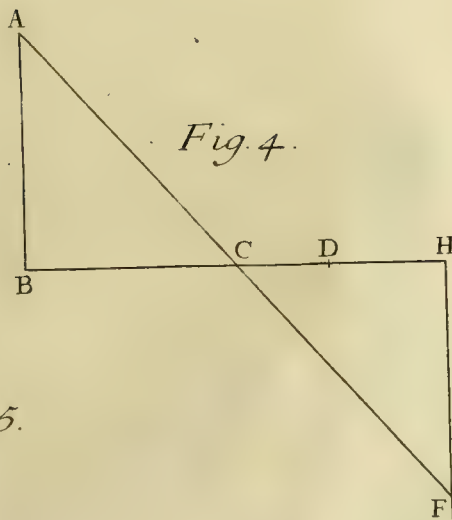


Fig. 5.

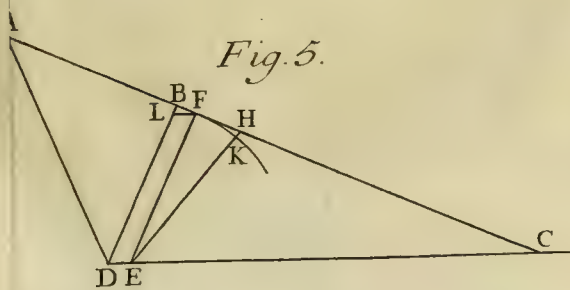


Fig. 1

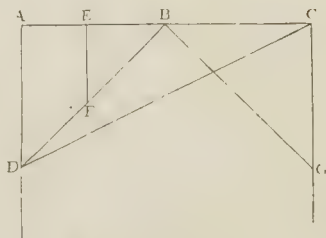


Fig. 2

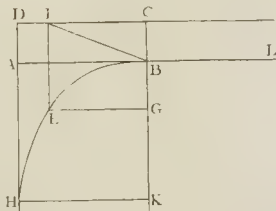


Fig. 3

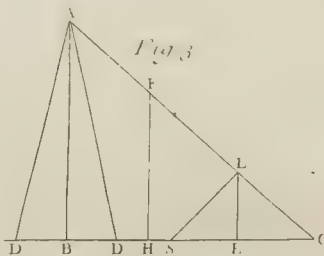


Fig. 4

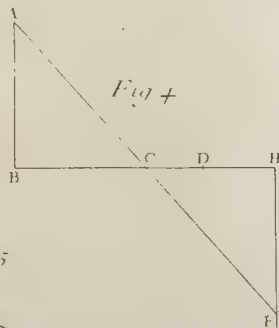
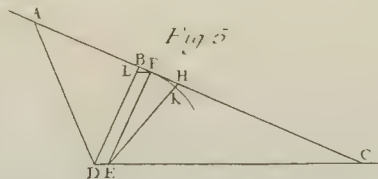


Fig. 5





étoit de 4 doigts 40', ou de  $\frac{280}{60}$  de doigt, ou de  $\frac{14}{3}$ . On substituera d'abord  $\frac{14}{3}$  au lieu de  $z$  dans la formule  $z = \frac{6d + 6r - 6y}{r}$ , & l'on  $14r = 18d + 18r - 18y$ .

Donc  $18y = 18d + 4r$ , &  $y = d + \frac{2}{9}r = 2546\frac{1}{9}$ .  
Donc  $yy = 6482682$  qu'il faut multiplier par  $ann = 2669760000$ , & l'on trouvera  $x = 5586''$ , qui valent  $1^h 33' 6''$ , qu'il faut ôter, & ajoûter à l'instant du milieu de l'Eclipse qui étoit à . . . .  $1^h 47' 15''$ , & l'on aura

$$\begin{array}{r} 1 \ 33 \ 6 \\ \hline \end{array}$$

pour premier instant . . . .  $\begin{array}{r} 0 \ 14 \ 9 \\ \hline \end{array}$

& pour le second . . . .  $\begin{array}{r} 3 \ 20 \ 21 \\ \hline \end{array}$

*Second cas.* Lorsqu'on veut sçavoir de quelle grandeur étoit l'Eclipse dans un tems donné.

Supposons qu'on veuille trouver de combien de doigts & de minutes étoit cette même Eclipse à  $0^h 14' 9''$  du matin, comme si nous ne le sçavions pas.

On sçait que le milieu étoit à  $1^h 47' 15''$ . Donc la différence entre le tems proposé & celui du milieu étoit de  $1^h 33' 6''$ , ou de  $5586''$  de tems, qu'il faut réduire en secondes de degré, en multipliant ce nombre par 73, moitié du mouvement horaire du Soleil, & divisant le produit par 1800, nombre des secondes qu'il y a dans une demi-heure, l'on aura  $x = 226''\frac{1}{2}$  &  $xx = 51302$ , qu'on substituera à la place de  $xx$  dans cette équation

$$x = \sqrt{\frac{c^4 m m n n}{a m m - 2 b m n + a n n} + \frac{a n n y y - a c c n n}{a m m - 2 b m n + a n n}}$$

$$\text{ou } x x = \frac{c^4 m m n n}{a m m - 2 b m n + a n n} + \frac{a n n y y - a c c n n}{a m m - 2 b m n + a n n}, \text{ on aura}$$

$$51302 = 6 + \frac{4391096yy - 1585185656}{554547698}$$

$$\text{ou } 51296 = \frac{4391096yy - 1585185656}{554547698}$$

$$\text{ou } 28447663902264 = 4391096yy$$

$$\text{donc } yy = \frac{28447663902264}{4391096}. \text{ Donc } y = \frac{5333635}{2095\frac{1}{2}} = 2545\frac{1}{2}$$

qu'il faut substituer dans cette formule  $z = \frac{6d + 6r - 6y}{r}$

ou  $d = 2351$ , &  $y = 2545$ , donc  $d + r - y = 684$ ;  
 $r = 878$

donc  $\frac{6d + 6r - 6y}{r} = \frac{4104}{878} = 4$  doigts 40', comme on devoit trouver.

## SUR LE SEL DE CHAUX.

Par M. DU FAY.

26 Avril  
1724.

**L**A chaux est une pierre calcinée, connue de tout le monde; tous les gens versés dans la Chymie, sçavent que c'est un puissant alkali, & qu'elle a cela de particulier, qu'elle fermente violemment, si l'on jette de l'eau froide dessus, lorsqu'elle est vive, c'est-à-dire, lorsqu'elle n'a point été exposée à l'air depuis sa calcination; car celle qui y a été quelque tems ne fait aucune fermentation, & l'humidité de l'air la pénétrant peu-à-peu, la réduit en poudre, lui faisant occuper un volume beaucoup plus considérable que celui qu'elle occupoit auparavant, ce qui est assez naturel pour n'avoir pas besoin d'explication. Mais il n'en est pas de même de la fermentation & du bouillonnement de l'eau froide jetée sur la chaux vive; car il s'en faut bien qu'on ne soit d'accord sur son explication. Les uns veulent qu'il se soit introduit dans les pores de la chaux pendant la calcination une grande quantité de corpuscules ignés, & qu'ils y ayent été retenus par le rétrécissement des mêmes pores, lorsque la chaux est refroidie; les parties de l'eau venant à pénétrer les pores de la chaux, donnent issue à ces particules de feu, qui communiquant leur mouvement à l'eau, causent ce bouillonnement & cette chaleur que nous voyons. D'autres veulent que l'écartement subit & violent des parties très-fortement unies de la chaux, suffise pour échauffer l'eau au point que nous l'éprouvons

vons par le mouvement rapide qu'il cause dans le mome it. Plusieurs enfin ont crû devoir attribuer au sel de la chaux un effet si singulier. On a donc travaillé à chercher ce sel de chaux, qui étant un principe palpable, devoit se trouver sous la forme & avec les qualités qui caractérisent le sel. On s'y est pris par les voies ordinaires, faisant bouillir la chaux dans l'eau commune, filtrant la dissolution, & la faisant évaporer. On trouve de cette maniere une petite quantité de poudre grise produite par la précipitation d'une espece de pellicule crySTALLINE qui se forme toujours sur l'eau de chaux, si-tôt qu'on la laisse reposer quelque tems: mais cette poudre n'a point de saveur, & ne se dissout que très-difficilement dans l'eau; qualités essentielles & particulieres à tous les sels. Plusieurs ont soutenu que c'étoit un vrai sel, & d'autres ont pensé que ce n'étoit qu'une terre insipide, qui par sa subtilité passe à travers les filtres. Je n'entreprendrai pas de décider cette question: mais si j'ose avancer mon sentiment, je crois qu'on peut regarder cette croûte comme un sel extrêmement impur, absorbé dans beaucoup de terre insipide. Ce qui me fait avancer cette proposition, c'est qu'on peut avec l'eau commune tirer de la chaux un sel qui a toutes les qualités requises, comme la saveur, la dissolubilité dans l'eau, & la résolution en liqueur *per deliquium*.

Voici la maniere dont il le faut faire, qu'il consiste dans un tour de main, qu'il est nécessaire de sçavoir, & qui peut même servir dans d'autres occasions.

On prendra huit ou dix livres de chaux vive, que l'on rompra en morceaux gros comme le poing; on les stratifiera dans un fourneau avec des charbons ardens, & quand ils seront rouges, on les prendra l'un après l'autre, & on les éteindra dans un chaudron d'eau de pluie filtrée & chaude; on en fera rougir d'autres ensuite qu'on éteindra de même, & on continuera ainsi jusques à ce que toute la chaux soit employée: on fera ensuite bouillir le tout un petit quart d'heure, puis aussi-tôt, & sans qu'elle cesse de bouillir, s'il se peut, on versera l'eau par inclination dans plusieurs terrines;



on laissera reposer l'eau des terrines aussi long-tems que l'on voudra, puis on la versera de nouveau par inclination, prenant bien garde de laisser tomber aucunes parties de chaux; on la fera ensuite évaporer, & on trouvera le sel de chaux. On peut faire la même chose, en se servant d'eau commune, au lieu d'eau de pluie: mais j'ai remarqué qu'avec cette dernière on tiroit une plus grande quantité de sel. La dissolution de sel de chaux étant déjà évaporée en partie a une saveur très-sensible: mais il ne suffit pas de la goûter avec le doigt pour s'en appercevoir, il en faut mettre une bonne cuillerée dans la bouche, & l'y laisser quelque tems, on sentira pour lors une espece d'acreté qui ne ressemble pas mal à une petite brûlure, mais sans incommodité; il faudra dissoudre encore une fois ou deux ce sel dans de l'eau, la filtrer, & l'évaporer pour le bien purifier, & alors on aura un sel de chaux très-pur, mais que je n'ai cependant jamais pû rendre blanc.

Il faut une grande quantité d'eau, & la faire bouillir assez long-tems pour dissoudre ce sel: mais si on se sert d'eau de pluie, il en faudra un peu moins. Après la première évaporation, ce sel encore impur fermenté violemment avec les acides, & sur-tout avec l'huile de vitriol, sans doute à cause des terrestréités & des parties pierreuses alkalines qu'il contient encore; car lorsqu'il est entièrement purifié, je ne me suis apperçû d'aucune fermentation avec les acides ni avec les alkalis, de façon qu'il m'a paru qu'il pouvoit être mis au rang des sels salés, ou moyens.

Si après la première évaporation on le met à la cave sur le marbre, il s'humecte à l'air, & se résout en liqueur, quoiqu'il faille un assez long-tems, à cause des impuretés qui embarrassent les parties salines: mais si on fait la même chose après la seconde purification, il se résout facilement & en très-peu de tems en une liqueur jaunâtre tirant sur le rouge.

Ce que ce sel a de particulier, c'est que malgré la facilité avec laquelle il se résout *per deliquium*, il faut cependant une très-grande quantité d'eau pour le dissoudre, ce qui feroit croire que l'eau n'est pas le véritable dissolvant de ce sel. On

le peut encore juger par les précautions qui sont nécessaires pour le tirer la première fois de la chaux ; car si l'eau cesse un moment de bouillir avant qu'on la verse par inclination , on ne tire point , ou du moins très-peu de sel ; ce qui pourroit venir de ce que ce sel est trop dur pour que l'eau puisse le pénétrer , si elle n'est très-chaude , & trop pesante pour qu'elle le puisse soutenir , si elle n'est bouillante , & que par ce moyen ses parties soient dans un très-grand mouvement ; car on voit que s'il vient à cesser , ou même à diminuer , ce sel retombe par son propre poids , & se rejoint à la chaux. Quant à la facilité que ce sel a à se résoudre à l'air , cela doit venir de ce qu'il trouve dans l'air un menstrue qui lui est propre , c'est-à-dire , une humidité plus subtile & plus dégagée que l'eau de parties grossières , qui pénètre ce sel plus intimement , & le dissout avec plus de facilité ; peut-être même cette humidité de l'air a-t-elle quelque autre qualité homogène au sel de chaux qui la rend un dissolvant plus convenable à ce sel ; ainsi il y a lieu de croire qu'on pourroit trouver quelque menstrue , pareil à celui qui se rencontre dans l'air , qui serviroit à extraire le sel de chaux plus facilement qu'on ne le peut faire avec l'eau commune : mais cette recherche demande beaucoup d'expériences & plusieurs observations.

J'ai fait sur cela quelques tentatives , mais qui n'ont pas toutes eu le succès que j'aurois souhaité. Je me suis servi de liqueurs tant soit peu acides ou aigrettes , qui à la vérité m'ont donné assez considérablement de sel : mais on peut m'objecter que c'est le sel de la liqueur même qui s'est corporifié avec des parties de la chaux qu'elle a dissoutes , comme on sçait qu'il arrive au sel de vinaigre , lorsqu'on l'emploie dans les opérations appellées communément *sel de perles* , de *coquilles* , d'*yeux d'écrevisse* , de *Saturne* , & généralement tous les sels de cette espèce , ainsi ces opérations ne m'ont pu donner aucun éclaircissement , & je n'ai pas crû qu'on dût faire fonds sur de pareilles expériences. En voici une d'une autre espèce : j'ai laissé éteindre à l'air de la chaux vive pendant un tems assez considérable , j'en ai ensuite rempli une cornue

de verre lutée, & je l'ai distillée jusques à ce qu'il ne sortît plus rien; j'ai trouvé dans le récipient une assez bonne quantité d'une liqueur claire tirant un peu sur le roussâtre, d'une odeur d'empyreume & de peu de faveur, laissant cependant dans la bouche une petite acreté brûlante. Cette liqueur ne fermente point sensiblement avec les acides ni avec les alkalis, l'esprit de nitre la rougit un peu, & peut-être en essayant de plusieurs acides, en trouveroit-on quelque autre qui feroit un effet plus sensible.

J'ai mis de cette liqueur sur un peu de la chaux qui étoit restée dans la cornue; elle s'est échauffée violemment: mais l'eau commune a fait le même effet, ce qui forme une objection à l'explication que l'on donne de la chaleur de la chaux vive, lorsque l'on y jette de l'eau, par l'écartement subit des parties; car dans cette occasion on ne peut pas dire qu'il y ait rien de semblable, puisque la chaux est en poudre très-subtile, & dans le même état que lorsqu'on l'a mise dans la cornue; au contraire cette expérience semble appuyer l'opinion, que ce sont les corpuscules ignés, introduits dans la chaux, qui causent cette fermentation, qui n'est pas à la vérité assez forte pour faire bouillir l'eau, mais qui l'échauffe cependant au point qu'il est impossible de souffrir la main contre le vaisseau qui la contient. J'ai mis cette liqueur en digestion sur la chaux restée dans la cornue, & l'ayant filtrée & évaporée jusqu'à siccité, il est resté au fond une petite quantité de matiere grise d'un gout salé très-sensible; je crois que si on l'eût dissoute dans l'eau commune, qu'on l'eût ensuite filtrée & évaporée, on auroit eu un sel beaucoup plus pur, & tout semblable à celui qu'on tire par l'opération rapportée ci-dessus: mais il faudroit avoir beaucoup de cette liqueur pour pouvoir faire ces épreuves, & selon toutes les apparences on n'auroit rien de différent du premier sel de chaux que nous avons rapporté, & qui est beaucoup plus aisé à extraire & en plus grande quantité.

J'ai mis de la même liqueur sur de la chaux vive & sur de la chaux éteinte à l'air, & j'en ai de même tiré du sel, il



me semble cependant qu'on en tire un peu moins de la chaux vive. Voila les seules expériences, de celles que j'ai faites sur cette matiere, qui méritent quelque attention : mais il en reste plusieurs encore à faire, desquelles je crois que l'on pourra tirer beaucoup d'éclaircissements sur la nature de la chaux ; les opérations précédentes m'ont au moins convaincu qu'il y avoit effectivement un sel dans la chaux qui doit même être très-fixe, puisqu'il résiste à une calcination aussi violente que celle qui est nécessaire pour faire la chaux : je ne nie pas cependant qu'il y ait dans la chaux un sel volatil, comme quelques-uns l'ont pensé, & même je serois assez disposé à le croire : mais je n'avancerai rien de positif sur cet article, n'ayant point encore pu parvenir à le tirer de la chaux. Celui qu'on peut en extraire par les moyens que je viens de donner est très-fixe, il semble assez extraordinaire qu'il ne soit pas plus alkali qu'il le paroît, de façon même qu'on ne peut pas précisément décider de quelle nature il est, si ce n'est qu'on le regarde comme un sel salé : mais il faut espérer qu'on le pourra mieux connoître, lorsqu'on aura fait dessus un plus grand nombre d'expériences, ce qu'avec le tems je compte ne pas négliger. Je me contente présentement de donner la façon d'extraire ce sel, & par conséquent de prouver qu'il existe réellement.





## NOUVELLE HYPOTHESE

*Par laquelle on explique l'élevation des liqueurs dans les Tuyaux capillaires, & l'abaissement du Mercure dans les mêmes Tuyaux plongés dans ces liquides.*

Par M. PETIT, Medecin.

28. Avril  
1724.

J'A VOIS recommencé à travailler à l'Anatomie, & je m'étois bien promis de continuer mes observations & mes découvertes sur le cerveau & les organes des sens : je me suis néanmoins vû obligé de suspendre ce travail pour des raisons particulieres, & pour ne point perdre de vûe quelques nouvelles idées qui me sont venues à l'occasion du Mémoire que j'ai donné en l'année 1722 sur l'élévation des liqueurs dans les tuyaux capillaires. J'avois fait plusieurs expériences pour expliquer l'abaissement du Mercure dans les mêmes tuyaux. mais n'en ayant pas besoin pour lors, je les avois réservé pour un autre tems. Je vais proposer mes conjectures dans deux Mémoires que je donnerai sur cette matiere, où ces expériences ne seront pas inutiles. Je traiterai cette question à fond dans le premier Mémoire que je vais lire. J'y expliquerai par une nouvelle hypothese l'élévation des liqueurs dans les tuyaux capillaires, & l'abaissement du Mercure dans les mêmes tuyaux ; & de toutes les expériences que j'ai faites sur cette matiere, je ne rapporterai dans ce Mémoire que les plus nécessaires, pour prouver ce que j'y avance ; les autres expériences l'auroient peut-être embarrassé par de trop grandes digressions, & l'auroient rendu trop long. Je les ai réservées pour le second Mémoire, qui servira de supplément au premier, ce qui me donnera occasion d'expliquer plusieurs phénomènes qui regardent cette matiere.

J'ai démontré dans mon Mémoire de 1722, que l'air n'a

aucune part à l'élévation des liqueurs dans les tuyaux capillaires. Les expériences de M. Boyle<sup>a</sup> le prouvent d'une manière si convaincante, qu'elles ne laissent aucune ressource aux hypothèses de Rohault<sup>b</sup>, du Pere Fabri<sup>c</sup>, de Sturmius<sup>d</sup>, de Sinclarus, & de Leeuwenhoek<sup>f</sup>, qui quoiqu'un peu différentes les unes des autres, n'ont d'autres fondemens que le plus ou le moins de pression de l'air. Celle d'Isaac Vossius<sup>g</sup> m'avoit paru la meilleure; elle a été soutenue par M. Carré<sup>h</sup>, & je ne voyois rien de plus probable que de croire avec eux que la colonne d'eau élevée dans un tuyau qui y est plongé, y est soutenue par son adhérence, & devient par ce moyen plus légère que les colonnes de l'eau qui environne le tuyau, qui n'ayant pas la même adhérence, ont plus de pesanteur, & appuyant davantage sur le fond du vaisseau, obligent celle qui est dans le tuyau de s'élever plus haut.

Depuis ce tems-là j'ai fait quelques expériences qui m'ont donné lieu de soupçonner que la pesanteur des colonnes externes de l'eau n'y a aucune part.

J'ai pris le tuyau *A, B*, gros de deux lignes, n'ayant qu'une ligne de diamètre dans sa cavité; je l'ai plongé dans le vase *C, D*, de cinq ou six lignes de diamètre où il y avoit de l'eau, elle s'est élevée en *F* dans le petit tuyau *A, B*, au-dessus de *E*, qui est le niveau de l'eau dans le vase *C, D*.

Fig. 1.

J'ai plongé le même tuyau *A, B*, dans un autre vase *G, H*, qui a seulement deux lignes & demie de diamètre. L'eau s'est trouvée dans le tuyau en *K* au-dessous du niveau de l'eau *I, I*, qui est dans le vase. Cette particularité avoit déjà été remarquée par le Pere Fabri<sup>i</sup> & par Sturmius<sup>k</sup>: mais une chose

Fig. 2.

<sup>a</sup> *Exper. phys. mechan. contin. I. exp. 27.*

<sup>b</sup> *Phys. part. I. cap. 22. num.*

<sup>c</sup> *Phys. tract. 5. lib. 2. digr. I. ad Propos. 235.*

<sup>d</sup> *Tentam. 8. conclus. 7.*

<sup>e</sup> *Ars magna & nova gravit. & levit. lib. 2. dial. 2. p. 161.*

<sup>f</sup> *Contin. arcan. natur. epist. 131.*

<sup>g</sup> *De Nili & aliorum fluminum origine, cap. 2. p. 5. & 6.*

<sup>h</sup> *Mem. de l'Ac. 1705. p. 245.*

<sup>i</sup> *247. Mem. de l'Acad. 1722. p. 331.*

<sup>j</sup> *Phys. tract. 5. lib. 2. digr. I. ad prop. 235. num. 18.*

<sup>k</sup> *Tentam. 8. pag. 45. & 47. phænomen. 7. conclus. 7.*

à laquelle ils n'ont pas pris garde, c'est que si l'on ajoute de l'eau dans le vase jusqu'àuprès du bord  $G$ , l'eau monte à mesure dans le tuyau; & se trouve de niveau avec celle du vase; & si l'on met assez d'eau pour surpasser ce bord, elle s'élève & s'appuie sur la parois externe du tuyau en  $M$ ,  $M$ , & s'élève en même tems dans la cavité du tuyau en  $L$ ,  $L$ , au-dessus de  $M$ ,  $M$ .

Je concevois fort bien la raison pourquoi l'eau étant en  $I$ ,  $I$ , dans le vase, devoit être en  $K$ ,  $K$ , dans le tuyau; car ce tuyau ayant deux lignes de grosseur, doit occuper les quatre cinquièmes du vase  $G$ ,  $H$ , qui n'a que deux lignes & demie de diamètre, & ne laisse par conséquent qu'un quart de ligne d'espace dans son contour entre lui & le vase: ainsi les colonnes d'eau qui occupent cet espace, n'ayant qu'un quart de ligne, elles doivent s'élever plus haut que la colonne d'eau du tuyau qui a une ligne de diamètre: mais il ne m'étoit pas si facile de comprendre comment les colonnes d'eau pouvoient devenir plus pesantes après avoir rempli le vase jusqu'en  $M$ , puisqu'elles n'augmentent point de diamètre: il me paroissoit au contraire que l'eau qui s'évase en  $G$ , trouve en cet endroit beaucoup d'appui, & ne doit aucunement peser sur les petites colonnes, qu'elle doit plutôt les soutenir, & ne point produire l'élévation de la colonne qui est dans le tuyau en  $L$ ,  $L$ . Je commençai pour lors à douter si la pesanteur des colonnes extérieures produisoit l'effet qu'on leur attribue dans ce phénomène. Pour m'en assurer, voici comment je raisonnai. Si l'élévation de l'eau dans les tuyaux dépend de l'adhérence de l'eau à la surface interne des tuyaux, joint à la pesanteur de l'eau du vase dans laquelle ils sont plongés, il est constant que si l'on soustrait une de ces deux causes, il ne doit point se faire d'élévation; je sçavois déjà que l'eau ne s'élève point ou difficilement au-dessus du niveau dans les tuyaux graissés de suif, à cause qu'elle a beaucoup moins d'adhérence avec le suif qu'avec le verre: il ne s'agissoit plus que de sçavoir, si en laissant l'adhérence, & en ôtant la pesanteur, la liqueur se trouveroit élevée dans le tuyau.



tuyau. J'ai pour cela pris cinq tuyaux de différens diametres Fig. 3.  
1, 2, 3, 4, 5, je les ai ajustés dans le morceau de bois  
A, B, je les ai trempés dans l'eau, puis je les ai retirés. L'eau  
s'est soutenue dans ces tuyaux à une hauteur proportionnée  
à leur diametre. Voilà déjà l'eau soutenue dans ces tuyaux  
sans le secours de la pesanteur des colonnes extérieures, &  
je comptois que puisqu'elle s'y soutenoit par elle-même, elle  
pouvoit bien n'avoir aucun besoin de cette pesanteur pour  
s'y élever, comme il sera prouvé ci-après. Tout ce que l'on  
pourroit dire en cette occasion, c'est que l'air fait le même  
effet sur la partie inférieure des tuyaux où est l'eau, qu'il  
fait sur la surface de l'eau du vase : mais une des plus grandes  
preuves que l'air extérieur ne soutient point l'eau dans ces  
tuyaux, c'est qu'elle s'y soutient dans le vuide, comme il  
paroît par l'expérience suivante.

J'ai pris mes cinq tuyaux trempés dans l'eau, comme je  
viens de le dire; il y avoit une goutte d'eau qui pendoit au bas  
de chaque tuyau A, B, C, D, E; je les ai suspendus dans  
un récipient sur la machine, j'ai pompé l'air entierement, l'eau  
s'est soutenue dans les tuyaux, & même s'est tant soit peu  
élevée à l'occasion des bulles d'air qui se sont formées dans  
l'eau, qui en ont fait allonger la colonne par haut & par bas;  
ce qui a fait que quelques-unes des gouttes d'eau qui pen-  
doient à l'extrémité des tuyaux sont tombées, & les autres  
sont restées : mais afin qu'on ne m'objecte pas que l'air qui est  
dans l'eau des tuyaux peut lui servir de soutien, j'ai fait cet-  
te expérience avec de l'eau purgée d'air, & pour lors je n'y  
ai point vû de bulles d'air.

Cette expérience prouve, 1°. Que l'eau se soutient dans  
les tuyaux, indépendamment de l'air. 2°. Que l'eau est ad-  
hérente aux parois du verre, sans quoi toute la colonne d'eau  
glisseroit par sa pesanteur le long du verre, comme il arrive  
au Mercure, qui n'a aucune adhérence avec le verre. 3°. Que  
les parties de l'eau sont adhérentes les unes aux autres, sans  
quoi celles qui ne sont point adhérentes au verre, ne pour-  
roient se soutenir, principalement dans la goutte qui pend au



bas de chaque tuyau ; elles ne pourroient tenir contre leur pésanteur qui les sépareroit facilement les unes des autres. M. Mariotte<sup>a</sup> s'étoit bien apperçû de cette adhérence des parties de l'eau les unes aux autres, ce qu'il appelle *viscosité*, & cela par rapport à la rondeur que les gouttes d'eau affectent de prendre ; & comme l'on prétendoit qu'elle étoit causée par l'air, il en a mis dans le vuide, elles y ont conservé leur rondeur ; ce que j'ai vérifié avec de l'eau purgée d'air, car les bulles qui se forment dans cette goutte d'eau, lui ôtent sa rondeur, lorsqu'on se sert de l'eau dont on n'a point pompé l'air : mais une expérience qui prouve encore mieux que la précédente, que ce n'est point la pésanteur de l'eau du vase qui cause son élévation dans le tuyau, c'est celle que Rohaut rapporte dans sa physique.<sup>b</sup> Voici ses propres termes : *Si en tenant à plomb un petit tuyau fort net, & ouvert par les deux bouts, vous versez sur la surface extérieure quelques gouttes d'eau qui puissent entièrement boucher le trou d'en bas, quand elle y sera descendue, alors vous aurez le plaisir de voir que le tuyau se remplira tout autant que si l'on avoit trempé le bout dans de l'eau contenue dans un vaisseau.* M. Carré<sup>c</sup> rapporte la même expérience. On pourroit peut être croire, comme Rohaut, que l'air extérieur force l'eau d'entrer dans ce tuyau : ce qui a apparemment fait croire à quelques Sçavants que l'eau ne s'élève dans le tuyau que parce que l'air qui y est contenu s'y trouve raréfié, & que l'air extérieur par son impulsion oblige l'eau d'entrer dans le tuyau, de même qu'il arrive à l'eau qui s'élève dans une feringue dont on retire le piston. Je pourrois rapporter ici bien des raisons appuyées de plusieurs expériences, pour prouver que l'air n'est point raréfié dans les tuyaux capillaires. Je les reserve pour mon second Mémoire. Je ne citerai pour le présent qu'une seule expérience qui me paroît très-convaincante.

Fig. 4. J'ai pris la bouteille *A, B*, j'ai adapté avec de la cire à son goulot *C* le tuyau de fer blanc *E* qui a une échancrure *F*.

<sup>a</sup> Tom. 2. p. 332. 1<sup>re</sup>. Discours.

<sup>c</sup> Mémoires de l'Acad. 1705.

<sup>b</sup> Cap 22 num. 88. part. 1.

p. 247.

dans laquelle je loge la partie *H* du siphon *G, H, I*, dont je mets la branche *G* dans la bouteille *A, B*; j'attache avec un cordonnet le tuyau *L, M*; à la branche *I* du siphon, je garnis l'échancrure *F* du tuyau de fer blanc avec de la cire pour contenir l'eau que j'y mets, le tout ainsi accommodé comme on le voit dans la figure 5, je remplis la bouteille d'eau purgée d'air jusqu'à ce que je la voye dans le siphon en *H*. Je mets le tout dans un récipient sur la machine, je pompe l'air, & lorsqu'il est suffisamment pompé, l'eau coule quelquefois d'elle-même dans la branche *O, I*: mais en cas qu'elle n'y coule pas, il n'y a qu'à donner une petite secousse à la machine pour remuer la bouteille dont le balancement fera couler l'eau de *H* en *O*, de-là en *I*, & tombera sur le tuyau *L, M*, & pour lors on voit l'eau s'élever en *N*, & former une goutte en *M*, comme si c'étoit à l'air libre.

Après cette expérience, il seroit bien inutile de vouloir faire valoir la raréfaction de l'air dans le tuyau, puisqu'il est de même condition dans le récipient; car ce qu'il y en a n'a pas plus d'action que s'il n'y en avoit point du tout.

Cette expérience prouve, comme la précédente, l'adhérence des parties de l'eau aux parois du verre, & leur adhérence les unes aux autres: mais elle prouve particulièrement que l'une & l'autre adhérence est la cause de l'élévation, & principalement de la suspension de l'eau dans les tuyaux capillaires, & que la pesanteur des colonnes externes n'y a aucune part, puisqu'il n'y en a point dans cette expérience. Je dis plus: c'est que la communication & l'adhérence de la colonne d'eau du tuyau avec les colonnes externes de l'eau dans laquelle on le plonge, empêche que l'eau ne s'élève si haut dans le tuyau, comme il est facile de le voir dans l'expérience suivante.

J'ai pris un tuyau de verre de  $\frac{1}{3}$  de ligne de diametre, je l'ai plongé dans l'eau, elle s'y est élevée au-dessus de la surface du vase de la hauteur de 5 lignes; je l'ai retiré de l'eau, elle est restée dans le tuyau de la hauteur de  $6\frac{2}{3}$  lignes. Une marque que c'est l'adhérence de la colonne de l'eau qui est

dans le tuyau avec l'eau qui est dans le vase, qui empêche son élévation dans le tuyau, & qui, pour ainsi dire, contre-balance l'adhérence que l'eau a avec le tuyau, c'est que si on élève le tuyau tout doucement, on s'apperçoit que tant que l'eau du tuyau tient à celle du vase, l'eau qui est dans le tuyau est tirée un peu en bas, & si-tôt qu'elle en est séparée, elle s'élève dans le tuyau d'autant plus qu'il est resté d'eau au bout du tuyau au moment de la séparation.

Si au lieu d'élever le tuyau doucement, on le retire tout d'un coup de l'eau, elle reste élevée dans le tuyau à la hauteur de 8 lignes &  $\frac{1}{2}$ ; d'ailleurs on n'a qu'à toucher seulement la superficie de l'eau du vase avec l'extrémité inférieure de ce tuyau, l'eau contenue dans ce tuyau tombe & descend à 5 lignes ou 5  $\frac{1}{2}$  lignes.

La raison pourquoi l'eau reste élevée à 8 lignes & demie dans le tuyau, c'est qu'en séparant subitement l'eau du tuyau d'avec celle du vase, on ne donne pas le tems à l'eau qui est dans le tuyau & à celle qui est à l'extérieur, de se séparer du tuyau, & de se joindre à l'eau qui est dans le vase, & pour lors les parties de l'eau qui sont à l'extérieur du tuyau se joignent, en descendant, à celles qui sont dans le canal, & forment une colonne d'autant plus haute que l'adhérence des parties de l'eau aux parois du canal résiste à la pesanteur de l'eau; il n'est pas même nécessaire qu'il y ait de l'eau dans le canal, il suffit qu'il en reste assez à sa partie extérieure, car cette eau en descendant se réunit au bas du tuyau dans lequel, elle s'élève à la hauteur de 8  $\frac{1}{2}$  & quelquefois jusqu'à 9 lignes, l'expérience de Rohaut que j'ai rapportée en est une preuve. Un excellent Méchanicien de cette Compagnie \*, à qui j'ai communiqué ma pensée sur cette expérience, me dit de prendre garde si cette élévation de l'eau dans le tuyau n'étoit point proportionnée à la hauteur à laquelle on la laissoit couler à la partie externe du tuyau : mais je l'ai fait élever à 8 lignes & demie, en la laissant couler seulement à une ligne de l'extrémité du tuyau, & elle ne s'est pas élevée plus haut, lorsque je l'ai fait couler à la hauteur de deux & trois pouces.

\* M. de Reaumur.



Me voilà enfin arrivé à l'endroit le plus épineux de la question. J'ai prouvé avec évidence, 1<sup>o</sup>. Que les parties de l'eau sont adhérentes les unes aux autres, 2<sup>o</sup> Que ces mêmes parties sont adhérentes aux parois du verre, & même il est facile de faire voir que l'adhérence des parties de l'eau avec le verre est plus forte que celle qui est entre les parties de l'eau; car si vous prenez un verre bien net, que vous mettiez de l'eau dessus, on aura beau secouer ce verre, il restera toujours un enduit d'eau dans toute l'étendue du verre mouillé, qui marque assez son adhérence, & fait voir que les parties de l'eau se détachent plus facilement les unes aux autres qu'elles ne se détachent du verre, & si l'on graisse le verre avec du suif, & qu'on y mette de l'eau après cela, si l'on secoue le verre, il ne restera que quelques petites parcelles de l'eau de côté & d'autre, ce qui fait voir que l'adhérence des parties de l'eau entr'elles est plus forte que celle de l'eau avec le suif; elle m'a paru égale par quelques expériences, & les parties de l'eau qui restent sur le suif le témoignent en quelque manière. 3<sup>o</sup>. J'ai prouvé que l'adhérence de la colonne d'eau du tuyau avec l'eau du vase empêche que l'eau ne s'élève si haut dans le tuyau, que lorsque cette adhérence en est soustraite. 4<sup>o</sup>. Que l'adhérence des parties de l'eau les unes aux autres, & l'adhérence des mêmes parties aux parois du tuyau, sont les seules causes de la suspension de l'eau dans les tuyaux contre sa propre pesanteur. Il reste à expliquer une chose qui m'a paru d'abord des plus difficiles; c'est de sçavoir comment l'eau peut s'élever perpendiculairement dans les tuyaux capillaires, pour ainsi dire, par elle-même, & contre sa propre pesanteur, comme on le voit dans l'expérience de Rohaut que je viens de rapporter.

Pour expliquer ce phénomène, il est nécessaire de faire les observations suivantes.

1. Si l'on plonge dans l'eau un tuyau bien sec, elle ne s'élèvera point dans le tuyau au-dessus du niveau, à moins qu'on ne le laisse en cet état plusieurs heures, & pour lors l'eau s'élève peu-à-peu, & presque insensiblement au-dessus du niveau.



2°. Si l'on fait couler de l'eau à la partie extérieure d'un tuyau bien sec tenu perpendiculairement, l'eau ne s'y élèvera point du tout, quelque quantité qu'on en fasse couler.

3°. L'eau s'élève dans l'instant dans les tuyaux humides, soit pour les avoir trempés dans l'eau, soit parce qu'il s'y est conservé quelque vapeur aqueuse.

4°. Il faut que l'eau que l'on fait couler à la partie extérieure du tuyau humidé puisse se rassembler au bas du tuyau, de manière qu'elle en bouche l'ouverture inférieure, sans quoi l'eau ne peut s'y élever; c'est ce qui est cause que l'eau ne s'élève point dans les tuyaux qui ont plus de trois lignes & demie de diamètre, parce que le centre de la colonne est trop éloigné de la circonférence qui est un des points d'appui, & que les parties de l'eau ne peuvent s'y rassembler & s'y soutenir par leur adhérence, & y former par ce moyen un nouveau point d'appui.

5°. Si l'on approche deux gouttes d'eau rondes l'une de l'autre, elles se confondent d'abord l'une avec l'autre au premier contact, & ne forment plus qu'une goutte ronde.

6°. Il faut observer qu'une goutte d'eau mise sur un morceau de verre bien humidé, s'étend avec facilité, & même avec assez de vitesse de tous les côtés du verre humidé : mais si l'on met une pareille goutte d'eau sur du verre bien sec, elle reste dans le même état, & conserve la même étendue qu'on lui a d'abord donnée, sans s'étendre plus loin, à moins que la goutte ne soit fort grosse.

7°. Si l'on tient verticalement la surface d'un morceau de verre humidée, & qu'on la touche avec une goutte d'eau, on s'apperçoit d'abord que l'eau tend à s'étendre de tous côtés, tant vers le haut que vers le bas, mais qu'elle ne peut s'élever, parce qu'elle n'est soutenue que d'un côté, & qu'elle est obligée de culbuter par sa pesanteur du côté qu'elle n'est point soutenue.

8°. Si l'on pose deux morceaux de verre humidés l'un sur l'autre, de manière qu'il y ait un peu d'espace entre les deux surfaces, & si les soutenant verticalement, on laisse couler

de l'eau sur la surface extérieure d'un de ces verres, lorsque l'eau sera au bas, on la verra s'élever entre les deux surfaces jusqu'à une certaine hauteur, & même s'étendre à droite & à gauche, parce que pour lors l'eau est soutenue des deux côtés opposés, ce qui s'exécute encore mieux dans les tuyaux capillaires, parce que les particules d'eau sont soutenues de tous les côtés de la colonne, & sont encore soutenues par leur adhérence au centre de la même colonne.

Ces observations faites, il ne sera pas difficile d'expliquer de quelle maniere l'eau s'élève dans un tuyau humecté, car l'eau que l'on verse à l'extérieur d'un tuyau, n'étant soutenue que du côté qu'elle touche le tuyau, est obligée de couler en bas par sa pesanteur : mais si-tôt qu'elle est au bas du tuyau, & qu'elle a formé une goutte qui en bouche l'ouverture, la même force qui oblige deux gouttes d'eau de se confondre au premier contact, & de n'en former qu'une, & qui fait qu'une goutte d'eau mise sur du verre humecté, s'étend sur toute la partie du verre humecté; cette force, dis-je, oblige l'eau de s'étendre sur la surface intérieure du tuyau qui est humecté, l'eau s'y élève tant que la force de son adhérence au verre, & celle de ses parties l'emporte sur sa pesanteur.

On voit arriver tout le contraire au Mercure. Ce fluide se trouve toujours au-dessous du niveau dans le tuyau qui y est plongé, & il y est d'autant plus bas que le tuyau a moins de diametre; est-ce parce qu'il ne se rend point adhérent au verre? c'est ce que nous allons examiner; car il semble d'abord que du moins il devroit rester de niveau.

J'ai prouvé ci-dessus que l'adhérence de l'eau aux parois du verre, joint à l'adhérence des parties de l'eau, les unes aux autres, est la principale cause de son élévation dans les tuyaux capillaires. Je vais démontrer que la cause de l'abaissement du Mercure au-dessous du niveau dans les mêmes tuyaux, n'est autre chose que son défaut d'adhérence aux parois du verre, joint à l'adhérence des parties du Mercure, les unes aux autres; si je trouve le moyen de rendre le Mercure adhérent aux parois du verre, je ferai soutenir le Mercure au-dessus du niveau.

Fig. 7. Je prends le siphon *A, B, C, D*, composé du vase *AB*, & du tuyau recourbé *B, C, D*; je fais couler du suif ou de la cire fondue dans ce tuyau, & après en avoir bien enduit sa surface intérieure, je mets du Mercure dans ce siphon jusqu'en *F*; il se trouve élevé dans le tuyau en *K* au-dessus de *F*, au lieu que si le tuyau *B, C, D*, n'est point graissé de suif, le Mercure reste en *C* au-dessous de *F*, & une marque que c'est l'adhérence du Mercure avec le suif qui l'élève en *K*, & qui l'y retient contre sa pesanteur, c'est que la surface du Mercure n'y est point convexe, comme elle l'est en *C* dans le tuyau qui n'est point graissé de suif.

On reconnoît encore par cette expérience que l'adhérence du Mercure au suif & à la cire est moins forte que celle qui est entre les parties du Mercure, puisque le Mercure ne mouille point le suif, & qu'il s'en sépare plus facilement que les parties du Mercure ne se séparent les unes des autres.

Mais afin qu'on ne s'imagine pas que je suppose gratis l'adhérence des parties du mercure les unes aux autres, je vais la prouver.

Il faut d'abord observer que le Mercure, séparé en goutte, forme des molécules très-rondes, lorsqu'elles sont petites, & que cette figure ronde ne dépend point de la pression de l'air, puisqu'elles conservent exactement cette rondeur dans le vuide comme je l'ai vérifié après M. Mariotte : <sup>a</sup> ce qui prouve assez clairement que les parties du Mercure se soutiennent les unes contre les autres par leur seul adhérence. Il faut encore observer que les boules de Mercure sont plus sphériques que celles de l'eau qui sont d'égale diametre; elles se soutiennent par conséquent les unes contre les autres sur une base plus petite, & qui est arrondie, ce qui marque une plus forte adhérence. Mais je suppose que les parties du Mercure ne se soutiennent pas mieux que les parties de l'eau, & que les molécules du Mercure ne soient pas plus rondes que celles de l'eau il faudra pourtant que l'adhérence des parties du Mercure soit

<sup>a</sup> Tome 2. 1<sup>er</sup> Discours, p. 332.



quatorze fois plus forte que l'adhérence des parties de l'eau, puisque le poids qu'elle contient est quatorze fois plus pesant; & comme nous venons de voir que les parties du mercure se soutiennent mieux que celle de l'eau, il faut donc que l'adhérence qui est entre les parties du mercure soit plus de quatorze fois plus forte que celle qui est entre les parties de l'eau. Ce qui se prouve encore très-bien par l'expérience suivante.

J'ai pris un tuyau de six pouces de longueur & de  $\frac{1}{4}$  de ligne de diametre, ouvert par les deux bouts; je l'ai plongé presque entierement dans le mercure pour le remplir; j'ai bouché son ouverture supérieure avec de la cire ou avec le doigt, de maniere que l'air ne laissoit pas d'y entrer, mais avec beaucoup de lenteur, & à mesure que le mercure baissoit dans le tuyau, il se formoit des gouttes qui pendoient au bout du tuyau de la longueur de près de deux lignes avant de tomber, & avoient une ligne de diametre à leur partie moyenne, c'est-à-dire, un quart plus que le trou par où elles fortoient, & la goutte n'avoit que  $\frac{1}{4}$  de ligne de largeur en cet endroit. Voilà donc les parties du mercure soutenues les unes avec les autres contre leur propre poids par leur seule adhérence, & toute la goutte entiere par une très-petite base.

Au lieu de mercure, j'ai mis de l'eau dans ce tuyau; les gouttes d'eau qui y pendoient avoient deux lignes de longueur avant de tomber, & se trouvoient adhérentes à toute la base inférieure du tuyau, qui avoit deux lignes & un quart de grosseur, & les gouttes d'eau y avoient deux lignes & demie de diametre, & alloient toujours en diminuant vers la partie inférieure. Ces gouttes d'eau sont donc soutenues non-seulement par l'adhérence des parties qui les composent, mais elles sont encore soutenues par l'adhérence de l'eau avec le verre par une base considérable, ce qui ne se trouve point aux gouttes de mercure qui n'ont point d'adhérence avec le verre. Il faut donc que l'adhérence proportionnelle des parties du mercure surpasse celle des parties de l'eau, puisque les gouttes d'eau se soutiennent par une base de deux lignes & demie, & que les gouttes de mercure se soutiennent par une



basse qui n'a que  $\frac{1}{4}$  de ligne, ce qui est encore une preuve que l'adhérence des parties du mercure, les unes aux autres, est plus de quatorze fois plus forte que celle des parties de l'eau. Après cela on ne doit pas s'étonner si les parties du mercure résistent davantage à leur désunion, en ce que le mercure ne s'introduit que difficilement dans des tuyaux d'un demi-quart de ligne, ou d'un douzième de ligne, & que lorsqu'il y est, il s'y soutient par lui-même avec assez de facilité à une hauteur considérable, au lieu que l'eau s'introduit facilement dans ces tuyaux, & dans d'autres qui sont bien plus fins; on ne peut pourtant pas en ce cas accuser la grossièreté des parties du mercure, puisqu'elles passent non-seulement par les pores du chamois qui sont très-fins, mais même par les pores de la peau d'un homme vivant, qui sont encore bien plus fins.

Je me suis fort attaché à démontrer l'adhérence des parties du mercure les unes aux autres. Je l'ai cru absolument nécessaire: il m'a semblé que je ne pouvois rapporter trop d'expérience pour bien prouver une des principales causes de l'abaissement du mercure dans les tuyaux capillaires. Cela fait, il m'est aisé d'expliquer cet abaissement.

Fig. 7. Soit le siphon  $A, B, C, D$ , composé du vase  $A, B$ , & du tuyau  $B, C, D$ , que je suppose être d'une ligne de diamètre. Je mets du mercure dans le vase  $A, B$ , jusqu'en  $F, F$ , qui passe dans le tuyau jusqu'en  $C$ , où il reste à une ligne  $\frac{1}{2}$  au-dessous du niveau de celui qui est dans le vase en  $F, I$ ; je divise par la pensée tout le mercure qui est dans le vase  $A, B$ , en colonnes semblables à celle qui remplit le tuyau  $B, C, D$ .

Toutes ces colonnes ont entr'elles une adhérence considérable, ce que la colonne du tuyau  $B, C, D$ , n'a point, comme je l'ai prouvé, & c'est par cette adhérence que ces colonnes se soutiennent les unes & les autres, excepté les colonnes qui touchent le verre en  $F, F$ , où elles ne trouvent point d'appui, ce qui les fait baisser du côté du verre. Maintenant je prends le tuyau  $G, H$ , qui a le même diamètre que le tuyau  $B, C, D$ ; je le plonge dans le vase  $A, B$ , en  $E, E$ , le mercure se trouve dans ce tuyau en  $I$  à une pareille hauteur

Fig. 2.

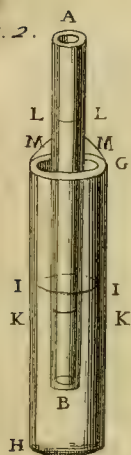


Fig. 3.

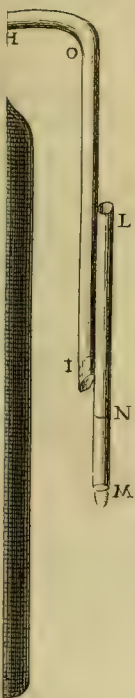
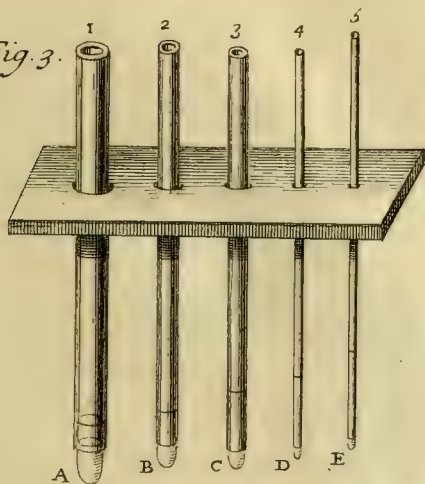


Fig. 6.



Fig. 7.

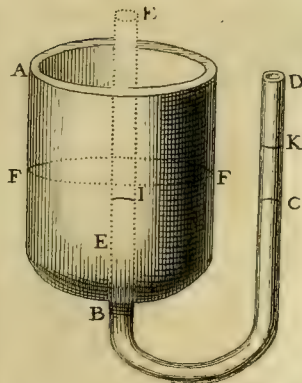
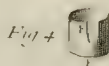
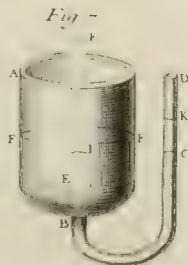
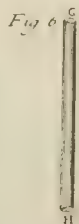
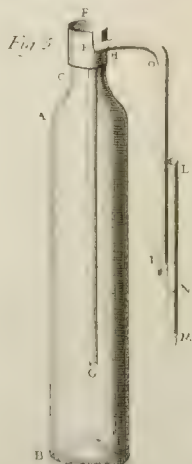
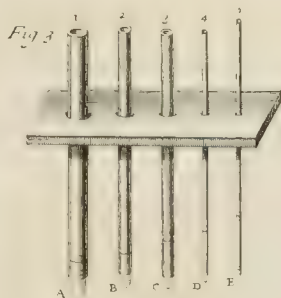


Fig. 4.







à celui qui est en  $C$  dans le tuyau  $B, C, D$ , de même que si je l'avois mis dans un siphon à branche d'égal diamètre, pareil à celui que je viens de former  $E, B, C, D$ . Qu'ai-je donc fait pour faire descendre le mercure en  $I$  à égale hauteur de celui qui est en  $C$ ? j'ai séparé une colonne de mercure avec ce tuyau; j'ai ôté l'adhérence qu'elle avoit avec les colonnes du mercure du vase, & qui la soulenoit à la même hauteur, & ne trouvant pas une pareille adhérence aux parois du tuyau, elle tombe par sa pesanteur, & se met de niveau avec celui qui est dans le tuyau  $B, C, D$ : ce que j'avois à prouver.

**Q U A D R A T U R E**  
**D E L A M O I T I E**  
**D'UNE COURBE DES ARCS,**  
**A P P E L L E E**  
**LA COMPAGNE DE LA CYCLOIDE.**

Par M. P I T O T.

**L**A courbe  $ABK$  est telle que chaque ordonnée  $PN$  est égal à l'arc correspondant  $AM$  du demi-cercle  $ADE$ . Cette courbe est connue des Géometres: mais personne, que je sçache, n'a parlé de la quadrature de l'espace  $ACB$  renfermé par sa moitié  $AB$ : cet espace est égal au quarré du rayon  $AC$ ; ce que je démontre par trois voies différentes.

12. Juillet.  
1724.  
Fig. 1.

1<sup>o</sup>. Soit le rayon  $AC = a$ , la coupée  $AP = x$ , l'arc  $AM$ , ou l'ordonnée  $PN = z$ : on aura  $z dx$  égale à la différentielle de l'espace  $APN$ , dont on trouvera l'intégrale de  $xz + a \times \sqrt{2ax - xx} - az$  par les méthodes expliquées dans l'analyse démontrée pages 761 & 794: mais lorsque  $x = a$ , on a pour la quadrature de l'espace  $ACB$ , le quarré du rayon  $AC = aa$ .

Fig. 2.

2°. Par les propriétés de la cycloïde ou roulette simple, comme  $AGF$ , toutes les lignes  $MN$  sont égales aux arcs de cercle correspondant  $AM$ ; d'où il suit que l'espace  $ADG$  est égal à celui de la courbe  $ABC$  (Fig. 1.)

Entre plusieurs manieres de démontrer que l'espace  $ADG$ , formé par le quart de cercle  $AD$ , la droite  $DG$ , & la portion  $AG$  de la cycloïde, est égal au quarré du rayon, voici la plus simple que nous ayons trouvée.

Ayant mené  $NO$  parallele à  $AP$ , on tirera les paralleles infiniment proche  $pn$ ,  $no$  : mais à cause de la cycloïde,  $Nn$  est parallele à  $AM$ , ainsi les triangles  $Nqn$ ,  $MPA$ , sont semblables, d'où l'on tire  $Nq$  ou  $Oo$ .  $qn$  ou  $Pp$  ::  $MP$ .  $PA$  ou  $NQ$  &  $Oo \times NO = MP \times Pp$ . L'on voit par-là que l'élément  $No$  de l'espace  $AGH$  étant égal à l'élément  $Pm$  du quart de cercle  $AD$ , cet espace est égal au quart de cercle. Maintenant si l'on fait  $CA$  ou  $CD = a$ , l'arc  $AD = DG = z$ , on aura la superficie du rectangle  $CH = aa + az$ , duquel il faut retrancher l'espace  $AGH$  & le quart de cercle  $ACD$  qui lui est égal : on ôtera donc le demi-cercle  $ADE = az$  du rectangle  $CH = aa + az$ , pour avoir l'espace  $ADG = aa$ . Donc, &c.

Fig. 3.

3°. Si on coupe un cylindre  $IK$  par un plan incliné à son axe de 45 degrés, on aura la portion cylindrique ou onglet  $AEDC$ , dont la hauteur  $CA$  est égale au rayon  $CS$ . Or il est évident que la superficie de la moitié  $ADC$  de l'onglet, est égale à la somme de tous les arcs  $AM$  du quart de cercle  $AMR$ ; c'est-à-dire, que les arcs  $PQ$  qui composent la demi-superficie  $ADC$  de l'onglet, sont égaux aux arcs  $AM$ , & par conséquent aux ordonnées  $PN$  de la courbe (Fig. 1.) ainsi la superficie de l'espace  $ACB$  de la courbe est égale à celle de la moitié  $ADC$  de l'onglet. Mais les Géometres savent présentement que si l'on prend un onglet  $KEDC$ , dont la hauteur  $CK$  soit égale à la circonférence du cercle  $CELD$ , la superficie sera égale à celle d'une sphere inscrite dans le cylindre. Ainsi nommant toujours le rayon  $CS = CA (a)$ , la circonférence  $CEID$  ou  $CK (c)$ , on aura  $2ac$  pour la

superficie de la sphere inscrite égale à celle de l'onglet  $KEDC$ : mais cette superficie est à celle de l'onglet  $ARDC$ , comme  $CK$  est à  $CA$  ou  $CK$  ( $c$ ).  $CA$  ( $a$ ) ::  $KEDC$ , 2 ac.  $AEDC$ , 2 aa. On voit par-là que la moitié  $ADC$  de la superficie de l'onglet  $AEDC=aa=$  la superficie  $ACB$  de la courbe (Fig. 1.)

## AVERTISSEMENT.

Après la lecture de ce Mémoire, on m'objecta que je n'avois pas démontré suffisamment dans ma troisieme Méthode que cha- que arc  $PQ$  est égal à l'arc correspondant  $AM$ , ou à l'ordonnée  $PN$ , & que même il paroissoit vrai-semblable que le parallélogramme  $ACBX$  étant appliqué sur le cylindre en  $ACDY$ , puis- que la base  $CB$  est égale au quart du cercle  $CHD$ , la diagonale  $AB$  devoit y représenter la section ou l'ellipse  $AQD$ , & que par conséquent si cette section est développée, comme il a été dit, tous les points  $Q$  devoient former sur le plan la diagonale  $AB$ , au lieu de la courbe  $ANB$ ; ainsi la superficie  $AQDC$  de la moitié de l'onglet seroit égale à la moitié du parallélogramme  $ACDY$ , ou  $ACBX$ , ou au triangle  $ABC$ ; ce qui renverseroit totalement notre Mémoire, puisque la surface de ce triangle n'est pas indépendante de la quadrature du cercle, ayant sa base  $CB$  égale au quart de cercle  $CHD$ . C'est pourquoi j'ai cru qu'il étoit à propos de lever ces apparences trompeuses, puisqu'elles ont séduit même des Géomètres du premier ordre.

**P**OUR démontrer que chaque arc  $PQ$  est égal à l'arc correspondant  $AM$ , si par un point  $P$  du rayon  $CA$ , on coupe le cylindre par un plan parallele à sa base, la diagonale  $AS$ , ou le demi-grand axe de l'ellipse, sera coupée au point  $L$ , & on aura  $AP=PL$ , car les triangles  $ACS$ ,  $APL$ , sont semblables, rectangles & isosceles, puisque  $CA=CS$ .

Soit mené  $LI$  parallele à  $AC$ , il est clair que  $CI=PL$ , & par conséquent l'arc  $PQ$  égal à l'arc  $CH$ ; & puisque  $AP=PL$ , & que  $PL=CI$ ,  $AP$  &  $CI$  sont égales. Ce qui montre clairement que l'ordonnée  $IH$  est égale à l'ordonnée

Fig. 3  
& 4.

17. Fevr.  
1724.  
Fig. 4.



R E M A R Q U E I.

Fig. 4. Si on applique sur le cylindre le triangle rectangle  $ACB$ ; dont la base  $CB$  est égale au quart de cercle  $CHD$ , ou  $AMR$ ; il faut voir ce que devient la diagonale  $AB$ : en quoi la courbe  $AKD$  qu'elle forme sur le cylindre diffère de l'ellipse, & les propriétés de cette courbe. Pour trouver tous les points  $K$  de la courbe  $AKD$ , il faut mener  $PO$  parallèle à  $CB$ , & faire l'arc  $PK$  égal à  $PO$ , car on aura  $AC$  à  $CB$ , ou au quart de cercle  $CHD :: AP . PO$ , ou à l'arc  $PK$ ; & si l'on fait  $AC$  au quart de cercle  $AMR$ , ou  $CHD :: AP$  à l'arc  $AG$ , on aura l'arc  $AG$  égal à l'arc  $PK$ , mais l'arc  $PQ =$  l'arc  $AGM = PN$ , & l'arc  $PK =$  l'arc  $AG = PO$ , donc l'arc  $QK =$  l'arc  $GM = ON$ .

Puisque le triangle  $ACB$  occupe sur le cylindre l'espace  $ACHDKA$ , il s'ensuit que cet espace est égal au triangle: mais la superficie du coin cylindrique  $ACHDQA$  est égale au carré  $CV$  du rayon, & à celle de la courbe ou de la compagne de la cycloïde  $ANBCA$ , ainsi que nous l'avons démontré; d'où l'on voit que l'espace  $AKDQA =$  l'espace  $AGMRVA =$  au segment  $ANBOA =$  au triline  $ANBRMGA$ . Tous ces espaces égaux ne méritent pas qu'on s'y arrête davantage, n'étant pas indépendant de la quadrature du cercle.

R E M A R Q U E II.

Fig. 5. On peut prendre de la base du triangle  $ABC$  égale à la circonférence de celle du cylindre, ou de tel arc de cette circonférence qu'on voudra: nous la prendrons ici égale à la demi-circonférence. La courbe formée par la diagonale sera  $AKI$ , dont on trouvera tous les points, en prenant de même que ci-dessus l'arc  $PK$  égal à  $PO$ : mais l'arc  $CL$  étant égal à l'arc  $PK$ , l'arc  $IL$  est égal à  $DB$ , &  $LK$  à  $DO$ . Or  $BD : DO :: BC . CA$ ; donc  $IL . LK :: IC . CA$ . Cette



proportion donne une maniere facile de trouver tous les points de la courbe ; car si sur un point quelconque  $L$  de la circonférence de la base du cylindre on élève  $LK$  perpendiculaire sur le plan de cette base , & qu'on fasse  $LK$  quatrieme proportionnelle à  $IC$ ,  $CA$  &  $IL$ , le point  $K$  fera un des points de la courbe.

Si l'on prend l'arc  $IL$  plus grand que la demi-circonférence  $IC$ , on aura toujours cette proportion  $IC.CA::IL.LK$  ; & la courbe  $IKA$  pourra toujours être continuée autour du cylindre comme en  $AMX$ , &c. Lorsque l'arc  $IL$  sera pris égal à toute la circonférence de la base , le point  $K$  sera au point  $X$ , le point  $L$  au point  $I$ , & la courbe aura fait une révolution entiere autour du cylindre , sçavoir  $IKAMX$ . On peut faire faire autant de révolutions qu'on voudra à cette courbe autour du cylindre , comme  $XRZ$ , &c. en prenant l'arc  $IL$  plus grand que la circonférence de la base , car il peut être pris double , triple , &c.

Il est clair que  $IX$  est double de  $CA$ ,  $CZ$ , triple,  $IY$  quatruple , &c.

### REMARQUE III.

Pour trouver la longueur de cette courbe , comme de la partie ou demi-révolution  $IKA$ , soit la demi-circonférence  $ILC=c$ ,  $CA=a$ , l'arc indéterminé  $IL=x$ , &  $LK=y$ . Fig. 5.  
Puisque  $IC(c) . CA(a) :: IL(x) . LK(y) . \frac{ax}{c} = y$ ,  
&  $\frac{adx}{c} = dy$ , dont il faut quarrer chaque membre pour avoir  $\frac{aadx^2}{cc} = dy^2$ , & substituer  $\frac{aadx^2}{cc}$  à la place de  $dy^2$  dans la formule de la rectification des courbes  $\sqrt{dx^2+dy^2}$  pour avoir  $\sqrt{\frac{dx^2+aadx^2}{cc}} = \frac{dx}{c} \times \sqrt{aa+cc}$ , dont l'intégrale est  $\frac{x}{c} \times \sqrt{aa+cc}$ , & lorsque  $x=c$ , on a  $\sqrt{aa+cc}$  pour la longueur de la demi-révolution  $IKA$ . Si on veut avoir la longueur d'une révolution entiere  $IKAMX$ , il faut mettre  $(2a)$  à la place de  $(a)$ , &  $(2c)$  à la place de  $(c)$  dans

$\sqrt{aa+cc}$  pour avoir  $\sqrt{4aa+4cc} = 2\sqrt{aa+cc}$ , ce qui est la même chose que de prendre le double de  $IKA$  pour une révolution entière; on prendra de même le triple ou  $3\sqrt{aa+cc}$  pour une révolution & demie, le quadruple pour deux révolutions, &c.

## REMARQUE IV.

Il est facile de voir par la seconde Remarque, que la courbe  $IKAM$ , &c. est la même que celle des filets ou spires de la vis: or on sçait par les principes des mécaniques que la force de la vis est à la puissance qui lui est appliquée, comme la longueur d'un tour, ou d'une révolution des filets ou spires est à la hauteur d'un des pas; ou comme la longueur entière de tous les contours des filets est à la hauteur de la vis. D'où nous déduirons de la troisième Remarque la règle suivante, pour mesurer la force absolue de la vis, ou pour avoir le rapport de sa force absolue à la puissance qu'on y applique. J'estime même qu'il vaut mieux, pour trouver ce rapport le plus juste qu'il soit possible, comparer la longueur totale de la courbe des spires avec la somme de tous les pas, ou la hauteur de la vis, que de comparer la longueur d'une révolution à la hauteur d'un des pas.

*Règle pour mesurer la force de la vis.*

Fig. 6. Prenez la circonférence du cercle dont le rayon est  $CA$  depuis l'axe du cylindre ou de la vis jusqu'au point  $A$  du milieu de l'arête des pas: multipliez cette circonférence par le nombre des pas de la vis; au quarré de ce produit il faut ajouter le quarré de la hauteur  $DE$ , la racine quarrée de la somme sera à la hauteur de la vis  $DE$ , comme la force absolue de la vis est la puissance qui lui est appliquée. On sçait que cette force est augmentée suivant la raison réciproque du rayon  $CA$ , à la longueur du bras ou levier qu'on ajoute ordinairement à la vis, mais qu'elle est diminuée par les frottemens.

EXEMPLE.



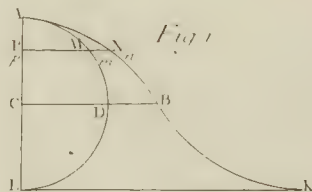


Fig. 1

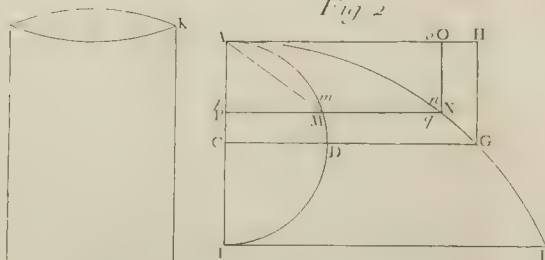


Fig. 2

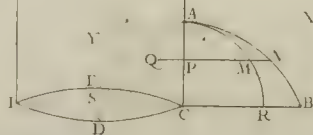


Fig. 3



Fig. 4.

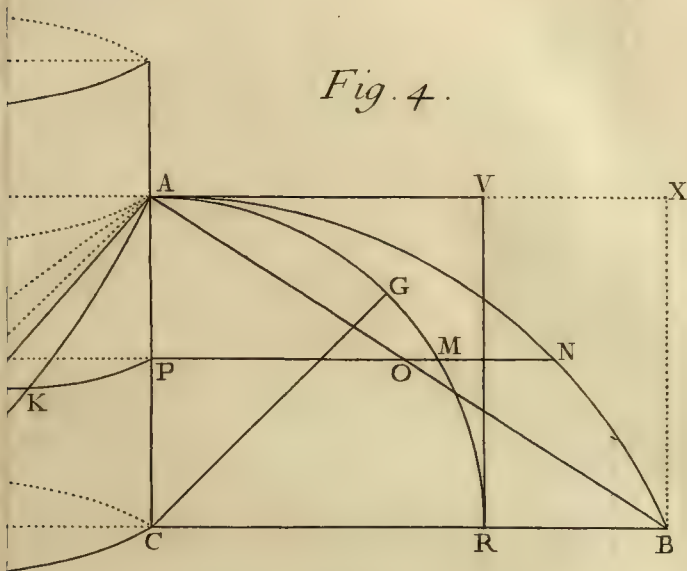


Fig. 5.

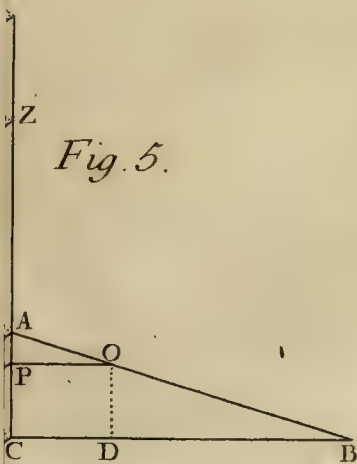
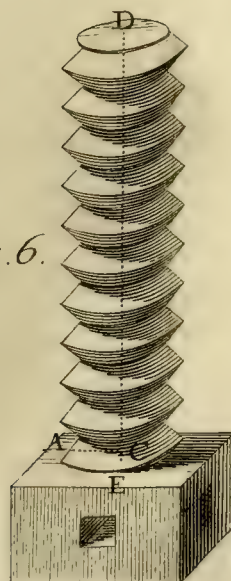


Fig. 6.



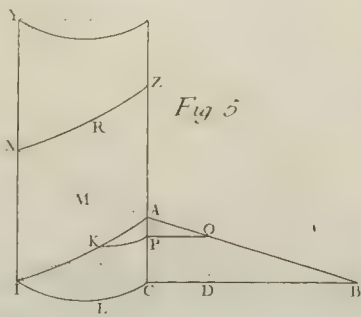
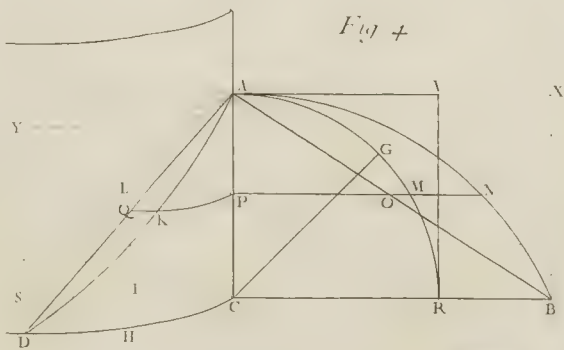
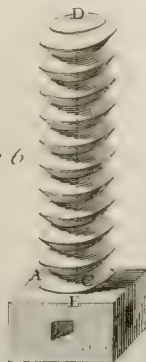


Fig 6



## E X E M P L E.

Soit 10 le nombre des pas de la vis dont la hauteur *DE* est de trois pieds & demi, ou 42 pouces : le rayon *CA* de 3 pouces & demi, sa circonférence sera de 22 pouces, qu'il faut multiplier par le nombre des pas 10, pour avoir 220, dont le carré est 48400, auquel il faut ajouter le carré de la hauteur 42 ou 1764 pour avoir 50164, dont la racine carrée sera à peu-près 224 pour l'expression de la force de la vis à la puissance 42, ce qui se réduit comme 16 à 3 ; ainsi 3 de puissance produisent 16 de force par le moyen de la vis proposée dans cet exemple.

Cette règle peut aussi servir pour mesurer les contours des rampes des escaliers à vis ; la longueur des courbes rampantes autour des noyaux, lorsque les escaliers à vis sont à jour, &c.

Les Anciens ont nommé cette courbe *Spirale* ou *Helice*, parce que sa formation sur le cylindre suit la même analogie que la formation de la spirale ordinaire sur un plan : mais elle est bien différente de la spirale ordinaire, étant une des courbes à double courbure, ou une des lignes qu'on conçoit tracée sur la surface courbe des solides. Peut-être que ces sortes de courbes à double courbure, ou prises sur la surface des solides feront un jour l'objet des recherches des Géomètres. Celle que nous venons d'examiner est, je crois, la plus simple de toutes.

Nous donnerons dans la suite les mêmes règles pour cette courbe prise autour du cône.



*HISTOIRE*  
*D'UN*  
*SEL CATHARTIQUE D'ESPAGNE.*  
Par M. B U R L E T.

6. Mai.  
1714.

**J**E m'étois proposé pendant que j'ai été en Espagne, sur-tout depuis qu'on y a joui de la paix, de donner le peu de tems que je pourrois ménager sur mes occupations, à l'étude de l'Histoire naturelle de ce vaste pays.

Dans cette vûe, je composai en 1714 une these, que j'envoyai pour être soutenue publiquement dans nos écoles de Paris, où je prouvois la nécessité du bain & des eaux minérales pour la guérison de plusieurs maladies des Espagnols. Je parcourus dans cet ouvrage les sources & fontaines minérales les plus connues d'Espagne, & j'insinuai combien les connoissances que nous en avons, & généralement sur-tout ce qu'on appelle Histoire naturelle, étoient courtes, défectueuses, & de quelle importance il auroit été qu'on eût travaillé sur cette matiere, qui embellit la Physique, & fournit à la medecine des secours si nécessaires.

Cette these latine fut aussi-tôt traduite en Espagnol, & la traduction imprimée à Madrid.

J'écrivis quelque tems après une espece de lettre circulaire pour engager à ce travail les gens de la profession qui s'en trouveroient le plus capables.

Comme il y avoit plusieurs de nos Chirurgiens & Apothiquaires François que j'avois connus à l'armée & dans les hôpitaux où ils avoient été employés, qui après la paix s'étoient dispersés en différentes provinces d'Espagne, quelques-uns m'envoyerent des mémoires, dont je pourrai peut-être un jour faire quelque usage.

Entre ceux-là M. Burosse, Chirurgien-Major des armées



du Roi Catholique, qui faisoit sa résidence la plus ordinaire à Madrid vint me trouver pour me communiquer les observations qu'il avoit faites sur quelques fontaines minérales de Catalogne & d'Arragon.

C'est ce même M. Burosse qui m'a écrit plusieurs lettres depuis mon retour en France, & qui prétend avoir beaucoup contribué à faire connoître le sel cathartique d'Espagne, dont voici l'histoire en raccourci.

A cinq quarts de lieue d'un village nommé *Vacia-Madrid*, qui est dans le domaine du Marquisat de Leganes, appartenant au Comte d'Altamire Grand d'Espagne, à distance de trois lieues de la ville de Madrid, il se trouve un ravin dans un terrain cultivé, entourré des deux côtés de vignes.

L'endroit où commence ce ravin se divise en deux pointes, dont la plus élevée est à la gauche. Là il sort en différents endroits de petits filets d'une eau claire comme un crystal, froide comme la neige, & très-salée.

A deux pas environ de ces petites sources, à la même hauteur, on en remarque une autre qui fournit une eau également crySTALLINE & salée, mais qui a quelque odeur de soufre; & qui dépose une espece de limon rouge.

Tous ces petits filets d'eau pénètrent & descendent au bas d'un rocher qui est d'une pierre molle, à peu-près comme celle dont on fait le plâtre aux environs de Madrid.

Dans leur descente il commence à se former des crySTaux qui ressemblent fort à ces glaçons qui pendent aux toits l'hiver, quand à la pluie ou au dégele il survient un autre gelée.

A l'autre pointe qui est à la droite, il sort une autre source plus abondante que celles de la gauche. Elle donne de l'eau gros comme le petit doigt, qui sent extrêmement le soufre. On en ramasse même des morceaux aux environs. L'eau de cette source s'épanche en des espaces qui forment comme autant de petits lacs, ne perdant rien de sa limpidité & de sa salure; de-là elle tombe dans le ravin, en grossit le courant: tous les bords & terres adjacentes du ravin par où elle coule, se trouvent couverts d'une portion considérable de sel qui se

forme en gros crystaux , & en quelques endroits devient une espece de neige blanche déliée qu'on prendroit pour un vrai alun calciné.

Ce ravin peut avoir environ cinq pas de largeur , & de longueur cent trente. Après quoi l'eau va se perdant insensiblement , & sur la terre qu'elle arrose , ne forme plus ni neige ni crystaux.

Les sources du ravin s'inclinent au levant.

On remarque encore qu'à un grand quart de lieue , au dessus des sources du ravin , presque sur la même ligne , on trouve une source d'eau vitriolique , & à quelque distance une autre ferrugineuse. Les eaux de l'une & de l'autre sont purgatives , à la dose seulement de trois ou quatre verres.

Voilà le plan & la description des sources du sel cathartique , que j'ai extraite de différentes lettres qui m'ont été envoyées d'Espagne.

Ce n'est pas M. Burosse qui prétend l'avoir découvert , ni s'en être servi le premier.

Il y a environ dix années que le Médecin du Marquis de los Balbazes , & deux Apothiquaires des plus renommés de Madrid , Don Felix Palacies & Don Louis Torrente , s'en sont servis , mais comme d'un purgatif qu'ils n'ont point fait connoître au public.

M. Burosse en ayant eu connoissance , se transporta sur les lieux au mois de Juillet 1722. Il examina les sources du ravin , qu'il dit qu'on nomme dans le pays , quoiqu'improprement , *el Baranco de zas Salinas* , puisqu'il est vrai que le sel qu'il produit est différent du sel marin , & que d'ailleurs les salines les plus proches sont celles de Cun-Posuelos qui est à six lieues de distance de ce ravin.

M. Burosse fit une grosse provision du sel qu'il apporta à Madrid , où il commença à le débiter , & à le donner comme un excellent purgatif à plusieurs malades qu'il eut à traiter. il a depuis continué à s'en servir. Il m'en écrivit pour la première fois il y a environ un an & demi ; & pour m'engager à l'analyser & à vérifier par mes yeux les grandes vertus &

les bons effets de son sel, il m'en envoya huit ou dix livres.

D'abord, je l'avoue, je ne fus pas favorablement prévenu pour la découverte. Je crus que ce sel étoit presque tout alumineux, ou sel marin, & que la dose à laquelle il purge d'une once ou de dix gros, même dans deux verres d'eau, ne lui donnoit aucun avantage sur le sel d'Ipsen d'Angleterre, sur le Polychreste de la Rochelle, & tous les autres sels moyens qui nous sont connus, & dont l'usage est devenu si familier dans la medecine.

Néanmoins pressé par de nouvelles lettres & de nouveaux envois de ce sel, je cherchai les occasions de l'expérimenter; j'en donnai à plusieurs malades, tantôt comme un simple purgatif, tantôt en forme d'eau minérale, diminuant ou augmentant les doses, en faisant continuer l'usage pendant plus ou moins de jours, l'associant même à d'autres purgatifs, &c.

J'ai remarqué en général que le sel cathartique d'Espagne est bien & légitimement nommé *Cathartique*, qu'il purge avec douceur, & même plus sûrement & plus copieusement que le sel d'Angleterre, dont je dirai ici en passant ce que m'a communiqué un Medecin Anglois, qu'il en vient peu de naturel, & que la grande consommation qui s'en fait depuis quelques années en Europe, le fait contrefaire en Hollande, & même en Angleterre, avec des solutions d'alun & de sel marin.

Je ne rapporterai point les différentes maladies dans lesquelles j'ai employé le sel d'Espagne, ni les observations que j'ai eu lieu de faire sur les effets qu'il a produits; c'est un détail dont je remets à rendre compte à l'Académie dans une autre séance, & après qu'elle aura connu par le travail ingénieux de M. Boulduc la nature de ce sel, & ses propriétés.



## M E M O I R E

*Sur la qualité & les propriétés d'un sel découvert en Espagne, qu'une source produit naturellement ; & sur la conformité & identité qu'il a avec un sel artificiel que Glauber, qui en est l'auteur, appelle SEL ADMIRABLE.*

Par M. BOULDU C le Fils.

22. Août  
1724.

**I**L m'a été communiqué, il y a quelque tems, par M. Burlet, un sel naturel qu'on lui avoit envoyé d'Espagne, dont il a donné l'histoire naturelle, avec ses réflexions, pour examiner sous quel genre de sels il pouvoit être rangé, & s'il pouvoit avoir quelque utilité sur-tout en medecine.

Il ne m'a pas été difficile de juger d'abord, par la crySTALLISATION que ce sel affecte constamment, que c'est un sel moyen, c'est-à-dire, un sel composé d'un acide & d'une base alkaline, soit saline ou terreuse, qui le détermine à se crySTALLISER *sous une certaine forme*, sçachant par différentes opérations, que nous faisons en Chymie, que les acides fluides nommés *Sal-fluor*, & dégagés de tout autre mélange, rencontrant une matiere ou *saline alkaline*, ou terreuse, soit simple ou métallique, avec laquelle ils puissent se lier, ils s'y insinuent, se corporifient, & prennent une forme solide avec elle, & qu'alors cette matiere qui leur sert de base & de corps, détermine ce mélange à se crySTALLISER de telle ou telle façon, selon la différence des matieres qu'on a unies avec différents acides.

Ayant ensuite consulté le goût de ce sel, qui imprime à la langue une fraîcheur mêlée d'amertume, j'ai pensé qu'il ne pouvoit pas beaucoup différer du sel de Glauber, celui-ci ayant la même propriété. J'ai été après confirmé dans cette pensée par l'assurance qu'on nous a donnée, en nous l'envoyant d'Espagne, que ce sel pris dans une certaine quantité, purge fort bien ; ce que le sel de Glauber fait pareillement.



Mais ce petit nombre de circonstances n'étant pas suffisant pour me déterminer à croire que ce sel est, ou parfaitement semblable au sel de Glauber, ou d'une espece particuliere, je me suis appliqué à l'examiner de différentes façons pour reconnoître ses principes & les matieres dont il est composé, ou pour découvrir plus exactement l'analogie qu'il pourroit avoir avec quelque autre sel qui nous est déjà connu; ce que j'ai exécuté par la décomposition, ensuite par une nouvelle récomposition, ou, selon les termes des Chymistes, par la *régénération*, & encore par des combinaisons avec d'autres matieres.

Enfin ayant reconnu de plus en plus qu'il avoit une grande conformité avec le sel de Glauber, j'ai imité avec le sel d'Espagne un certain nombre d'expériences principales que Glauber rapporte de son sel, & je les ai comparées entr'elles. Je vais rapporter de suite ce qui me paroît de plus essentiel & de plus palpable sur l'un & sur l'autre, & en particulier ce qui regarde les principes du sel d'Espagne, qu'il s'agit principalement de bien prouver, ceux du sel admirable étant assez connus, du moins autant qu'il est nécessaire pour parvenir à l'opération. J'ai de plus fait quelques autres expériences qui me sont venues dans l'idée, & les unes & les autres m'ont confirmé que le sel d'Espagne est un vrai sel de Glauber, produit par la nature.

Pour donner une idée du sel de Glauber, dont nous avons besoin, pour lui comparer ensuite le sel d'Espagne; je dirai en peu de mots, que le sel admirable se fait, selon la description de son auteur, du mélange de l'huile de vitriol & du sel marin décrépité; que de ce mélange distillé il résulte deux choses; 1°. On retire du récipient un véritable esprit de sel; 2°. On trouve dans la cornue une masse saline, qui n'est plus du sel marin, tel qu'on l'avoit employé, parce que son acide a passé dans le récipient, ayant abandonné sa base, qui auparavant lui donnoit corps, tandis que cette base s'est unie & liée avec l'acide vitriolique, ensorte que par cette union il se fait un sel particulier, absolument différent de tout autre

Centurie  
Glauberi.

sel vitriolisé ; que son auteur pour le distinguer , & dans quelques grandes vûes , a nommé *Sel admirable*.

Pour expliquer les phénomènes qui arrivent dans cette opération , j'emprunte les principes du fameux M. Stahl dans son *Opusculum Chymicum* , par lesquels il nous fait connoître que , quand on mêle un acide fort sur une matiere qui contient un acide plus foible , le plus fort saisit la base de l'acide foible , en dégage celui ci , & lui fait quitter prise ; de sorte que non-seulement par le moyen du feu , on peut séparer cet acide foible dans la distillation , mais aussi le seul mouvement de l'air le peut enlever à la longue ; ce qui est expliqué plus au long dans le livre que j'ai allégué , & les expériences nous confirment tous les jours cette théorie.

Quelques-uns prétendent faire ce sel admirable , auquel ils donnent aussi le nom de *Sel cathartique amer* , en mêlant l'huile de vitriol au sel ammoniac ou à l'esprit d'urine : mais ce sel en est fort différent , en ce que l'acide vitriolique s'unissant avec le sel alkali volatil contenu dans le sel ammoniac , ou dans l'esprit d'urine , fait avec celui-ci une espece de *Sel ammoniacal particulier* qui est volatil , & se peut sublimer ; au lieu que le vrai sel admirable résiste au feu , se peut calciner , & n'a rien de volatil dans sa composition ; sans parler de la différence de plusieurs autres propriétés de ces deux sels. En effet , Glauber qui est l'auteur de celui-ci , dont il a donné un petit traité , aussi bien que du premier , en distingue celui-ci , & le nomme *son Sel ammoniacal secret*. Je ne rapporte ceci que pour ôter l'équivoque du nom , & je reviens au vrai sel admirable fait avec l'huile de vitriol & le sel marin , m'étant proposé de rechercher ce que le nouveau sel d'Espagne a de commun avec lui.

Le sel admirable bien fait , donne des cristaux longs , lesquels n'étant pas confondus , ont ordinairement quatre côtés égaux comme un quarré allongé ou une colonne quarrée ; quelquefois néanmoins un angle est effacé & applati , ce qui fait alors une figure à cinq côtés , dont les deux grands sont égaux entr'eux , comme les trois autres petits le sont , comparés entr'eux ;

entr'eux ; les extrémités de ces crystaux sont toujours taillés à facettes de diamans , de maniere que chaque facette , qui est triangulaire , répond à un côté du quarré , & ces facettes comme penchées , se touchent entr'elles par en haut par la réunion des pointes de leur triangle ; s'il y a cinq côtés , il y a aussi cinq facettes. Le sel d'Espagne ne differe de rien en cela du sel de Glauber , donnant précisément des crystaux semblables. Le sel admirable est blanc, fort transparent & crystillin ; le sel d'Espagne a les mêmes qualités.

J'ai déjà dit au commencement de ce Mémoire, que le sel de Glauber étant mis sur la langue , lui imprimoit une fraîcheur mêlée d'amertume , & que cette fraîcheur s'y faisoit sentir long-tems ; le sel d'Espagne fait pareille chose , & exprime le même goût.

Celui de Glauber est très-friable , beaucoup plus que les sels alkalis vitriolisés , tel que le tartre vitriolé & autres ; le sel d'Espagne l'imite en cela.

Le sel admirable se dissout promptement dans l'eau froide , ce que le sel d'Espagne fait aussi ; l'un & l'autre en cela contraires au tartre vitriolé , & autres sels moyens de cette nature , qui ne se dissolvent parfaitement que dans l'eau chaude.

Le sel admirable , à l'approche de la moindre chaleur , fond & devient fluide & limpide ; puis poussé par un feu continu , il se convertit en une chaux saline , blanche : le sel d'Espagne , traité de la même maniere , reçoit les mêmes changemens. Le tartre vitriolé , le sel polychreste & autres rougissent au feu , ne s'y fondent point , & ne se convertissent point en chaux.

Le sel de Glauber perd dans sa calcination près de deux tiers de son poids ; le sel d'Espagne en perd autant. Cette perte ne peut être attribuée qu'à l'évaporation de l'eau qui s'y étoit incorporée ou liée avec les parties salines & terreuses ; ce qui contribue à la transparence des crystaux de ces deux sels.

Ces deux sels étant mis sur un charbon ardent , ils s'y fondent d'abord , puis se réduisent en chaux blanche : le tartre vitriolé , loin de fondre , décrépite sur le charbon , & s'épar-



122 MEMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE  
pille en quantité de petites lames , & ne donne point pareille  
chaux saline.

Lorsque l'on laisse nos deux sels exposés à l'air sec , ils s'y  
calcinent pareillement , & la surface de leurs crystaux se cou-  
vre d'une poussiere blanche en maniere de folle farine , qui  
leur ôte leur transparence , ce qui n'arrive que par la priva-  
tion d'une partie de leur eau qui, comme j'ai déjà dit, est com-  
prise dans les crystaux : mais sitôt qu'on a enlevé ou essuyé  
cette poussiere , les crystaux reparoissent transparents comme  
auparavant.

Glauber enseigne comment , avec une partie de son sel ,  
réduit en chaux , soit par l'air ou bien par le feu , on peut  
coaguler trois fois autant de son poids d'eau ou de bierre ,  
de maniere qu'elles ressemblent à la glace : j'ai imité cette ex-  
périence avec le sel d'Espagne calciné , & j'y ai réussi de la  
même façon , l'eau & la bierre s'étant en un instant si forte-  
ment coagulées , que renversant le vaisseau , il n'en est sorti au-  
cune goutte de liqueur.

Ce même Auteur nous propose aussi de désflegmer , par le  
moyen de son sel calciné , certaines liqueurs , comme le vin ,  
le vinaigre & autres ; ce que j'ai exécuté pareillement avec le  
sel d'Espagne. Ces deux dernieres expériences sont fondées  
sur ce que le sel calciné reprend autant de flegme qu'il en avoit  
perdu par la calcination ; ainsi le flegme devient avec ces sels  
une masse épaisse & comme congelée , séparée de la partie spi-  
ritueuse de ces liqueurs , lesquelles par cette privation de flegme  
superflu , deviennent bien plus fortes , la partie spiritueuse étant  
concentrée.

Glauber voyant les effets de son sel , l'appelle *Aimant de  
glace* ; mais ne l'appelleroit-on pas mieux *Aimant d'eau* ,  
puisque étant mêlé avec les liqueurs qui en contiennent , il at-  
tire , pour ainsi dire , cette eau , s'y unit , & la sépare du reste  
de la liqueur ?

Cette voie peut avoir son utilité pour concentrer les esprits  
acides , corrolifs & autres , & pour désflegmer les liqueurs spi-



ritueuses, comme les eaux de vie & l'esprit de vin foible : mais ce n'est pas ici le lieu d'en parler.

Il m'est arrivé qu'ayant mêlé un gros de sel admirable sec avec autant de nitre pour certain usage, je trouvai peu de tems après que ce mélange s'étoit fort humecté. Je voulus voir si le sel d'Espagne, qui étoit encore plus sec que le premier, feroit le même effet, je le fis broyer aux parties égales de nitre, & peu de tems après j'y trouvai ce mélange également humide.

Glauber dit que son sel admirable dissout le fer ; j'ai voulu m'en assurer, & j'ai mis un clou neuf & poli dans la solution d'une once de ce sel, faite dans l'eau, & j'ai vu la vérité de ce que cet Auteur avance, avec cette circonstance, qu'à mesure que le fer se dissolvoit, la précipitation s'en faisoit. J'ai procédé de la même manière avec le sel d'Espagne, & j'y ai remarqué la même chose, je veux dire que le précipité étoit un crocus de Mars très-fin & très-léger, d'un beau rouge safrané.

Pour rendre raison de cet effet, je pense que le sel contenu dans le sel admirable, de même que celui qui est dans le sel d'Espagne, dont je prouverai l'existence dans la suite de ce Mémoire, quoiqu'un à une base alcaline, étant dissout dans l'eau, par laquelle il est tenu en mouvement, & rencontrant le fer, ne laisse pas d'en résoudre des parcelles : mais comme cet acide n'y est qu'en petite quantité, il n'a pas la force de le soutenir ou d'en faire une dissolution parfaite, ainsi ce fer qui n'est ici réduit qu'en une espèce de limaille fine, tombe & se précipite par son propre poids ; peut-être aussi que la base alcaline qui est jointe à chaque parcelle de l'acide, contribue pareillement à cette précipitation.

Après avoir parcouru les qualités extérieures du sel de Glauber & du sel d'Espagne, & quelques effets que ces deux sels produisent, non-seulement pris dans leur état naturel, mais aussi étant calcinés, je passe à en rechercher l'intérieur, c'est-à-dire, les principes dont ils sont composés, lesquels en s'unissant, sont précisément des sels de telle nature.

On conviendra aisément qu'un des principes du sel de

Glauber est l'*acide vitriolique*, puisqu'on l'employé pour composer ce sel, & qu'on ne l'en retire point; il s'agit de le découvrir dans le sel d'Espagne, & l'ayant découvert, de le comparer avec le sel de Glauber.

Les Chymistes ont crû long-tems que les sels alkalis fixes, chargés de l'*acide vitriolique*, tels que le tartre vitriolé, le sel spolychreste & autres, étoient tellement unis, qu'on n'en pouvoit plus retirer l'*acide vitriolique* qui entre dans sa composition, jusqu'à ce que le sçavant M. Stahl nous ait proposé depuis peu le problème de trouver un moyen aisé de séparer dans un instant l'*acide vitriolique* du tartre vitriolé, dans lequel il paroît si étroitement uni avec le sel alkali fixe; & quoique la premiere idée de ce problème tende à séparer l'*acide vitriolique* en forme fluide du tartre vitriolé, il y a cependant un autre moyen de l'en séparer, en le transportant sur une autre matiere. M. son fils m'a bien voulu communiquer ceci, & la maniere de procéder. Voici ce que c'est.

Versez dans une solution d'argent faite avec l'eau forte, une solution de tartre vitriolé, ces deux solutions sont claires & limpides, & chaque *acide* se trouve uni à un corps à part; sçavoir, l'*acide vitriolique* avec le sel de tartre, & l'*acide nitreux* avec l'argent. Dans l'instant qu'on les mêle, l'*acide vitriolique* quitte le sel de tartre, se lie, & se précipite avec l'argent, & cela se passe sans effervescence & sans chaleur: mais ce n'est pas assez de voir l'argent précipité, il est à remarquer de plus qu'il se fait un double échange, j'entends que l'*acide nitreux* abandonne l'argent à l'*acide vitriolique*, forcé par celui-ci, comme jouissant du droit du plus fort, & réciproquement l'*acide vitriolique* abandonne son sel de tartre à l'*acide du nitre*; ce qui est si vrai, que quand on a trouvé la juste proportion, pour faire une parfaite précipitation, la liqueur qui surnage au précipité n'a nulle aigreur & picotement, & étant évaporée & cristallisée, elle donne un vrai nitre régénéré, fusant au feu, dont le goût même se manifeste dans la liqueur avant qu'on l'évapore.

Je me suis servi de cette méthode avec le sel de Glauber

& celui d'Espagne ; j'ai aussi fait quelque parallele avec l'huile de vitriol pure & seule , & j'ai trouvé pareil effet , même en l'appliquant à d'autres solutions métalliques. Je viens aux expériences.

J'ai dissout du vis-argent dans l'eau-forte ; j'ai partagé cette solution en trois parties égales. J'ai versé sur la premiere une solution de sel d'Espagne, sur la deuxieme pareille quantité de solution de sel de Glauber, les deux solutions de nos sels ont précipité dans l'instant le mercure en une chaux blanche ; la liqueur étant devenue claire, je l'ai versée par inclination, ensuite l'ayant évaporée jusqu'à la pellicule, je l'ai laissée cristalliser ; les cristaux en étoient cubiques, & déflagroient comme le nitre. J'ai après cela versé de l'eau chaude sur les deux précipités , & ils sont devenus jaune-oranger comme le turbith minéral, ou le mercure dissout par l'huile de vitriol, & lavé ensuite avec l'eau chaude. J'ai enfin versé dans la troisieme portion de ma solution de mercure, de l'huile de vitriol, le mercure s'y est pareillement précipité en une chaux blanche, semblable aux précédentes, laquelle étant lavée dans l'eau chaude, a pris cette couleur jaune des précédentes ; en un mot toutes les trois précipitations ou chaux mercurielles sont comme le turbith minéral, dont l'opération est connue.

J'ai dissout de l'argent bien coupellé dans l'eau-forte bien dépurée, pour ôter toute équivoque sur le précipité qu'on pourroit prendre pour une lune cornée ; je dis que j'ai pris de l'eau fort bien dépurée, c'est-à-dire, absolument privée de l'acide du sel marin qui s'y trouve très-souvent mêlé, sur-tout quand on la prend chez les distillateurs ordinaires. Pour cet effet, j'ai dissout une portion d'argent fin dans le double de son poids de bon esprit de nitre ; j'ai ensuite versé cette solution dans l'eau-forte, qui s'est blanchie ; j'ai continué d'y verser de la solution d'argent jusqu'à ce qu'il n'ait plus paru de nuages blancs en les mêlant : l'eau-forte a déposé un précipité blanc, qui est l'argent en chaux, lié & précipité avec l'acide du sel marin qui étoit auparavant contenu dans l'eau-forte ; c'est cette chaux qui s'appelle *Lune cornée*, parce qu'en la fondant



lentement & à un petit feu, elle se convertit en une masse tenace, comme de la corne qu'on peut couper au couteau. C'est dans cette eau-forte dépurée que j'ai dissout l'argent, & j'ai partagé cette solution en trois parties. J'ai versé dans la premiere une solution de sel d'Espagne, & dans la deuxième une pareille quantité de solution de sel de Glauber; il est arrivé dans l'une & dans l'autre une forte précipitation d'une chaux blanche d'argent. La liqueur étant claire, je l'ai évaporée, & l'ai laissé cristalliser; les cristaux étoient semblables à ceux de la précipitation du mercure. Ce précipité a cela de différent d'avec la lune cornée, que celle-ci se fond facilement, est volatile, perce les creusets, & que l'autre au contraire est très-fixe & difficile à fondre. J'ai versé dans la troisième portion de la solution d'argent de l'huile de vitriol; il s'est fait pareille précipitation, & j'en ai eu une chaux d'argent toute semblable aux précédentes. La liqueur, comme j'ai déjà dit, évaporée après la précipitation faite par nos sels, donne un nitre cubique: mais il n'en est pas de même quand on précipite les solutions métalliques par l'huile de vitriol seule, l'eau-forte reste, ne trouvant point de corps avec qui se lier de nouveau, après avoir été forcée par l'acide vitriolique d'abandonner la liaison du premier, soit mercure ou argent.

J'ai fait dissoudre du sel de Saturne dans l'eau, & j'ai partagé cette solution en trois parties. J'ai versé dans la premiere du sel de Glauber dissout, dans la seconde du sel d'Espagne dissout, & dans la troisième de l'huile de vitriol. Toutes les trois ont donné un précipité blanc très-fin, mais difficile à fondre. J'ai de plus broyé dans un mortier deux gros de sel de Saturne avec deux gros de sel d'Espagne; j'ai ensuite jetté ce mélange dans quatre onces d'eau bouillante, il s'est fait promptement un précipité blanc, semblable aux précédens.

J'ai dissout des cristaux de verd-de-gris dans de l'eau, & j'ai partagé cette solution comme dessus, dans laquelle le sel de Glauber, celui d'Espagne, & enfin l'huile de vitriol ont produit des précipités semblables, d'une couleur grisâtre, tirant un peu sur le jaune.



Après ceci, j'ai dissout de l'étain d'Angleterre dans de l'eau régale, & j'ai partagé cette solution en trois parties. J'ai versé sur la première du sel d'Espagne dissout, dans la deuxième du sel de Glauber dissout, & enfin dans la troisième de l'huile de vitriol : toutes les trois ont précipité une chaux d'étain blanche & fort fine.

Enfin j'ai dissout une portion d'or dans suffisante quantité d'eau régale, je l'ai aussi partagée, & j'ai versé dans la première de la solution de sel d'Espagne; dans la deuxième, une solution de sel de Glauber: mais il n'est arrivé aucun changement dans le mélange de ces liqueurs; la solution d'or a conservé sa limpidité & sa couleur d'or, & rien ne s'est précipité. J'ai reconnu par-là que l'acide vitriolique n'a aucune action sur l'or, comme Kunckel l'a assuré. Ainsi quand j'ai versé après dans la troisième partie de la solution d'or, de l'huile de vitriol toute pure, & petit à petit, il n'est pas plus arrivé par-là de changement dans la solution d'or que par nos deux sels. Cependant, dans cette vue, j'y ai encore ajouté une certaine quantité d'eau, mais rien ne s'est précipité. Je dois pourtant avertir que quand on laisse ce mélange fort délayé, long-tems exposé à l'air, & légèrement couvert, il se fait à la longue une précipitation que je n'assurerai pas jusqu'ici être des parcelles d'or, m'ayant paru trop légères, en remuant le verre, pour venir d'un métal aussi pesant qu'est l'or. Ce qu'il y a de vrai, c'est que cette précipitation ne se fait qu'à mesure que le dissolvant s'affoiblit & s'exhale. Sur quoi je dirai en passant, qu'il y a apparence que le procédé d'Andréas Cassius de faire une belle chaux d'or avec la solution d'or faite par l'eau régale, & une solution de verd-de-gris, celui de Kunckel avec la solution d'or & le vitriol de Chypre, tous les deux sont fondés sur ce même principe, parce que ces Auteurs recommandent de bien étendre & délayer ces mélanges, & de les tenir dans un endroit chaud, à moins qu'on ne dise que l'eau régale a plus de convenance & de rapport avec le cuivre qu'avec l'or, & qu'elle quitte celui-ci pour prendre l'autre, comme il arrive quand on

plonge une lame de cuivre dans la dissolution d'or.

Par toutes ces expériences que je viens de rapporter, à l'exception de celle de l'or, il est, ce me semble, évident que le sel d'Espagne a pour un de ses principes l'acide vitriolique, de même que le sel admirable, dans lequel personne ne le conteste : premièrement, parce qu'il précipite les mêmes solutions métalliques que le sel de Glauber précipite ; en second lieu, parce qu'il précipite aussi toutes celles que l'huile de vitriol seule précipite ; troisièmement, parce que les précipités produits par les deux sels, sont sensiblement entr'eux, & ont de plus les mêmes propriétés que ceux que l'huile de vitriol a produits toute seule ; je veux dire que l'acide vitriolique y est également attaché ; par exemple, le mercure précipité de cette manière, est semblable au turbin minéral que l'on fait par l'huile de vitriol ; il a la même couleur jaune, il résiste longtemps au feu, & est fixe en comparaison du précipité blanc, lequel par l'acide du sel commun acquiert un degré de volatilité de plus. De même l'argent précipité par nos deux sels, & celui qui est précipité par l'huile de vitriol, est entièrement semblable en blancheur & en finesse ; il est de plus, dur & fort difficile à fondre, au lieu que l'argent précipité par l'esprit de sel, est volatil & fond à une très médiocre chaleur ; il en est de même du plomb ou du précipité du sel de Saturne.

J'ajouterai que le sel d'Espagne contient autant de cet acide que le sel admirable pris poids égal ; je suppose néanmoins que le sel admirable soit bien fait, parce qu'alors nos deux sels précipitent une égale quantité de nos solutions métalliques ; je dirai aussi en passant, que quand on achève exactement la précipitation de nos solutions métalliques la liqueur qui surnage, perd entièrement son goût aigre & rongeur, & même le goût de nos sels qui ont servi à la précipitation, parce qu'il se fait dans ces mélanges un double échange, c'est-à-dire, que l'acide vitriolique se lie avec la substance métallique & se précipite, & réciproquement la base de cet acide se joint au dissolvant des substances métalliques, & lui ôte son acidité & la qualité corrosive.

On me dira peut-être que de cette maniere, je ne retire pas de nos sels l'acide vitriolique en forme liquide, même avec les intermedes connus. J'en conviens; il me suffit pour mon dessein de découvrir seulement la présence de cet acide dans le sel d'Espagne comme un de ses principes, quand cela ne se feroit que par le transport d'une matiere à une autre; je dirai de plus qu'on ne le peut pas séparer de ces sels, quand ils sont dans leur entier & bien crySTALLISÉS, quelque force de feu qu'on leur donne, parce qu'ils se ferment & s'unissent de plus en plus avec leur base alkaline. Je sçai bien que quelques-uns prétendent avoir retiré de l'acide vitriolique du tartre vitriolé par la distillation: mais quand on remarquera qu'ils ajoutent que c'est en très-petite quantité, on pensera aisément qu'ils ont employé un tartre vitriolé, surchargé d'acide & disproportionné entre ses deux principes, comme on le faisoit autrefois; ainsi ils pouvoient aisément retirer cette petite portion d'acide surabondant qui ne trouvoit point d'alkali avec qui se lier.

Cependant, si l'on prenoit une grande quantité de nos précipités, on retireroit cet acide par la distillation aussi-bien que du zink, du cuivre, du fer quand il y est uni. Mais outre qu'il faudroit pour cela une grande quantité de nos sels pour faire une mesure convenable de ces précipités, ce point est entièrement hors de mon sujet.

Avant de finir cet article, il est à propos de remarquer, 1°. que nos deux sels ne précipitent dans nos expériences aucune substance métallique que l'huile de vitriol ne précipite par elle-même & toute seule; 2°. & par conversion de la cause de cet effet, nos sels ne précipitent aucune de ces substances métalliques, que l'huile de vitriol toute seule ne soit en état de corroder ou de dissoudre, ou, ce qui revient au même, avec lesquelles elle ne puisse se lier étroitement. C'est par cette raison que nos sels ne précipitent rien de la solution de l'or, l'huile de vitriol ne pouvant le dissoudre seule en aucune maniere que je sçache, ni par conséquent le précipiter non plus.



Mon sujet ne m'engage point à rechercher la cause pour laquelle l'acide vitriolique détache si aisément dans nos expériences les autres acides des substances métalliques avec lesquelles ils s'étoient unis , & se lie avec elles. Je laisse cette recherche aux Chymistes Physiciens, & les curieux peuvent consulter là-dessus les écrits du sçavant M. Stahl & la Table des rapports de M. Geoffroy.

Après tout ce qui vient d'être dit , il y a un autre moyen de découvrir l'acide vitriolique dans nos sels moyens fixes qui en participent , & celui-ci tout seul pourroit suffire pour notre dessein , parce qu'il nous conduira naturellement à développer encore le deuxième principe de nos deux sels en question , duquel je parlerai en son lieu.

Ce moyen consiste dans la combinaison de l'acide vitriolique avec une matiere inflammable par laquelle il se convertit en soufre.

Glauber à la vérité a déjà dans son tems traité de son sel admirable de cette façon , & particulièrement avec du charbon ; son but n'étoit pourtant que d'extraire de cette maniere , & selon son idée , le soufre des charbons & des végétaux , & non pas de faire une nouvelle production , ou un nouveau composé , qui est un vrai soufre , en tout semblable au soufre ordinaire & commun. Mais M. Stahl nous a bien développé ce mystere naturel , & nous a donné une belle théorie , fondée sur l'expérience journaliere , qui nous prouve que quand l'acide vitriolique rencontre une matiere qui participe du principe de l'inflammabilité , il peut se lier avec elle , & composer un vrai soufre , tel que le soufre minéral.

Je vais rapporter de quelle façon j'ai procédé pour cet effet avec nos deux sels pour parvenir par-là à les comparer de nouveau.

J'ai mêlé six onces de sel de Glauber avec une once & demie de charbon en poussiere ; j'ai fait pareil mélange avec le sel d'Espagne , l'un & l'autre mis dans un creuset à part ; je les ai laissés rougir au feu environ une heure de tems sans les pousser jusqu'à fondre : les creusets retirés du feu , sentoient le



foie de soufre, & étoient colorés, à la hauteur où la matiere avoit pû toucher, d'un rouge brun ou d'une couleur de foie, comme si j'y avois fondu l'*hepar sulphuris* ordinaire qui se fait avec le soufre & le sel de Tartre; j'ai ensuite dissous la masse dans l'eau chaude, & ils'est répandu aussitôt une odeur d'œufs couvis. J'ai filtré la solution, qui étoit d'un beau jaune d'or bien limpide, que j'ai paragée en trois parties égales; dans la premiere, j'ai versé de l'esprit de Nitre; dans la deuxieme, de l'esprit de Sel; & enfin dans la troisieme, de l'huile de Vitriol: à mesure que j'ai versé des liqueurs acides, il arrivoit effervescence & chaleur, les solutions blanchissoient, & il paroissoit quelques petits flocons de soufre à la surface; de plus cette odeur d'œufs couvis augmentoit, & étoit pareille à celle qui s'élève de l'*hepar sulphuris*, quand on le précipite pour avoir le magistere de soufre. J'ai continué de verser des liqueurs acides dans nos solutions jusqu'à la cessation de l'effervescence. Ayant laissé éclaircir & reposer les solutions, j'ai filtré chacune séparément, & chacune, aussi-bien du sel d'Espagne que du sel de Glauber, a laissé dans le filtre une portion égale de soufre qui a les mêmes propriétés que le soufre commun, odeur, couleur, inflammabilité dans laquelle l'acidité se manifeste, pareille à celle du soufre commun quand il est allumé.

Or comme par cette opération l'acide vitriolique, qui est dans le sel de Glauber, se convertit en soufre, & que par la même opération le sel d'Espagne donne pareillement du soufre, & de plus en quantité égale avec le sel de Glauber, il me semble que la conséquence est juste, quand je dirai que le sel d'Espagne a pour un de ses principes l'acide vitriolique de même que le sel de Glauber, & encore qu'il en a tout autant que celui-ci quand il est bien fait, je veux dire en gros cristaux; car je ne pense pas qu'on puisse me nier que l'acide vitriolique, étant réuni avec le principe phlogistique que M. Homberg appelle *Soufre principe*, ne compose du vrai soufre: les expériences de Boyle faites avec l'huile de Vitriol & l'huile de Térébenthine, celles de Roffman avec la même huile de Vitriol & l'Opium, & enfin celles que M. Stahl a faites avec

différens sels moyens vitriolisés & des matieres inflammables, étant présentement trop connues, je ne pense pas non plus qu'on puisse nier que l'acide vitriolique ne soit contenu dans le soufre, l'esprit que l'on en retire étant une preuve suffisante, outre les sels moyens que nous faisons avec le soufre, comme le sel Polychreste, & particulièrement celui qu'on retire en faisant calciner lentement l'*hepar sulphuris*, lesquels sont l'un & l'autre semblables au tartre vitriolé, dans la composition duquel on sçait que cet acide est employé, & avec lesquels on peut de nouveau produire du soufre.

Ainsi nous avons, ce me semble, suffisamment prouvé, que l'acide vitriolique est un des principes du sel d'Espagne, comme il l'est du sel de Glauber, & qu'en cela ces deux sels se ressemblent parfaitement.

Passons présentement à examiner ce qui donne corps à cet acide, ou ce qui fait la base de nos deux sels, & si elle est la même dans l'un & dans l'autre.

Pour parvenir à la reconnoître, je me suis servi du reste de la solution des *hepar sulphuris* faits avec nos deux sels, après en avoir précipité le soufre par différentes liqueurs acides, & l'en avoir retiré par la filtration.

Avant que d'entrer dans cette recherche, je dirai succinctement que l'acide vitriolique qui étoit auparavant étroitement uni dans nos deux sels à la base alcaline, dès qu'il est converti en soufre, n'a plus cette liaison étroite avec elle; le principe de l'inflammabilité environnant l'acide de toute part, les tient séparés, & cette base ou matiere alcaline n'a de liaison avec ce nouveau produit, qui est le soufre, que du côté du principe phlogistique, & encore une liaison très-superficielle de la même façon que le sel de tartre ou la chaux avec le soufre dans la composition des *hepar sulphuris* que l'on fait avec ces matieres, ensorte que toute liqueur acide, même la plus foible, peut de nouveau se lier avec cette base alcaline; d'où il arrive que le soufre n'étant plus soutenu dans la liqueur, & étant immiscible avec l'eau, par lui-même & tout seul tombe & se précipite par son propre poids, & porte le nom de magistere,

comme il arrive de la solution de l'*hepar sulphuris*, lorsqu'on y jette quelque acide : mais en même tems la solution est changée, le soufre s'en sépare par le filtre qui l'arrête, & la liqueur filtrée ne contient plus que l'acide qu'on a employé pour la précipitation du soufre & la base alkaline qui étoit auparavant dans nos deux sels. C'est cette liqueur que j'ai employée pour examiner la base de nos deux sels ; je l'appellerai, pour éviter les fréquentes répétitions, l'une, *la solution de la base du sel de Glauber*, & l'autre, *la solution de la base du sel d'Espagne*, & je parcourrai les différens produits de toutes les deux, selon les différens acides avec lesquels je les ai unies l'une & l'autre.

A l'égard de la base du sel de Glauber, on sçait d'avance que c'est le sel commun qui la lui prête : mais nous ne sçavons pas de même par avance ou *à priori*, quelle est celle du sel d'Espagne. Voyons les expériences.

La solution de la base du sel de Glauber, unie avec l'esprit de nitre, évaporée & crySTALLISÉE, m'a donné des crySTaux cubiques, à peu près comme ceux du sel commun, avec cette différence, qu'ils fusent sur le charbon ardent, comme le Nitre : on appelle ordinairement ces crySTaux un *nitre quadrangulaire*.

La solution de la base du sel d'Espagne, mêlée avec l'esprit du nitre, & traitée, comme je viens de dire, de la précédente, m'a donné des crySTaux de même configuration & de même qualité, en un mot un nitre quadrangulaire.

La solution de la base du sel de Glauber, unie avec l'esprit du sel commun, m'a pareillement donné des crySTaux cubiques, qui est la figure qu'affecte particulièrement le sel commun ; mais ceux-ci bien-loin de fuser sur un charbon, comme les précédens, décrépitent, ont un goût salé comme le sel marin ordinaire, & sont un vrai sel commun régénéré.

La solution de la base du sel d'Espagne, unie avec l'esprit du sel commun, traitée comme la précédente, m'a donné des crySTaux semblables en tout au sel commun, de sorte que c'est un sel commun régénéré comme le précédent.

Enfin la solution de la base du sel de Glauber, unie avec



l'huile de vitriol, évaporée & crySTALLISÉE, m'a aussi de nouveau donné des cristaux d'une figure quarrée, allongée, taillée à son extrémité en facettes de diamans, en un mot, un sel de Glauber régénéré.

La solution de la base du sel d'Espagne, unie pareillement de nouveau avec l'acide vitriolique, m'a donné des cristaux semblables aux précédens, par le goût, par la figure, & par toutes les autres propriétés qui sont particulieres au sel de Glauber ordinaire, ou fait par art, telles que je les ai rapportées au commencement de ce Mémoire.

Considérant après ceci l'uniformité des produits de ces opérations autant par la base du sel d'Espagne, que par celle du sel de Glauber, que peut-on en inférer ? si ce n'est que la base du sel d'Espagne est égale & semblable à celle du sel de Glauber, & que par conséquent nos deux sels sont encore égaux par ce principe, qui y donne corps à l'acide vitriolique : mais ce n'est pas assez, j'espère prouver encore que la base du sel d'Espagne est précisément la même que celle du sel commun par l'expérience qui suit.

J'ai fait une distillation de l'esprit de sel par le moyen de l'esprit du nitre que j'avois versé sur le sel commun. Cette distillation m'a donné un esprit de sel bien pur, & la masse qui s'est trouvée dans la cornue, étoit un nitre quadrangulaire & inflammable : j'ai mêlé ensuite ce nitre quadrangulaire avec l'huile de vitriol, & j'ai retiré par la distillation un bon esprit de nitre, & le résidu, fondu, filtré & évaporé à pellicule, m'a donné un sel de Glauber. D'un autre côté, j'ai pris du sel commun régénéré par la base du sel d'Espagne & l'acide du sel commun ; j'y ai mêlé l'esprit de nitre, & par la distillation j'ai retiré de l'esprit de sel, & le résidu m'a donné un nitre quadrangulaire & inflammable : j'ai versé sur celui-ci de l'huile de vitriol, & par la distillation j'en ai retiré de l'esprit de nitre, & enfin le résidu m'a donné de nouveau un sel admirable de Glauber.

Après cette conversion & cette égalité des produits, tant du sel commun naturel que de celui qui est régénéré par la



base du sel d'Espagne, je ne pense pas qu'il puisse encore rester quelque doute que la base du sel d'Espagne ne soit la même que celle du sel commun.

Après avoir ainsi prouvé par des faits, que les deux principes qui composent le sel de Glauber, composent aussi celui d'Espagne, il est facile de conclurre que ces deux sels sont exactement égaux, quoique l'un soit fait par art avec assez de peines & de frais, & l'autre produit par la nature.

J'entrevois ici qu'on pourroit me demander de quel genre de matiere ou substance est donc la base du sel d'Espagne ? Je pourrois répondre qu'on me dise de quel genre est la base du sel Marin, & je dirai quelle est celle du sel d'Espagne. Mais cela ne conduit à rien, & j'aime mieux avouer que je ne la connois pas encore assez pour dire là-dessus quelque chose de positif; ce que je puis assurer négativement, est, que ce n'est ni un sel alkali fixe, ni une simple terre absorbante. 1°. Si c'étoit un sel alkali mêlé avec l'acide vitriolique, il produiroit un tartre vitriolé, un sel polychreste, ou un *arcanum duplicatum*, seroit ferme, dur, difficile à fondre, résisteroit au feu, seroit simplement amer, se dissoudroit difficilement dans l'eau, propriétés qui sont éloignées de celles de notre sel; il produiroit aussi, avec l'esprit du nitre, un vrai nitre régénéré en stries longues, & avec l'esprit du sel commun, un sel semblable au sel fébrifuge de Silvius, dont les cristaux sont assez différens de ceux du sel commun ordinaire. 2°. Si cette base étoit une simple terre absorbante, comme craye, marne ou autre, elle formeroit, avec l'acide vitriolique, un Alun, dont les propriétés & les effets sont fort éloignés de ceux de notre sel, si l'on excepte la seule disposition de pouvoir être convertis en soufre, par rapport à l'acide qui leur est commun.

Cependant, pour dire ce que j'ai entrevû, je panche à croire avec M. Stahl, que la base du sel commun, que je regarde comme commune entre ce sel, celui d'Espagne & celui de Glauber, est une terre sabloneuse, vitrifiable, & tellement atténuée, qu'elle approche fort de la nature du sel alkali fixe, sur quoi le tems & une recherche plus ample pourra nous éclaircir un jour.

Avant que de finir, je ne dois pas oublier de dire que le sel d'Espagne produit les mêmes effets sur le corps humain que le sel de Glauber bien conditionné, l'usage qu'en ont fait M. Burlet, d'autres Medecins & le mien propre m'ayant convaincu que pris en petite quantité, par exemple à la dose d'un gros, il est un très-bon altérant apéritif & diurétique, & qu'en plus grande quantité, par exemple de quatre, cinq, ou six gros, il purge d'une maniere aisée & sans échauffer, ce que fait pareillement le sel de Glauber, quand il est, comme j'ai dit, bien conditionné.

Je regarde un sel de Glauber bien fait & bien conditionné, quand il est en gros cristaux figurés, comme j'ai dit plus haut, & quand il ne fait aucun changement à la teinture du tournesol, ni n'exhale point une odeur d'esprit de sel, lorsqu'on verse de l'esprit de vitriol dessus, qui sont des moyens que je propose pour servir de pierre de touche à connoître la bonté & la perfection du sel de Glauber; car je ne puis disconvenir que l'artiste, quelque soin qu'il prenne, a quelquefois bien de la peine à le bien faire & à y réussir, soit parce que l'huile de vitriol est tantôt plus, tantôt moins forte, & le sel commun tantôt plus, tantôt moins décrépit, ou la matiere plus ou moins calcinée; d'où il arrive que l'un ou l'autre peut y dominer: circonstances qui alterent & varient ses effets pour l'intérieur, & changent la configuration des cristaux, que l'on voit quelquefois fins & grêlés comme ceux du sel d'Ebsom; quelquefois autrement figurés; j'en ai vû aussi qui changeoient la teinture du tournesol en un rouge presque aussi fort que l'huile de vitriol; d'autres, en y mêlant l'huile de vitriol, exhaloient une odeur d'esprit de sel bien sensible.

Comme M. Burlet a touché dans son Memoire le sel d'Ebsom, je ne veux pas passer sous silence que ce fameux sel est de cette classe: y versant un jour de l'huile de vitriol, je vis qu'il s'en élevoit une vapeur abondante qui sentoit fort l'esprit de sel, duroit long-tems, & frappoit l'odorat très-vivement; je mis ensuite deux onces de ce sel dans une cornue avec demi-once d'huile de vitriol, & par la distillation j'en

j'en retirai une once un gros d'esprit de sel assez fort , par lequel j'ai précipité l'argent de la solution de l'eau-forte en lune cornée ; ce que l'on ne pensoit apparemment pas de ce sel.

Enfin toutes ces circonstances pesées, & les comparaisons faites du sel de Glauber avec le sel d'Espagne , je pense que ce dernier mérite d'être préféré au sel de Glauber , sur-tout pour l'usage intérieur , particulièrement par la raison que ses principes ont exactement leur poids de nature entr'eux , je veux dire , leur juste proportion , ce que je fonde sur les points suivans. 1°. Le sel d'Espagne est toujours en beaux & gros crystaux , du moins je ne les ai pas vûs autrement , quoiqu'il m'en soit passé un grand nombre de livres par les mains. 2°. Il est toujours sec, & ne s'humecte point. 3°. Il n'altère en aucune façon la teinture du tournesol. 4°. Lui-même n'est point altéré par l'huile de vitriol. Toutes ces circonstances me paroissent autant de preuves de bonté & de perfection dans ce genre de sel , dont il ne peut suivre qu'un effet toujours égal & sans variation , & c'est là principalement ce qui me détermine à lui donner la préférence sur d'autres sels qui peuvent lui ressembler , dont je remets néanmoins une plus ample décision à ceux qui sont en droit & en état de juger de la bonté des remedes.





A D D I T I O N  
AUX DEUX MEMOIRES  
SUR LE CALCUL  
DES DIFFERENCES FINIES ,

*Imprimés l'année dernière.*

Par M. NICOLE.

5. Août  
1724.

**P**OUR faire mieux entendre ce que je me propose de faire dans cette addition , je suis obligé de rappeler les deux mémoires auxquels celui-ci a rapport.

Le premier contient une méthode , pour prendre la différence finie d'une expression algébrique composée de tant de facteurs qu'on voudra , lesquels facteurs augmentent tous d'une grandeur finie & constante , & représentent chacun un nombre entier ; en sorte que le produit résultant de tous ces facteurs est aussi un nombre entier. Pour prendre la différence de cette quantité , on suppose que l'indeterminée qui entre dans cette expression , est augmentée d'une grandeur constante , différente de celle dont chaque facteur augmente. Il résulte de cette augmentation une autre expression algébrique plus grande que la première , & dont la différence avec la première est appelée la *différence finie* de cette première , parce que c'est de cette grandeur dont la première croît pour devenir la seconde.

Les expressions algébriques que l'on trouve pour ces différences , sont telles que le nombre des termes qui les composent , est toujours égal au nombre de facteurs , composant la grandeur qui a été différenciée : les coefficients de ces termes & les facteurs indéterminés dont ils sont composés , suivent aussi une loi aisée à appercevoir.



De cette méthode des différences, suit la méthode inverse, c'est-à-dire, celle par laquelle on remonte d'une différence donnée, à la grandeur dont elle est la différence, ou si cette différence donnée n'est pas complète, c'est-à-dire, qu'il lui manque quelques termes pour pouvoir être intégrée, on peut toujours découvrir ces quantités manquantes, & les ajouter à la différence donnée; alors si de l'intégrale de leurs sommes on ôte l'intégrale des parties ajoutées, le reste est l'intégrale cherchée.

Ce premier mémoire a toute l'étendue & la généralité qu'on peut désirer. Il n'y a aucune suite de grandeurs entières, composées de plusieurs facteurs égaux ou inégaux, dont on ne puisse trouver la somme de tant de termes que l'on veut. Lorsque ces facteurs sont égaux, les suites intégrées sont les nombres qui expriment les différentes puissances des nombres naturels pris de suite ou pris à des distances égales à volonté.

Le second mémoire qui regarde les grandeurs fractionnaires, a toute la généralité du premier pour la méthode de prendre les différences. On y trouve une suite infinie de termes pour l'expression de la différence d'une fraction composée de tant de facteurs que l'on voudra, laquelle suite finit, & n'est composée que d'un nombre déterminé de termes, réglé par le rapport de deux grandeurs constantes, dont l'une est la grandeur dont les facteurs de la fraction que l'on veut différencier croissent, & l'autre est la quantité dont ces mêmes facteurs croissent, pour que la fraction donnée diminue, de manière que la différence entre la première fraction & cette fraction diminuée soit la différence demandée.

Le nombre des termes dont la différence d'une fraction qui a plusieurs facteurs est composée, n'est donc pas réglé par le nombre de ses facteurs comme dans le cas des grandeurs entières, & ce nombre de termes peut être le même pour différens nombre de facteurs.

De cette méthode, suit aussi la méthode inverse, par laquelle on remonte d'une différence donnée, lorsqu'elle est complète, à la grandeur dont elle est la différence, & lorsque cette

différence donnée n'est pas complete, c'est-à-dire, qu'il lui manque quelques termes pour pouvoir être intégrée, on peut toujours découvrir ces termes manquants & les ajouter; l'on a alors l'intégrale de leurs sommes: mais on ne peut pas, comme dans le cas des grandeurs entieres, trouver l'intégrale des parties ajoutées; car à chacune de celles-là, il manque autant de parties qu'il en manquoit à la premiere; à celles-ci, il en manque autant de nouvelles, & ainsi de suite.

Ce second memoire n'a donc pas toute la généralité du premier pour ce qui regarde les intégrations; la raison de cette différence ne viendrait-elle pas de ce que dans les grandeurs entieres, le nombre des termes qui compose la différence, est réglé par le nombre des facteurs, & que dans les grandeurs fractionnaires ce nombre de termes n'est pas réglé selon cette loi.

Dans cette vûe, j'ai cru qu'il seroit utile de donner dans un nouveau memoire, comme je le fais ici, une nouvelle méthode pour prendre la différence d'une fraction composée de tant de facteurs qu'on voudra, de laquelle il résulte que le nombre des termes composant cette différence, soit égal au nombre des facteurs que la fraction qu'on différencie renferme, & quoiqu'il reste encore quelque chose à desirer sur la méthode inverse qui se tire de cette nouvelle méthode des différences, j'ai cru qu'elle pourroit contribuer à perfectionner le calcul général des différences, dont on sçait que le calcul différentiel & intégral n'est qu'un cas particulier.

*Méthode pour prendre la différence d'une fraction composée de tant de facteurs qu'on voudra.*

Soit les fractions  $\frac{1}{z}$ ,  $\frac{1}{z \cdot z + n}$ ,  $\frac{1}{z \cdot z + n \cdot z + 2n}$ ,  
 $\frac{1}{z \cdot z + n \cdot z + 2n \cdot z + 3n}$ , dont les facteurs croissent de la grandeur constante  $n$ .

Si l'on suppose que l'indéterminée  $z$ , augmente de la grandeur constante  $m$ , ces fractions deviendront par cette aug-

mentation ;  $\frac{1}{z+m}$ ,  $\frac{1}{z+m \cdot z+m+n}$ ,  $\frac{1}{z+m \cdot z+m+n \cdot z+m+2n}$ ,  
 + &c. la différence du premier état de ces fractions au  
 second sera donc  $\frac{1}{z} - \frac{1}{z+m}$ ,  $\frac{1}{z \cdot z+n} - \frac{1}{z+m \cdot z+m+n}$ ,

$$\frac{1}{z \cdot z+n \cdot z+2n} - \frac{1}{z+m \cdot z+m+n \cdot z+m+2n} - \frac{1}{z \cdot z+n \cdot z+2n \cdot z+3n}$$

$$- \frac{1}{z+m \cdot z+m+n \cdot z+m+2n \cdot z+m+3n}, \text{ qui étant mises à même}$$

dénomination, se réduisent à  $\frac{m}{z \cdot z+m}$ ,  $\frac{z+m \cdot z+m+n - z \cdot z+n}{z \cdot z+n \cdot z+m \cdot z+m+2n}$

$$\frac{z+m \cdot z+m+n \cdot z+m+2n - z \cdot z+n \cdot z+2n}{z \cdot z+n \cdot z+2n \cdot z+3n - z \cdot z+n \cdot z+2n \cdot z+3n}, \text{ \&c.}$$

Ces quantités se réduisent encore par la méthode du premier

Memoire de l'année dernière, à  $\frac{m}{z \cdot z+m}$ ,  $\frac{2m \cdot z+n + m - n \cdot m}{z \cdot z+m \cdot z \cdot z+n \cdot z+m \cdot z+m+n}$

$$\frac{3m \cdot z+n \cdot z+2n + 3 \cdot m - n \cdot m \cdot z+n + m - n \cdot m \cdot m+n}{z \cdot z+n \cdot z+2n \cdot z+m \cdot z+m+n \cdot z+m+2n},$$

$$\frac{4m \cdot z+n \cdot z+2n \cdot z+3n + 6 \cdot m - n \cdot m \cdot z+n \cdot z+2n + 4 \cdot m - n \cdot m \cdot m+n}{m+n \cdot z+n + m - n \cdot m \cdot m+n \cdot m+2n}$$

$$\frac{z \cdot z+n \cdot z+2n \cdot z+3n \cdot z+m \cdot z+m+n \cdot z+m+2n \cdot z+m+3n}{z \cdot z+n \cdot z+2n \cdot z+3n \cdot z+m \cdot z+m+n \cdot z+m+2n \cdot z+m+3n}$$

si l'on simplifie chacune de ces grandeurs, en chassant le plus grand facteur du dénominateur dans les termes où cela se peut. Ce qui se fait en cette sorte.

La première  $\frac{m}{z \cdot z+m}$  ne se peut pas réduire.

La 2de  $\frac{2m \cdot z+n + m - n \cdot m}{z \cdot z+n \cdot z+m \cdot z+m+n} = \frac{2m \cdot z+m+n - 2m \cdot m + m - n \cdot m}{z \cdot z+n \cdot z+m \cdot z+m+n}$

S iij

se réduit à  $\frac{2m}{z \cdot z + n \cdot z + m} - \frac{m \cdot m + n}{z \cdot z + n \cdot z + m \cdot z + m + n}$ .

La 3<sup>me</sup>  $\frac{3m \cdot z + n \cdot z + 2n + 3m \cdot m - n \cdot z + n + m \cdot m - n \cdot m + n}{z \dots z + 2n \cdot z + m \dots z + m + 2n}$

$$\frac{3m \cdot z + m + n \cdot z + m + 2n - 3m \cdot m \cdot z + m + 2n - 3m \cdot m \cdot z + m + n + 3m \cdot m \cdot m}{+ 3m \cdot m - n \cdot z + m + 2n - 3m \cdot m - n \cdot m + n + m \cdot m - n \cdot m + n}$$

$$\frac{z \dots z + 2n \cdot z + m \dots z + m + 2n}{3m \cdot z + m + n \cdot z + m + 2n - 3m \cdot m \cdot z + m + 2n - 3m \cdot m \cdot z + m + 2n + 3m \cdot m \cdot m}$$

$$+ 3m \cdot m \cdot m - 3m \cdot m - n \cdot m + n + m \cdot m - n \cdot m + n$$

$$\frac{z \dots z + 2n \cdot z + m \dots z + m + 2n}{+ 3m \cdot m \cdot m - 3m \cdot m - n \cdot m + n + m \cdot m - n \cdot m + n}$$

se réduit enfin à  $\frac{3m}{z \dots z + 2n \cdot z + m} - \frac{3m \cdot m + n}{z \dots z + 2n \cdot z + m \cdot z + m + n}$

$$+ \frac{m \cdot m + n \cdot m + 2n}{z \dots z + 2n \cdot z + m \dots z + m + 2n}$$

Si l'on fait de semblables réductions aux expressions trouvées pour les différences des fractions, de quatre, cinq ou six facteurs, &c. on chassera les plus grands facteurs du dénominateur, & les numérateurs ne renfermeront que les constantes  $m$  &  $n$  mêlées avec des coefficients, dont l'ordre se remarquera aisément.

On trouvera donc pour la différence

de  $\frac{1}{z} \cdot \frac{m}{z \cdot z + m} \dots \dots \dots 1.$

de  $\frac{1}{z \cdot z + n} \cdot \frac{2m}{z \cdot z + n \cdot z + m} - \frac{m \cdot m + n}{z \cdot z + n \cdot z + m \cdot z + m + n} \dots \dots 2.$

de  $\frac{1}{z \cdot z + n \cdot z + 2n} \cdot \frac{3m}{z \dots z + 2n \cdot z + m} - \frac{3m \cdot m + n}{z \dots z + 2n \cdot z + m \cdot z + m + n} \dots \dots$

$\frac{m \cdot m + n \cdot m + 2n}{z \dots z + 2n \cdot z + m \dots z + m + 2n} \dots \dots \dots 3.$



$$\begin{aligned}
 &\text{de } \frac{1}{z \dots z + 3n} \cdot \frac{4m}{z \dots z + 3n \cdot z + m} - \frac{6m \cdot m + n}{z \dots z + 3n \cdot z + m \cdot z + m + n} \\
 &+ \frac{4m \dots m + 2n}{z \dots z + 3n \cdot z + m \cdot z + m + 2n} - \frac{m \dots m + 3n}{z \dots z + 3n \cdot z + m \cdot z + m + 3n} \cdot 4. \\
 &\text{de } \frac{1}{z \dots z + 4n} \cdot \frac{5m}{z \dots z + 4n \cdot z + m} - \frac{10m \cdot m + n}{z \dots z + 4n \cdot z + m \cdot z + m + n} \\
 &+ \frac{10m \dots m + 2n}{z \dots z + 4n \cdot z + m \dots z + m + 2n} - \frac{5m \dots m + 3n}{z \dots z + 4n \cdot z + m \dots z + m + 3n} \\
 &+ \frac{m \dots m + 4n}{z \dots z + 4n \cdot z + m \dots z + m + 4n} \cdot \dots \cdot 5.
 \end{aligned}$$

Pour donner à chacun de ces termes, des facteurs consécutifs, on fera ces opérations  $\frac{m}{z \cdot z + m} = \frac{m \cdot z + n + m - m}{z \cdot z + n \cdot z + m}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{m \cdot z + m}{z \cdot z + n \cdot z + m} + \frac{m \cdot n - m}{z \cdot z + n \cdot z + m} = \frac{m}{z \cdot z + n} \\
 &+ \frac{m \cdot n - m \cdot z + 2n + m - m}{z \cdot z + n \cdot z + 2n \cdot z + m} = \frac{m}{z \cdot z + n} - \frac{m \cdot m - n}{z \cdot z + n \cdot z + 2n} \\
 &+ \frac{m \cdot m - n \cdot m - 2n \cdot z + 3n + m - m}{z \cdot z + n \cdot z + 2n \cdot z + 3n \cdot z + m} = \frac{m}{z \cdot z + n} - \frac{m \cdot m - n}{z \cdot z + n \cdot z + 2n} \\
 &+ \frac{m \cdot m - n \cdot m - 2n}{z \dots z + 3n} - \frac{m \cdot m - n \dots m - 3n \cdot z + 4n + m - m}{z \dots z + 3n \cdot z + 4n \cdot z + m}
 \end{aligned}$$

Cette opération étant continuée à l'infini, on trouvera la différence de  $\frac{1}{z}$ , qui est  $\frac{m}{z \cdot z + m} = \frac{m}{z \cdot z + n} - \frac{m \cdot m - n}{z \cdot z + n \cdot z + 2n}$

$$+ \frac{m \cdot m - n \cdot m - 2n}{z \dots z + 3n} - \frac{m \cdot m - n \dots m - 3n}{z \dots z + 4n} + \&c.$$

Celle de  $\frac{1}{z \cdot z + n}$  qui est  $\frac{2m}{z \cdot z + n \cdot z + m} - \frac{m \cdot m + n}{z \cdot z + n \cdot z + m \cdot z + m + n}$

fera donc, en faisant les mêmes opérations,

$$A. \frac{2m}{x \cdot z + n \cdot z + 2n} - \frac{2m \cdot m - 2n}{z \cdot z + n \dots x + 3n} + \frac{2m \cdot m - 2n \cdot m - 3n}{z \dots z + 4n} \\ - \frac{2m \cdot m - 2n \dots m - 4n}{z \cdot z \dots z + 5n} + \&c.$$

$$B. - \frac{m \cdot m + n}{x + m + n} \times \frac{1}{z \cdot z + n \cdot z + 2n} - \frac{m - 2n}{z \dots z + 3n} + \frac{m - 2n \cdot m - 3n}{z \cdot z \dots z + 4n} \\ - \frac{m - 2n \dots m - 4n}{z \dots z + 5n}.$$

Le premier terme de la suite B, donne cette nouvelle suite

$$- \frac{m \cdot m + n}{z \dots z + 3n} + \frac{m - 2n \cdot m \cdot m + n}{z \dots z + 4n} - \frac{m \cdot m + n \cdot m - 2n \cdot m - 3n}{z \dots z + 5n} \\ + \frac{m \cdot m + n \cdot m - 2n \dots m - 4n}{z \dots z + 6n}.$$

$$\text{Le second donne } + \frac{m \cdot m + n \cdot m - 2n}{z \dots z + 4n} - \frac{m \cdot m + n \cdot m - 2n \cdot m - 3n}{z \dots z + 5n} \\ + \frac{m \cdot m + n \cdot m - 2n \dots m - 4n}{z \dots z + 6n}.$$

$$\text{Le troisieme donne } - \frac{m \cdot m + n \cdot m - 2n \cdot m - 3n}{z \dots z + 5n} + \frac{m \cdot m + n \cdot m - 2n \dots m - 4n}{z \dots z + 6n}.$$

$$\text{Le quatrieme donne } + \frac{m \cdot m + n \cdot m - 2n \dots m - 4n}{z \dots z + 6n}.$$

$$\text{Dont la somme est } - \frac{m \cdot m + n}{x \cdot z + 3n} + \frac{2m \cdot m + n \cdot m - 2n}{z \dots z + 4n} \\ - \frac{3m \cdot m + n \cdot m - 2n \cdot m - 3n}{z \dots z + 5n} + \frac{4m \cdot m + n}{z \dots z + 6n} \&c.$$

$$\text{La difference de } \frac{1}{x \cdot z + n} \text{ est donc } \frac{2m}{x \cdot z + n \cdot z + 2n} - \frac{2m \cdot m - 2n}{z \dots z + 3n} \\ +$$

$$+ \frac{2m \cdot m - 2n \cdot m - 3n}{z \dots z + 4n} - \frac{2m \cdot m - 2n \dots m - 4n}{z \dots z + 5n} + \frac{2m \cdot m - 2n \dots m - 5n}{z \dots z + 6n}$$

$$- \frac{2m \cdot m - 2n \dots m - 6n}{z \dots z + 7n} + \&c.$$

$$- \frac{1 \cdot m \cdot m + n}{z \dots z + 3n} + \frac{2 \cdot m \cdot m + n \cdot m - 2n}{z \dots z + 4n}$$

$$- \frac{3m \cdot m + n \cdot m - 2n \cdot m - 3n}{z \dots z + 5n} + \frac{4m \cdot m + n \cdot m - 2n \dots m - 4n}{z \dots z + 6n}$$

$$- \frac{5m \cdot m + n \cdot m - 2n \dots m - 5n}{z \dots z + 7n} + \&c.$$

Dont la somme est  $\frac{2m}{z \cdot z + n \cdot z + 2n} - \frac{3m \cdot m - n}{z \dots z + 3n} +$

$$- \frac{4m \cdot m - n \cdot m - 2n}{z \dots z + 4n} + \frac{5m \cdot m - n \dots m - 3n}{z \dots z + 5n} + \frac{6m \cdot m - n \dots m - 4n}{z \dots z + 6n}$$

$$- \frac{7m \cdot m - n \dots m - 5n}{z \dots z + 7n} + \&c.$$

La différence de  $\frac{1}{z \cdot z + n \cdot z + 2n}$  a été trouvée  $\frac{3m}{z \dots z + 2n \cdot z + m}$  (A).

$$- \frac{3m \cdot m + n}{z \dots z + 2n \cdot z + m \cdot z + m + n} (B) + \frac{m \cdot m + n \cdot m + 2n}{z \dots z + 2n \cdot z + m \dots z + m + 2n} (C).$$

Pour que tous les dénominateurs aient des facteurs con-  
sécutifs, on fera ce qui a été fait dans le cas précédent, &c

l'on aura le premier terme A  $= \frac{3m}{z \dots z + 3n} - \frac{3m \cdot m - 3n}{z \dots z + 4n}$

$$+ \frac{3m \cdot m - 3n \cdot m - 4n}{z \dots z + 5n} - \frac{3m \cdot m - 3n \dots m - 5n}{z \dots z + 6n} + \frac{3m \cdot m - 3n \dots m - 6n}{z \dots z + 7n}$$

$$- \frac{3m \cdot m - 3n \dots m - 7n}{z \dots z + 8n} + \&c.$$

Le second terme B se réduira d'abord en une suite infinie,  
Mém. 1724. T

dont chaque terme sera multiplié par  $\frac{1}{z+m+n}$ ; chacun des termes de cette suite infinie fournira donc une nouvelle suite infinie; la somme de toutes ces suites sera

$$B = \frac{3m \cdot m + n}{z \dots z + 4n} + \frac{3 \cdot 2m \cdot m + n \cdot m - 3n}{z \dots z + 5n} + \dots$$

$$+ \frac{3 \cdot 3m \cdot m + n \cdot m - 3n \cdot m - 4n}{z \dots z + 6n} + \frac{3 \cdot 4m \cdot m + n \cdot m - 3n \cdot m - 5n}{z \dots z + 7n}$$

$$+ \frac{3 \cdot 5m \cdot m + n \cdot m - 3n \cdot m - 6n}{z \dots z + 8n} + \&c.$$

Le troisieme terme  $C$  se réduira d'abord en une suite infinie, dont chaque terme sera multiplié par  $\frac{1}{z+m+n \cdot z+m+2n}$ .

Pour faire évanouir le premier facteur  $z+m+n$ , de la fraction qui multiplie cette suite, on aura autant de nouvelles suites que la premiere contenoit de termes. La somme de toutes ces suites en formera une nouvelle, dont chaque terme sera encore multiplié par  $\frac{1}{z+m+2n}$ , ce qui donnera encore une infinité de nouvelles suites, dont la somme sera

$$\text{enfin } C = \frac{m \cdot m + n \cdot m + 2n}{z \dots z + 5n} + \frac{3m \cdot m + n \cdot m + 2n \cdot m - 3n}{z \dots z + 6n}$$

$$+ \frac{6m \cdot m + n \cdot m + 2n \cdot m - 3n \cdot m - 4n}{z \dots z + 7n} + \frac{10m \cdot m + n \cdot m + 2n \cdot m - 3n \cdot m - 5n}{z \dots z + 8n}$$

La différence de  $\frac{1}{z \cdot z + n \cdot z + 2n}$  est donc composée des trois suites marquées  $A, B, C$ , dont la somme sera  $A + B$

$$+ C = \frac{3m}{z \dots z + 3n} + \frac{6m \cdot m - n}{z \dots z + 4n} + \frac{10m \cdot m - n \cdot m - 2n}{z \dots z + 5n}$$

$$+ \frac{15m \cdot m - n \cdot m - 3n}{z \dots z + 6n} + \frac{21m \cdot m - n \cdot m - 4n}{z \dots z + 7n}$$

$$+ \frac{28m \cdot m - n \cdot m - 5n}{z \dots z + 8n} + \&c.$$



La différence de  $\frac{1}{z \cdot z + n \cdot z + 2n \cdot z + 3n}$  a été trouvée

$$\begin{aligned}
 & \frac{4m}{z \dots z + 3n \cdot z + m} - \frac{6m \cdot m + n}{z \dots z + 3n \cdot z + m \cdot z + m + n} + \\
 & \frac{4m \cdot m + n \cdot m + 2n}{z \dots z + 3n \cdot z + m \dots z + m + 2n} - \frac{m \cdot m + n \cdot m + 2n \cdot m + 3n}{z \dots z + 3n \cdot z + m \dots z + m + 3n} \\
 & \text{Dont le premier terme formera } \frac{4m}{z \dots z + 4n} - \frac{4m \cdot m - 4n}{z \dots z + 5n} \\
 & + \frac{4m \cdot m - 4n \cdot m - 5n}{z \dots z + 6n} - \frac{4m \cdot m - 4n \dots m - 6n}{z \dots z + 7n} + \frac{4m \cdot m - 4n \dots m - 7n}{z \dots z + 8n} \\
 & - \frac{4m \cdot m - 4n \dots m - 8n}{z \dots z + 9n} + \&c.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Le second } & \frac{6m \cdot m + n}{z \dots z + 5n} - \frac{6 \cdot 2m \cdot m + n \cdot m - 4n}{z \dots z + 6n} \\
 & - \frac{6 \cdot 3m \cdot m + n \cdot m - 4n \cdot m - 5n}{z \dots z + 7n} + \frac{6 \cdot 4m \cdot m + n \cdot m - 4n \dots m - 6n}{z \dots z + 8n} \\
 & - \frac{6 \cdot 5m \cdot m + n \cdot m - 4n \dots m - 7n}{z \dots z + 9n} + \&c.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Le troisieme } & \frac{4m \cdot m + n \cdot m + 2n}{z \dots z + 6n} - \frac{4 \cdot 3m \cdot m + n \cdot m + 2n \cdot m - 4n}{z \dots z + 7n} \\
 & + \frac{4 \cdot 6m \cdot m + n \cdot m + 2n \cdot m - 4n \cdot m - 5n}{z \dots z + 8n} \\
 & - \frac{4 \cdot 10m \cdot m + n \cdot m + 2n \cdot m - 4n \dots m - 6n}{z \dots z + 9n} + \&c.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Le quatrieme } & \frac{1 \cdot m \cdot m + n \cdot m + 2n \cdot m + 3n}{z \dots z + 7n} + \\
 & \frac{3 \cdot m \cdot m + n \dots m + 3n \cdot m - 4n}{z \dots z + 8n} - \frac{10m \cdot m + n \dots m + 3n \cdot m - 4n \cdot m - 5n}{z \dots z + 9n} \\
 & + \&c.
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{Et la somme} \quad \frac{4m}{z \dots z + 4n} \quad \frac{10m \cdot m - n}{z \dots z + 5n} \quad + \quad \frac{20m \cdot m - n \cdot m - 2n}{z \dots z + 6n} \\
 \frac{35m \cdot m - n \dots m - 3n}{z \dots z + 7n} \quad + \quad \frac{56m \cdot m - n \dots m - 4n}{z \dots z + 8n} \\
 \frac{84m \cdot m - n \dots m - 5n}{z \dots z + 9n} \quad + \quad \&c.
 \end{array}$$

### REMARQUE I.

Si l'on examine le résultat du calcul que l'on vient de rapporter, on verra. 1°. Que la différence d'une fraction, composée de tant de facteurs que l'on voudra, sera composée d'autant de suites que la fraction contenoit de facteurs. 2°. Que tous les termes de ces suites auront alternativement les signes plus & moins. 3°. Que le premier terme de la premiere suite aura au dénominateur autant de facteurs plus un, & tous consécutifs, que la fraction, dont on a pris la différence, contenoit de facteurs, & que tous les termes de cette suite ont un facteur de plus que celui qui le précède. 4°. Que le premier terme de chacune des autres suites, a un facteur à son dénominateur de plus que le premier terme de celle qui la précède, & tous les termes de chacune de ces suites un facteur de plus au dénominateur que le terme qui le précède. 5°. Que les numérateurs de chacune de ces suites sont composés des nombres des différens ordres du triangle arithmétique de M. Pascal, enforte que la premiere suite a pour numérateurs les unités, la seconde les nombres naturels, la troisieme les nombres triangulaires, la quatrieme les nombres pyramidaux, la cinquieme &c. 6°. Que le second terme de chacune de ces suites est multiplié par  $m - pn$ , le troisieme par  $m - pn$ .

$m - p + 1 \cdot n$ , le quatrieme par  $m - pn \cdot m - p + 1 \cdot n$ .  
 $m - p + 2 \cdot n$ . le cinquieme &c.  $p$ , représente le nombre de facteurs de la fraction qu'on a différenciée. 7°. Enfin que cha-

que suite est multipliée par les grandeurs constantes, tirées de la Table I. enforte que la premiere suite est multipliée par  $pm$ ,

la seconde par  $\frac{p \cdot p + 1}{2} \times m \cdot m + n$ , la troisieme par

$\frac{p \cdot p + 1 \cdot p + 2}{2 \cdot 3} \times m \cdot m + n \cdot m + 2n$ , le quatrieme &c.

d'où il suit que  $p$  exprimant le nombre des facteurs de la fraction que l'on différencie, on aura pour l'expression générale de la différence, ces différentes suites :

$$\begin{aligned} \text{I. } pm \times & \frac{1}{2 \cdot z + n \dots z + pn} - \frac{m - pn}{z \cdot z + n \dots z + p + 1 \cdot n} \\ & + \frac{m - pn \cdot m - p + 1 \cdot n}{z \cdot z + n \dots z + p + 2 \cdot n} - \frac{m - pn \dots m - p + 2 \cdot n}{z \cdot z + n \dots z + p + 3 \cdot n} + \\ & \frac{m - pn \dots m - p + 3 \cdot n}{z \cdot z + n \dots z + p + 4 \cdot n} - \frac{m - pn \cdot m - p + 1 \cdot n \dots m + p + 4n}{z \cdot z + n \dots z + p + 4n} + \&c. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \frac{p \cdot p - 1}{2} \times m \cdot m + n \times & \frac{1}{z \cdot z + n \dots z + p + 1 \cdot n} + \\ & \frac{2 \cdot m - pn}{z \cdot z + n \dots z + p + 2 \cdot n} - \frac{3 \cdot m - pn \cdot m - p + 1 \cdot n}{z \cdot z + n \dots z + p + 3 \cdot n} + \\ & \frac{4 \cdot m - pn \dots m - p + 2 \cdot n}{z \cdot z + n \dots z + p + 4 \cdot n} - \frac{m - pn \cdot m - p + 1 \cdot n \dots m + p + 3m}{z \cdot z + n \dots z + p + 4 \cdot n} + \&c. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \frac{p \cdot p - 1 \cdot p - 2}{2 \cdot 3} \times m \cdot m + n \cdot m + 2n \times & \frac{1}{z \cdot z + n \dots z + p + 2 \cdot n} \\ & - \frac{3 \cdot m - pn}{z \cdot z + n \dots z + p + 3 \cdot n} + \frac{6 \cdot m - pn \cdot m - p + 1 \cdot n}{z \cdot z + n \dots z + p + 4 \cdot n} \end{aligned}$$

$$\text{10. } \frac{m - pn \dots m - p + 2 \cdot n}{z \cdot z + n \dots z + p + 4 \cdot n} + \&c.$$

$$4. \frac{p \cdot p - 1 \cdot p - 2 \cdot p - 3}{2 \cdot 3 \cdot 4} \times m \cdot m + n \cdot m + 2n \cdot m + 3n$$

$$\times \frac{1}{z \cdot z + n \dots z + p + 3 \cdot n} + \frac{A \cdot m - bn}{z \cdot z + n \dots z + p + 4 \cdot n}$$

$$10. \frac{m - pn \cdot m - p + 1 \cdot n}{z \cdot z + n \dots z + p + 4 \cdot n} + \&c.$$

$$5. \frac{p \cdot p - 1 \cdot p - 2 \cdot p - 3 \cdot p - 4}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \times \frac{m \cdot m + n \dots m + 4n}{z \cdot z + n \dots z + p + 4 \cdot n}$$

$$\times + \frac{1}{z \cdot z + n \dots z + p + 4 \cdot n} - \frac{5 \cdot m - pn}{z \cdot z + n \dots z + p + 4 \cdot n} + \&c.$$

$$6. \frac{p \cdot p - 1 \dots p - 5}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} \times \frac{m \cdot m + n \dots m + 5n}{z \cdot z + n \dots z + p + 4 \cdot n}$$

$$\times - \frac{1}{z \cdot z + n \dots z + p + 4 \cdot n} + \&c.$$

$$\text{Dont la somme est } \frac{pm}{z \cdot z + n \dots z + pn} - \frac{p \cdot p + 1 \cdot m \cdot m - n}{2 \cdot z \cdot z + n \dots z + p + 1 \cdot n}$$

$$+ \frac{p \cdot p + 1 \cdot p + 2 \cdot m \dots m - 2n}{2 \cdot 3 \cdot z \cdot z + n \dots z + p + 2 \cdot n} - \frac{p \cdot p + 1 \dots p + 3 \cdot m \dots m - 3n}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot z \cdot z + n \dots z + p + 3 \cdot n}$$

$$+ \frac{p \cdot p + 1 \dots p + 4 \cdot m \dots m - 4n}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot z \cdot z + n \dots z + p + 4 \cdot n} - \frac{p \cdot p + 1 \dots p + 5 \cdot m \dots m - 5n}{2 \cdot 3 \dots 6 \cdot z \cdot z + n \dots z + p + 5 \cdot n}$$

$$+ \&c.$$

## COROLLAIRE.

La différence d'une fraction peut donc être considérée comme composée d'autant de suite que la fraction contient de facteurs, ou d'une seule suite égale à toutes les autres.

Dans le premier cas, chaque suite aura un égal nombre de termes, déterminés par le rapport de  $m$  à  $n$ , en sorte que, si  $m = pn$ , chaque suite n'aura qu'un terme; si  $m = p + 1 \cdot n$ , chaque suite aura deux termes; si  $m = p + 2 \cdot n$ , chaque suite aura trois termes, &c.

Dans le second cas, la différence de cette fraction sera composée d'autant de termes que  $m$  contiendra de fois  $n$ .



Tout ceci est évident, & se tire de la nature de ces suites, qui peuvent être composées d'un nombre fini de termes, déterminé selon les différentes valeurs de  $m$ ,  $n$  &  $p$ .

## REMARQUE II.

La dernière suite égale à toutes les autres, diffère de celle-ci,

$$\begin{array}{c}
 \frac{p \cdot m}{z+m-n \dots z+m+p-1 \cdot n} + \frac{p \cdot p+1 \cdot m \cdot m-n}{z \cdot z+m-2n \dots z+m+p-1 \cdot n} \\
 + \frac{p \cdot p+1 \cdot p+2 \cdot p+3 \cdot m \cdot m-n \cdot m-2n}{2 \cdot 3 \cdot z+m-3n \dots z+m+p-1 \cdot n} + \\
 \frac{p \cdot p+1 \cdot \dots \cdot p+4 \cdot m \cdot m-n \cdot \dots \cdot m-3n}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot z+m-4n \cdot \dots \cdot z+m+p-1 \cdot n} + \\
 \frac{p \cdot p+1 \cdot \dots \cdot p+5 \cdot m \cdot m-n \cdot \dots \cdot m-4n}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot z+m-5n \cdot \dots \cdot z+m+p-1 \cdot n} + \&c.
 \end{array}$$

qui a été démontrée (dans le second Memoire de l'année dernière) être aussi la différence d'une fraction composée d'un nombre de facteurs exprimé par  $p$ .

L'une a des signes alternativement, plus & moins, & l'autre a tous ses termes positifs; les numérateurs de l'une & de l'autre sont les mêmes, & les dénominateurs sont composés dans l'une & dans l'autre, d'un égal nombre de facteurs plus grands dans la seconde suite, & plus petits dans la première, ce qui rend les termes de la première plus grands que ceux de la seconde; d'où l'on voit que les termes de la première doivent avoir les signes alternativement, plus & moins, pour être égale à la seconde.

La seconde suite qui convient à tout nombre de facteurs possible, peut aussi se réduire en autant de suites particulières, qu'il y avoit de facteurs dans la fraction qu'on a différenciée. De cette nouvelle réduction, jointe à celle qu'on vient de rapporter, résultent toutes les formules des suites intégrales.

Mais comme cette dernière réduction demande des calculs fort composés & fort longs, on se contentera d'indiquer

152 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
la voie qu'on a suivie , & on rapportera seulement les résultats  
de ces calculs.

*Seconde maniere de trouver la différence d'une fraction ,  
composée de tant de facteurs qu'on voudra ; laquelle  
différence soit exprimée en autant de suites que cette  
fraction renferme de facteurs.*

On a vû que la différence , lorsqu'on a un facteur , est

$$1. \frac{m}{z \cdot z + m}$$

$$2 \text{ facteurs } \frac{\frac{2m \cdot z + n + m - n \cdot m}{z \cdot z + n \cdot z + m \cdot z + m + n}}{}$$

$$3. \frac{\frac{3m \cdot z + n \cdot z + 2n + 3 \cdot m - n \cdot m \cdot z + n + m - n \cdot m \cdot m + n}{z \cdot z + n \cdot z + 2n \cdot z + m \cdot z + m + n \cdot z + m + 2n}}{}$$

$$4m \cdot z + n \cdot z + 2n \cdot z + 3n + 6 \cdot m - n \cdot m \cdot z + n \cdot z + 2n + 4 \cdot m - n$$

$$4. \frac{\frac{m \cdot m + n \cdot z + n + m - n \cdot m \dots m + 2n}{z \dots z + 3n \cdot z + m \dots z + m + 3n}}{}$$

$$5m \cdot z + n \dots z + 4n + 10 \cdot m - n \cdot m \cdot z + n \dots z + 3n + 10 \cdot m - n \dots$$

$$5. \frac{\frac{m + n \cdot m + 2n \cdot m + 3n}{z \dots z + 4n \cdot z + m \dots z + m + 4n}}{\text{\&c.}}$$

Si l'on efface les diviseurs communs , ces grandeurs de-  
viendront :

$$1. \frac{m}{z \cdot z + m}$$

$$2. \frac{2m}{z \cdot z + m \cdot z + m + n} + \frac{m - n \cdot m}{z \cdot z + n \cdot z + m \cdot z + m + n}$$

$$3. \frac{3m}{z \cdot z + m \dots z + m + 2n} + \frac{3 \cdot m - n \cdot m}{z \cdot z + 2n \cdot z + m \dots z + m + 2n}$$

$$+ \frac{m - n \cdot m \cdot m + n}{z \dots z + 2n \cdot z + m \dots z + m + 2n}$$

4.

$$\begin{aligned}
 4. & \frac{4m}{z \cdot z + m \dots z + m + 3n} + \frac{6m - n \cdot m}{z \cdot z + 3n \cdot z + m \dots z + m + 3n} \\
 & + \frac{4m - n \cdot m \cdot m + n}{z \cdot z + 2n \cdot z + m \dots z + m + 3n} + \frac{m - n \cdot m \dots m + 2n}{z \dots z + 3n \cdot z + m \dots z + m + 3n} \\
 5. & \frac{5m}{z \cdot z + m \dots z + m + 4n} + \frac{10m - n \cdot m}{z \cdot z + 4n \cdot z + m \dots z + m + 4n} \\
 & + \frac{10m - n \cdot m \cdot m + n}{z \cdot z + 3n \cdot z + 4n \cdot z + m \dots z + m + 4n} \\
 & + \frac{5m - n \cdot m \dots m + 2n}{z \cdot z + 2n \dots z + 4n \cdot z + m \dots z + m + 4n} \\
 & + \frac{m - n \cdot m \dots m + 3n}{z \dots z + 4n \cdot z + m \dots z + m + 4n}
 \end{aligned}$$

&amp;c.

Cette préparation étant faite , si l'on fait les mêmes opérations que l'on a faites dans la premiere methode, pour rendre les facteurs consécutifs, en conservant les plus grands, & chassant les plus petits, on aura pour ces différences toutes les suites que l'on trouve ici.

$$\begin{aligned}
 \text{Pour 1 facteur } m \times & \frac{1}{z + m - n \cdot z + m} + \frac{m - n}{z + m - 2n \dots z + m} \\
 & + \frac{m - n \cdot m - 2n}{z + m - 3n \dots z + m} + \frac{m - n \dots m - 3n}{z + m - 4n \dots z + m} \\
 & + \frac{m - n \dots m - 4n}{z + m - 5n \dots z + m} + \frac{m - n \dots m - 5n}{z + m - 6n \dots z + m} \\
 & + \frac{m - n \dots m - 6n}{z + m - 7n \dots z + m} + \&c.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Pour 2 facteurs } 2m \times & \frac{1}{z + m - n \dots z + m + n} + \frac{m - n}{z + m - 2n \dots z + m + n} \\
 & + \frac{m - n \cdot m - 2n}{z + m - 3n \dots z + m + n}
 \end{aligned}$$

Mem. 1724.

V

$$\begin{aligned}
& + \frac{m-n \dots m-3n}{z+m-4n \dots z+m+n} + \frac{m-n \dots m-4n}{z+m-5n \dots z+m+n} \\
& + \frac{m-n \dots m-5n}{z+m-6n \dots z+m+n} + \frac{m-n \dots m-6n}{z+m-7n \dots z+m+n} + \&c. \\
& + m-n \cdot m \times + \frac{1}{z+m-2n \dots z+m+n} + \\
& \frac{2 \cdot m-2n}{z+m-3n \dots z+m+n} + \frac{3 \cdot m-2n \cdot m-3n}{z+m-4n \dots z+m+n} \\
& + \frac{4 \cdot m-2n \dots m-4n}{z+m-5n \dots z+m+n} + \frac{5 \cdot m-2n \dots m-5n}{z+m-6n \dots z+m+n} \\
& + \frac{6 \cdot m-2n \dots m-6n}{z+m-7n \dots z+m+n} + \&c.
\end{aligned}$$

Dont la somme est

$$\begin{aligned}
& \frac{2m}{z+m-n \dots z+m+n} + \frac{3 \cdot m \cdot m-n}{z+m-2n \dots z+m+n} \\
& + \frac{4m \cdot m-n \cdot m-2n}{z+m-3n \dots z+m+n} + \frac{5m \cdot m-n \dots m-3n}{z+m-4n \dots z+m+n} \\
& + \frac{6m \cdot m-n \dots m-4n}{z+m-5n \dots z+m+n} + \frac{7m \cdot m-n \dots m-5n}{z+m-6n \dots z+m+n} \\
& + \frac{8m \cdot m-n \dots m-6n}{z+m-7n \dots z+m+n} + \&c.
\end{aligned}$$

Pour 3 facteurs  $3m \times$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{z+m-n \dots z+m+2n} + \\
& \frac{m-n}{z+m-2n \dots z+m+2n} + \frac{m-n \cdot m-2n}{z+m-3n \dots z+m+2n} \\
& + \frac{m-n \dots m-3n}{z+m-4n \dots z+m+2n} + \frac{m-n \dots m-4n}{z+m-5n \dots z+m+2n} \\
& + \frac{m-n \dots m-5n}{z+m-6n \dots z+m+2n} + \frac{m-n \dots m-6n}{z+m-7n \dots z+m+n} + \&c. \\
& + 3 \cdot m-n \cdot m \times + \frac{1}{z+m-2n \dots z+m+2n} +
\end{aligned}$$





$$+ \frac{3 \cdot m - 4n \cdot m - 5n + 3 \cdot 2n \cdot m - 4n + 1 \cdot 2n^2}{z + m - 4n \dots} +$$

$$\frac{4 \cdot m - 4n \dots m - 6n + 6 \cdot 2n \cdot m - 4n \cdot m - 5n + 4 \cdot 2n^2 \cdot m - 4n}{z + m - 5n \dots z + m + 3n} + \&c.$$

$$+ \frac{4 \cdot m - n \cdot m \cdot m + n \times}{z + m - 3n \dots z + m + 3n} + \frac{1}{z + m - 3n \dots z + m + 3n}$$

$$+ \frac{3 \cdot m - 4n + n}{z + m - 4n \dots} + \frac{6 \cdot m - 4n \cdot m - 5n + 4n \cdot m - 4n}{z + m - 5n \dots} +$$

$$\frac{10 \cdot m - 4n \dots m - 6n + 10n \cdot m - 4n \cdot m - 5n}{z + m - 6n \dots z + m + 3n} + \&c.$$

$$+ \frac{m - n \cdot m \cdot m + n \cdot m + 2n \times}{z + m - 4n \dots z + m + 3n} + \frac{1}{z + m - 4n \dots z + m + 3n}$$

$$+ \frac{4 \cdot m - 4n}{z + m - 5n \dots} + \frac{10 \cdot m - 4n \cdot m - 5n}{z + m - 6n \dots} + \frac{20 \cdot m - 4n \dots m - 6n}{z + m - 7n}$$

$$+ \&c.$$

Dont la somme est  $\frac{4m}{z + m - n \dots z + m + 3n} + \frac{10 \cdot m \cdot m - n}{z + m - 2n \dots}$

$$+ \frac{20m \cdot m - n \cdot m - 2n}{z + m - 3n \dots} + \frac{35m \cdot m - n \dots m - 3n}{z + m - 4n}$$

$$\frac{56m \cdot m - n \dots m - 4n}{z + m - 5n \dots} + \frac{84m \cdot m - n \dots m - 5n}{z + m - 6n \dots} +$$

$$\frac{120m \cdot m - n \dots m - 6n}{z + m - 7n \dots z + m + 3n} + \&c.$$

Pour  $p$  facteurs  $p m \times \frac{1}{z + m - n \dots z + m + p - 1 \cdot n}$

$$+ \frac{m - n}{z + m - 2n \dots} + \frac{m - n \cdot m - 2n}{z + m - 3n \dots} + \frac{m - n \dots m - 3n}{z + m - 4n \dots}$$

$$+ \frac{m - n \dots m - 4n}{z + m - 5n \dots} + \frac{m - n \dots m - 5n}{z + m - 6n \dots} + \&c.$$

$$+ \frac{p \cdot p - 1}{2} \times \frac{m - n}{m} \times + \frac{1}{z + m - 2n \dots} + \frac{2 \cdot m - pn + 1 \cdot p - 2 \cdot n}{z + m - 3n \dots}$$

$$+ \frac{3 \cdot m - pn \cdot m - p + 1 \cdot n + 3 \cdot p - 2 \cdot n \cdot m - pn + 1 \cdot p - 2 \cdot n \cdot p - 3 \cdot n}{z + m - 4n \dots}$$

$$+ \frac{4 \cdot m - pn \dots m - p + 2 \cdot n + 6 \cdot p - 2 \cdot n \cdot m - pn \cdot m - p + 1 \cdot n + 4 \cdot p - 2 \cdot n \cdot p - 3 \cdot n \cdot m - pn + 1 \cdot p - 2 \cdot n \cdot p - 3 \cdot n \cdot p - 4 \cdot n}{z + m - 5n \dots}$$

+ &c.

$$+ \frac{p \cdot p - 1 \cdot p - 2}{2 \cdot 3} \times \frac{m - n}{m} \cdot \frac{m}{m + n} \times$$

$$\frac{1}{z + m - 3n} + \frac{2 \cdot m - pn + 1 \cdot p - 3 \cdot n}{z + m - 4n \dots}$$

$$+ \frac{6 \cdot m - pn \cdot m - p + 1 \cdot n + 4 \cdot p - 3 \cdot n \cdot m - pn + 1 \cdot p - 3 \cdot n \cdot p - 4 \cdot n}{z + m - 5n \dots}$$

$$+ \frac{10 \cdot m - pn \dots m - p + 2 \cdot n + 10 \cdot p - 3 \cdot n \cdot m - pn}{z + m - 6n \dots} + \&c.$$

$$+ \frac{p \cdot p - 1 \cdot p - 2 \cdot p - 3}{2 \cdot 3 \cdot 4} \times \frac{m - n}{m} \cdot \frac{m}{m + n} \cdot \frac{m + 2n}{m} \times$$

$$+ \frac{1}{z + m - 4n} + \frac{4 \cdot m - pn + 1 \cdot p - 4 \cdot n}{z + m - 5n \dots} +$$

$$\frac{10 \cdot m - pn \cdot m - p + 1 \cdot n + 5 \cdot p - 4 \cdot n \cdot m - pn}{z + m - 6n} + \&c.$$

$$+ \frac{p \cdot p - 1 \cdot p - 2 \cdot p - 3 \cdot p - 4}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \times \frac{m - n}{m} \cdot \frac{m}{m + n} \cdot \frac{m + 2n}{m} \cdot$$

$$\frac{m + 3n}{m} \times \frac{1}{z + m - 5n \dots} + \frac{5 \cdot m - pn + 1 \cdot p - 5 \cdot n}{z + m - 6n \dots} + \&c.$$

Dont la somme est  $\frac{pm}{z + m - n \dots z + m + p - 1 \cdot n} +$   
V. ij

$$\begin{aligned}
& \frac{p \cdot p + 1 \cdot m \cdot m - n}{2 \cdot z + m - 2n \dots} + \frac{p \cdot p + 1 \cdot p + 2 \cdot m \cdot m - n \cdot m - 2n}{2 \cdot 3 \cdot z + m - 3n \dots} + \\
& \frac{p \dots p + 3 \cdot m \dots m - 3n}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot z + m - 4n \dots} + \frac{p \dots p + 4 \cdot m \dots m - 4n}{2 \cdot 3 \dots 5 \cdot z + m - 5n \dots} + \\
& \frac{p \dots p + 5 \cdot m \dots m - 5n}{2 \dots 6 \cdot z + m - 6n \dots z + m + p - 1 \cdot n} + \&c.
\end{aligned}$$

## C O R O L L A I R E.

Si  $p=1$ ,  $m=4$ , &  $n=2$ , la formule page 150 deviendra pour ce cas,  $\frac{4}{z \cdot z + 2} - \frac{8}{z \cdot z + 2 \cdot z + 4}$ , & la dernière formule que l'on vient de trouver, deviendra,  $\frac{4}{z + 2 \cdot z + 4} + \frac{8}{z \cdot z + 2 \cdot z + 4}$ , lesquelles sont égales entr'elles.

Si  $p=2$ ,  $m=6$ , &  $n=2$ , la première formule deviendra  $\frac{12}{z \cdot z + 2 \cdot z + 4} - \frac{3 \cdot 6 \cdot 4}{z \cdot z + 2 \cdot z + 4 \cdot z + 6}$ , dont les parties sont  $12 \times \frac{1}{z \dots z + 4} - \frac{2}{z \dots z + 6}$ , &  $48 \times \frac{-1}{z \dots z + 6}$ .

Et la seconde formule deviendra  $\frac{12}{z + 4 \cdot z + 6 \cdot z + 8} + \frac{3 \cdot 6 \cdot 4}{z + 2 \cdot z + 4 \cdot z + 6 \cdot z + 8}$ , dont les parties sont  $12 \times \frac{1}{z + 4 \dots z + 8} + \frac{4}{z + 2 \dots z + 8}$  &  $24 \times \frac{1}{z + 2 \dots z + 8}$ , lesquelles formules

sont encore égales entr'elles. Il en fera de même pour toutes les différentes valeurs que l'on donnera à  $p$ ,  $m$ , &  $n$ .





# SUR LES ORGANES DE LA RESPIRATION.

Par M. SENAC.

QUAND on a examiné la respiration , on a saisi d'abord 21 Juin  
1724.  
ce qu'elle présente de plus merveilleux. Ces mouvemens qui produisent sans cesse un flux & un reflux d'air dans nos poulmons , ont été presque l'unique objet des recherches des Physiciens. On a négligé les organes , qui sont le premier mobile de la respiration ; on n'a point parlé de plusieurs phénomènes qui dépendent de la structure & de la position des côtes ; l'action des muscles auxquels elles doivent leurs mouvemens , est encore envelopée de beaucoup d'obscurités. Pour donner donc quelque jour à une matiere si curieuse , j'examinerai en détail les ressorts qui servent à la respiration , je donnerai la raison des variétés que la nature y a répandues , & je tâcherai d'en déterminer l'action.

La poitrine forme dans l'homme une espece de spherôide applati sur le devant : mais dans la plupart des animaux quadrupedès , elle est applatie sur les côtés ; les efforts violens que font ces animaux , en sautant sur les pieds de devant , demandoient nécessairement cette figure. C'est ce que je vais prouver par deux raisons.

Les sauts ne sont que l'effet d'une percussion semblable à celle d'un arc , qui en se débandant frappe quelque corps qu'il rencontre dans son chemin. Si une telle percussion se faisoit sur un corps mou , le mouvement qu'elle communiqueroit seroit beaucoup plus foible. Or si l'omoplate des animaux quadrupedès eût été placée comme celle de l'homme , il est évident que dans les efforts que font ces animaux en sautant , la force de l'impulsion tomberoit sur les muscles & sur les ligamens ; car quand nous appuyons le corps sur les

deux mains placées l'une près de l'autre, le poids du corps ne tombe pas sur la partie osseuse de l'omoplate, mais sur les muscles & sur les ligaments : il a donc fallu que dans les animaux quadrupedes cet os fût placé à côté de la poitrine, directement sur les jambes & dans le même plan ; car c'est par cette seule situation que l'impulsion pouvoit tomber sur l'os ; or la position de cet os à côté de la poitrine, demandoit qu'il fût appuyé sur une surface applatie, car s'il eût été posé sur une surface ronde, il n'eût été appuyé que sur un point, ainsi il n'eût point été affermi dans sa place.

Voici une seconde raison qui prouve que l'omoplate a dû être placée à côté de la poitrine dans les animaux quadrupedes, & par conséquent que la poitrine devoit être applatie sur les côtés. Lorsque ces animaux, en marchant, levent un pied de devant, il faut que le corps soit soutenu sur l'autre : mais pour que cela se fasse facilement, le corps, par son centre de gravité, doit tomber sur la même ligne que le pied qui n'est pas levé : mais si l'omoplate eut été située dans les animaux quadrupedes de même que dans l'homme, cet os joint au corps, auroit, dans le cas dont je parle, formé un levier assez long, fort pesant, appuyé par un bout sur le pied qui n'est pas levé ; il eût donc été difficile que ces animaux eussent levé un pied de devant, par conséquent ils n'auroient marché qu'avec peine ; quand ils auroient levé le pied gauche, par exemple, c'eût été une nécessité que le corps se fût renversé sur le pied droit, autrement il n'auroit pû se soutenir : c'est ainsi que lorsqu'appuyant une main sur un corps, nous le poussons en bas avec force, nous nous renversons sur le bras appuyé : mais les omoplates étant posées dans les animaux quadrupedes à côté de la poitrine, le centre de gravité de leur corps, n'est pas fort éloigné du plan des jambes, il ne faudra qu'une inclinaison insensible pour le porter sur la jambe droite, quand la gauche se levera ; c'étoit donc une nécessité que les omoplates fussent situées dans ces animaux sur les côtés de la poitrine, & par conséquent que la poitrine fût applatie sur ces mêmes côtés.

Comme

Comme les côtes qui composent la poitrine, peuvent se baisser & se hausser, on doit d'abord chercher la cause qui soutient cette caisse osseuse. On pourroit s'imaginer que les muscles la soutiennent comme autant de cordages : mais c'est par sa propre structure qu'elle ne peut descendre au-dessous d'un certain point ; les côtes sont tellement disposées, que celles du côté droit ne peuvent se baisser sans avancer vers le côté gauche ; de même celles du côté gauche ne peuvent descendre sans aller vers le côté droit : c'est donc une nécessité qu'elles s'opposent un obstacle mutuel sur le sternum, car elles s'y soutiennent comme autant de cintres de voute : mais ce n'est pas la seule cause qui suspend la poitrine ; la première côte forme sur l'épine un cercle d'un diamètre fort petit, mais le cercle que forme la seconde côte a un diamètre beaucoup plus grand ; il est donc évident que le premier cercle ne pourroit pas suivre le second, puisque la partie antérieure du second parcourroit un plus grand arc, ou bien il seroit obligé d'abandonner le sternum, par conséquent la poitrine doit être suspendue par sa structure.

Cette caisse ainsi suspendue par sa propre structure, est composée de pieces fort différentes. Voici quelques variétés qui se trouvent dans les côtes, 1°. les surfaces plates des deux premières sont horizontales, 2°. les côtes suivantes ont une entorse en dehors, 3°. les fausses côtes diminuent toujours par une coupe oblique. Ces variétés ne sont pas des jeux de la Nature, elles ont toutes leur usage ; tâchons de le découvrir.

Les côtes forment une voute à la partie supérieure de la poitrine ; s'il se trouvoit des inégalités dans la surface interne de cette voute, elles pourroient blesser le tissu délicat des poumons. C'étoit donc une nécessité que les surfaces plates des deux premières regardassent en bas, autrement les côtes eussent présenté leurs angles tranchans à la substance des poumons.

A proportion que les côtes suivantes deviennent plus longues, elles présentent une autre différence, c'est que leur



partie antérieure se tord en dehors, cela étoit nécessaire sans doute, afin que la surface externe de la poitrine ne fût pas interrompue par des inégalités. Pour voir cela, on n'a qu'à jeter les yeux sur le squelette : mais il y a dans cette mécanique un artifice plus caché ; les côtes inférieures auroient pu glisser sur les supérieures, mais par cette entorse elles heurtent les unes contre les autres, & se forment ainsi un obstacle mutuel qui les empêche de sortir de leur place..

Cette entorse n'est pas si sensible dans les fausses côtes qui deviennent plus courtes : mais leur accourcissement qui se fait par degrés n'est pas moins remarquable ; la nature auroit pu borner la suite des côtes à niveau de l'extrémité inférieure du sternum, mais cela auroit privé les poumons de l'étendue qu'ils ont postérieurement, ainsi le sang n'y auroit pas trouvé l'espace qui lui est nécessaire pour circuler librement ; d'ailleurs le foie, les reins, le pancréas eussent été exposés au choc des corps qui auroient heurté contre les vertèbres du dos : mais en continuant les côtes jusqu'aux lombes, la nature a formé un rampart à ces viscères ; elle n'a pas pu continuer ces côtes antérieurement, car si elles eussent été prolongées sur le ventre, il eût été impossible à l'épine de se fléchir en devant ; il a donc fallu diminuer les côtes inférieures peu à peu, c'est-à-dire, les couper obliquement. Par cette coupe oblique les dernières se trouvent fort courtes, & les premières fort longues.

Telle a été l'industrie de la nature, en façonnant les côtes. Elle ne brille pas moins dans les attaches qui les fixent à la place qu'elle leur a marquée ; toujours attentive aux moindres obstacles, elle a varié la situation de ces cercles osseux, suivant la nécessité de nos mouvemens. 1°. Toutes les côtes excepté la première & les deux dernières, sont posées entre deux vertèbres & s'inclinent en bas. 2°. Les deux dernières ne sont pas attachées aux apophyses transverses, au lieu que les autres y sont fortement liées. 3°. La première côte n'est point mobile sur le sternum, & les autres y ont un mouvement très-sensible. 4°. Les quatre ou cinq premières côtes sont fort éloi-



gnées l'une de l'autre antérieurement & latéralement, mais postérieurement elles ne sont pas plus éloignées que les inférieures : cherchons la cause de toutes ces variétés.

Pour que les poudons pussent recevoir beaucoup d'air, il falloit que les côtes s'éloignassent de toutes parts; ce n'est qu'en s'écartant ainsi qu'elles pouvoient laisser aux poudons la liberté de s'étendre de tous côtés. Dans cette vûe, la nature les a tellement disposées, qu'elles ne peuvent s'élever sans se jeter en dehors : mais il eût été impossible qu'elles se fussent jettées ainsi en dehors durant leur élévation, si elles n'eussent été posées obliquement de haut en bas sur l'épine. Pour comprendre cela, on n'a qu'à appuyer obliquement de haut en bas sur une muraille un demi-cercle par une de ses extrémités, & abaisser en même tems l'autre bout : on verra que si on vient à élever l'extrémité qui n'appuie pas contre la muraille, cette élévation ne pourra se faire sans que le demi-cercle se jette en dehors, & ce sera la position oblique de ce cercle qui sera cause de son mouvement en dehors. On peut voir par-là que c'étoit une nécessité que les côtes fussent posées par leur extrémité dans l'entre-deux des vertebres, & qu'elles fussent attachées par leur tubérosité aux apophyses transverses des vertebres inférieures.

Mais la premiere côte n'est pas placée comme les autres obliquement sur l'épine, elle est posée presque horizontalement sur le corps & sur l'apophyse transverse de la même vertebre. En voici la raison. Les muscles qui peuvent élever cette côte viennent du col, ils ne peuvent donc pas la tirer en dehors, par conséquent si cette côte n'avoit pû s'élever qu'en se jettant en dehors, elle eût été en danger de se casser; car les muscles qui viennent du col la tirent en haut & en dedans; or il est évident qu'elle n'auroit pû s'élever qu'en s'écartant en dehors si elle eût été inclinée sur l'épine comme les suivantes. Pour éviter cet inconvénient, la nature l'a placée presque horizontalement : par cette situation la côte peut obéir à l'action des muscles scalenes. En donnant cette situation à la premiere côte, la nature nous a ménagé la facilité de respirer dans certains accidens; par exemple, quand le ventre est pressé par quelque

corps, le diaphragme ne peut point descendre, par conséquent l'espace de la poitrine ne peut pas être augmenté en bas par ce muscle : mais alors les portions postérieures du muscle scalene tirent la première côte, & soulèvent toute la caisse. Cette élévation de toute la poitrine forme la même capacité que le diaphragme qui descend. Au reste je n'ai parlé ici que des portions postérieures du muscle scalene, parce que la portion antérieure ne peut pas élever ces côtes dans certaines situations où nous nous trouvons fort souvent ; comme par exemple lorsque le col est fléchi.

Les deux dernières côtes ont quelque chose de commun avec la première, car elles sont attachées chacune au corps, d'une seule vertèbre : mais elles ne sont pas liées aux apophyses transverses. En voici la raison. Ces côtes sont fort courtes, & à cause de leur peu de longueur, le diaphragme, en les tirant en avant par leur extrémité antérieure, les éloigne des apophyses transverses qui sont derrière leurs tubérosités, ainsi le ligament qui auroit attaché ces côtes aux apophyses transverses, auroit trop souffert de l'action du diaphragme ; d'ailleurs comme elles ne sont pas attachées aux côtes supérieures, l'action des corps qui les auroient pressées postérieurement auroit pu les casser ; ajoutez à tout cela que le muscle dentelé postérieur inférieur les jette en bas. Voilà donc trois choses qui demandoient que les deux dernières côtes pussent se mouvoir en tout sens, & par conséquent qu'elles ne fussent pas attachées aux apophyses transverses & à l'épine en même tems ; car ces deux attaches ne leur auroient pas permis des mouvemens en tout sens.

Les attaches des côtes au sternum n'offrent pas moins de variétés que leur position sur l'épine ; il y a des cartilages qui les terminent antérieurement. Ces cartilages, par leur flexibilité, cedent aisément aux muscles qui les tirent, mais par leur ressort il ramènent les côtes en bas, quand les muscles qui élevent ces côtes cessent d'agir : ils ne se trouvent pas dans les oiseaux, mais ils sont remplacés par une autre mécanique, les côtes des oiseaux sont brisées, afin qu'elles puissent s'éle-

ver, autrement l'air ne pourroit pas s'insinuer dans leurs poumons ni dans le petit sac qui les soutient dans l'air, de même que les nageoires soutiennent les poissons dans l'eau. Ces cartilages qui sont les principaux instrumens qui font retomber les côtes dans l'expiration, peuvent se mouvoir sur le sternum; cela étoit nécessaire, sur-tout dans les côtes où ils sont fort courts. Comme leur peu d'étendue dans ces côtes rend leur flexion plus difficile, ils n'auroient pas permis aux côtes de s'élever au point que demande la respiration; pour prévenir cet inconvénient, la nature les a attachés au sternum, de manière qu'ils peuvent rouler sur leur appui par leur extrémité. Quant aux cartilages des fausses côtes, ils ne sont pas attachés au sternum, ils peuvent glisser les uns sous les autres, afin qu'elles cedent facilement, lorsqu'elles sont pressées par la partie postérieure.

La première côte n'a pas la liberté de se mouvoir sur le sternum comme les suivantes, il y a un cartilage épais qui attache fortement ces deux os l'un à l'autre. Par cette mécanique, la nature nous a ménagé une force pour chasser l'air des poumons. Ce n'est pas l'action des muscles qui contribue le plus à l'expiration; quand on dépouille un chien des muscles qui baissent les côtes, la respiration marche comme auparavant, c'est sur-tout le ressort du cartilage de la première côte qui rétrécit la poitrine après l'inspiration; car les côtes ne sçauroient s'élever que le sternum ne s'élève en même tems, mais il est impossible que le sternum s'élève sans forcer le grand cartilage qui l'unit aux premières côtes, il doit rouler nécessairement entre les extrémités de ces deux côtes. Ce cartilage ayant été forcé, repousse le sternum contre les côtes inférieures qui s'abaissent par cette pression, lorsque leurs muscles ont cessé d'agir.

Les quatre côtes qui suivent sont fort éloignées les unes des autres. Comme elles ont chacune un plus grand diamètre à proportion qu'elles sont plus éloignées de la première, c'étoit une nécessité qu'à la partie antérieure de la poitrine, de même que sur les côtes, elles fussent éloignées l'une de l'autre: mais



fans avoir recours à cette raison, on peut démontrer que la poitrine ne sçauroit avoir la figure d'un sphéroïde que les quatre côtes qui suivent la premiere ne fussent éloignées les unes des autres antérieurement & latéralement; la coupe oblique des quatre ou cinq premieres côtes, par une espece de ligne parabolique, doit produire cet éloignement, car 1°. Soit la ligne *AC* (*Fig. 1*) qui représente l'épine. 2°. Soient les lignes *B, B, B, B, B, B*, qui représentent les côtes. 3°. Soit la courbe *DDDDDEFG*, qui représente la surface antérieure & latérale de la poitrine. Il est évident que quoique les côtes soient dans une égale distance sur l'épine, les extrémités *D, D, D, D*, étant coupées plus obliquement par la courbe, que les extrémités *EFG*, parce que cette courbe devient circulaire vers ces extrémités, il est évident, dis-je, que les extrémités *DDDDD* des cinq premieres côtes seront plus éloignées que les extrémités des côtes *EFG*, qui les suivent.

Cette différence qui se trouve entre les extrémités des cinq premieres côtes & des suivantes, a été cause peut-être que la nature a donné des surfaces plus larges, à l'origine du cartilage, aux quatre côtes qui suivent les deux premieres. Par-là l'intervalle qui se trouve entr'elles, & qui auroit peut-être été trop considérable, se trouve diminué: mais si les parties osseuses de ces côtes sont plus éloignées à leurs extrémités antérieures que ne le sont les suivantes, leurs cartilages sont encore beaucoup plus éloignés à leur articulation avec le sternum; il a fallu nécessairement que les cartilages des suivantes fussent plus pressés sur le sternum, parce qu'autrement le sternum auroit dû être plus long, ce qui ne pouvoit se faire fans incommoder les intestins & les autres viscères de l'abdomen.

L'intervalle que laissent les côtes entr'elles est rempli par des muscles qu'on nomme *intercostaux*, & qui sont divisés en deux plans. Le plan externe descend obliquement de derriere en devant: il est séparé de l'interne par une substance celluleuse, il finit supérieurement avant d'arriver au cartilage, & inférieurement au cartilage; ce qui suit est rempli par une



aponévrose qu'on a pris quelquefois pour une continuation de ce plan. Le plan interne descend obliquement de devant en arrière, il commence au sternum, & finit à l'angle que forment les côtes postérieurement.

Voilà presque les seuls muscles qui élèvent les côtes. Il se présente d'abord dans leur action un phénomène qu'on pourroit prendre pour un paradoxe, car il semble que deux côtes parallèles, attachées l'une à l'autre par des fibres dans toute leur étendue, devroient s'approcher, quand ces fibres se raccourcissent, cependant elles s'éloignent alors, & en voici la démonstration. 1°. Soit l'épine *AF* (*Fig. 2.*) 2°. Soient les côtes *AB*, *DC*, posées obliquement, c'est-à-dire, dans leur état naturelle. 3°. Soient ces même côtes *AG*, *DH*, posées horizontalement : il est évident que la ligne *DI* qui mesure l'intervalle des côtes, quand elles sont obliques, est plus courte que la ligne *DA* qui mesure cet intervalle, quand elles sont horizontales ; il est donc évident que les côtes qui, en s'élevant, deviennent plus horizontales, s'éloignent les unes des autres par la contraction des muscles intercostaux.

L'action des muscles intercostaux est difficile à déterminer. Bayle a prétendu prouver que le plan interne sert à l'expiration, & que l'externe fait l'inspiration : mais il est évident que deux plans parallèles, dont l'un est mobile & l'autre immobile, étant tirés l'un vers l'autre par des fibres musculaires qui les joignent, il est évident, dis-je, que le plan mobile doit être tiré vers l'immobile par la contraction de ces fibres, de quelque manière qu'elles soient disposées ; ainsi la côte supérieure ne pouvant descendre au-dessous d'un certain point, les inférieures doivent monter par la contraction des deux plans de muscles : mais cela paroîtra clairement dans la figure 3. *AB* est l'épine, *HK* est le sternum, *AC*, *EF*, est le plan externe, *HI*, *GD*, est le plan interne. Il est évident que les fibres *AC*, *HI*, agissent de la même façon, ainsi les points *A* & *H*, étant immobiles, la côte *CDFI* doit monter par le raccourcissement des fibres *AC*, *Hi*. Or ce que nous venons de dire de ces deux fibres, doit se dire des fibres moyennes *EF*, *GD*, &

168 MEMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE  
de toutes les autres ; ainsi il est certain que les deux plans des muscles intercostaux contribuent également à élever les côtes , & la prétendue démonstration de Bayle porte à faux. Je ne l'examinerai pas ici en détail ; pour en faire voir la fausseté , je me contenterai de faire voir que par ses principes même on peut dire de la fibre *Hi* , qui vient du sternum , tout ce qu'il dit de la fibre *AC*. Or la fibre *AC* , selon lui , élève les côtes , donc la fibre *Hi* les élève aussi ; & comme cet Auteur conclut par ce qu'il dit de la fibre *AC* , que toutes les autres qui ont la même direction élèvent les côtes , je conclurai par le même principe , que toutes les fibres qui ont la même direction que la fibre *Hi* , élèvent aussi les côtes.

Les côtes sont attachées par leur extrémité & par leur tubérosité ; elles ne pourront donc pas s'élever à la partie postérieure , cette partie ne sçauroit avoir qu'un mouvement de rotation sur son axe ; de-là il s'ensuit évidemment que les muscles intercostaux externes qui se trouvent entre l'épine & l'angle des côtes ne sçauroient élever les côtes dans cet endroit. Mais à quoi servent-ils donc ? le voici. Quand ils agiront à gauche & à droit dans cette partie postérieure des côtes , ils affermiront l'épine : mais quand ils agiront d'un côté seulement , ils fléchiront l'épine latéralement , car les côtes étant attachées au corps des vertebres & aux apophyses transverses , elles ne sçauroient s'approcher les unes des autres , sans que l'épine se fléchisse , & qu'autant qu'elle se fléchit. Suivant cette idée , on pourroit dire qu'il y a une espece d'antagonisme entre les muscles intercostaux externes & internes qui vont depuis l'angle des côtes jusqu'au sternum , & entre les externes qui vont de l'épine jusqu'à l'angle , car ceux-ci approchent les côtes , en fléchissant l'épine , & les autres les éloignent , comme nous l'avons prouvé , mais cela ne se fait pas par l'action de l'inspiration , alors les côtes ne s'éloignent pas postérieurement , & l'épine est seulement affermie par la contraction des muscles intercostaux qui vont de chaque côté de l'épine à l'angle des côtes.

Après avoir prouvé qu'il faut compter les muscles intercostaux

costaux postérieurement parmi les muscles fléchisseurs de l'épine, examinons pourquoi le plan externe finit avant d'arriver au sternum. La raison de cela n'est pas difficile à trouver. Les côtes, comme nous l'avons dit, s'éloignent par la contraction des muscles intercostaux : mais si ces muscles étoient perpendiculaires aux côtes, il est évident qu'elles s'approcheroient par la contraction de ces muscles. Or le plan externe devient perpendiculaire, en s'avancant vers le sternum, comme on peut le voir par les fibres *CD* (*Fig. 4.*). C'étoit donc une nécessité que la nature terminât le plan externe avant qu'il arrivât au sternum, autrement les côtes, en s'élevant, se feroient approchées, au lieu de s'éloigner ; les cartilages même auroient été en danger d'être séparés des côtes, car ils se feroient approchés, tandis que les côtes se feroient éloignées. On peut appliquer aux muscles internes postérieurement ce que j'ai dit des externes antérieurs.

Par tout ce que je viens de dire sur les muscles intercostaux, on peut voir que ce qu'on a dit sur leur usage avoit besoin de réforme : mais ce qu'on a attribué aux releveurs propres n'est pas mieux fondé. J'ai dit que les côtes ne pouvoient s'élever sans se jeter en dehors ; or il est impossible que des muscles qui viennent des apophyses transverses, & s'attachent vers l'angle des côtes, puissent tirer les côtes en dehors ; d'ailleurs les côtes, à l'endroit où ces muscles s'y attachent, ne peuvent avoir qu'un mouvement de rotation sur leur axe, ainsi que nous l'avons prouvé. Il est donc impossible que ces muscles levent les côtes, au contraire comme ils vont s'attacher à la partie inférieure de l'angle ils feroient plutôt rouler la partie postérieure des côtes sur son axe, de bas en haut & en devant, ainsi ils feroient plutôt abaisseurs des côtes que releveurs : mais ils ne peuvent guere donner un tel mouvement, & on ne doit les regarder que comme des muscles qui fléchissent l'épine, de même que les intercostaux, quand ils agissent d'un côté seulement, & qui l'affermissent, quand ils agissent de deux côtés, c'est-à-dire, à gauche & à droit.



Avant que j'eusse trouvé l'usage des muscles releveurs, je n'étois imaginé que le muscle triangulaire du sternum étoit leur antagoniste, parce qu'il a une direction toute contraire : mais ce muscle contrebalance plutôt le plan intérieur antérieurement; en tirant les cartilages, il abaisse les côtes; il sert donc à retrécir la poitrine, selon l'ordre de la volonté en divers cas, ou peut-être même dans la respiration, sans que la volonté y ait aucune part.

Après les muscles intercostaux, le diaphragme est le principal organe de la respiration, il forme une voute dont la concavité diminue dans le tems que l'air entre dans les poulmons, & qui augmente lorsque l'air vient à sortir. Ce muscle présente d'abord une difficulté contre une proposition que j'ai avancée; j'ai dit que le sternum s'élevoit durant l'inspiration : mais le diaphragme en se contractant, ne doit-il pas empêcher cette élévation? Cette objection n'est fondée que sur une opinion erronnée; sçavoir, que tout le diaphragme descend dans l'inspiration : mais quoi qu'en ayent dit tous les anatomistes, il est certain que la partie moyenne du diaphragme laquelle va du sternum jusqu'à l'épine, ne descend pas dans l'inspiration. Pour s'en convaincre, on n'a qu'à examiner la position du cœur qui est placé selon sa longueur sur la partie membraneuse du diaphragme, l'oreillette droite conduit la veine-cave descendante jusqu'au trou qui donne passage à ce vaisseau. Il est évident que si la partie moyenne du diaphragme venoit à descendre, le cœur seroit troublé dans ses mouvemens. Cette preuve qui fait voir que le milieu du diaphragme ne descend pas, est soutenue d'une raison tirée de la structure. Le médiastin après avoir écarté ses deux lames pour embrasser le cœur, va s'attacher au diaphragme autour du cœur, & postérieurement à côté de l'œsophage & de l'aorte, cette attache du médiastin ne permet pas au diaphragme de s'abaisser au milieu quand l'air entre dans les poulmons.

Mais les intestins & les autres viscères de l'abdomen ne sont-ils pas poussés en devant dans l'inspiration? ainsi tout le diaphragme ne doit-il pas descendre? Non, les côtés du dia-



phragme forment deux poches fort concaves ; ce sont ces deux poches qui devenant moins concaves durant l'inspiration, pressent les viscères de l'abdomen ; il étoit absolument nécessaire que ces deux voutes pussent s'affaïsser , autrement les deux ailes des poumons , lesquelles sont à la partie postérieure & latérale , n'auroient jamais pû se dilater.

Mais , me dira-t-on , d'où vient que le diaphragme forme ces deux concavités , une membrane tendue ne peut pas affecter une ligne courbe quelconque , elle ne sçauroit prendre la forme d'une voute ? Pour ce qui regarde la courbure de la partie moyenne , elle vient de l'attache de cette partie au médiastin : mais les deux concavités latérales ne sont formées que par l'action de l'air ; car qu'on suspende par la tête un cadavre qui a respiré , & qu'on enlève les viscères de l'abdomen , on verra que les concavités latérales du diaphragme se soutiendront comme auparavant : ce n'étoit donc pas les viscères de l'abdomen qui soutenoient les concavités du diaphragme. Cela étant , il est évident qu'il n'y a d'autre cause de ces concavités que l'action de l'air , qui ne pouvant pas s'insinuer entre la concavité inférieure des poumons & la surface supérieure du diaphragme , oblige le diaphragme à se coller à cette concavité des poumons & à la suivre , quand les poumons se retirent dans l'inspiration. Cela est si vrai , que si on y introduit l'air entre le diaphragme & les poumons , en ouvrant la poitrine , le diaphragme s'affaïsse d'abord. Pour ce qui regarde le fœtus , on trouve quand on l'a suspendu , & qu'on a enlevé les viscères de l'abdomen , on trouve , dis-je , que le diaphragme est beaucoup plus concave que dans les cadavres qui ont respiré ; cela vient de ce que le poumon du fœtus occupe à proportion moins d'espace que le poumon d'un enfant qui a respiré ; car dans les poumons de ceux qui respirent , il reste toujours une partie de l'air qui y entre dans l'inspiration. Cela se prouve évidemment par une expérience que tout le monde connoît ; sçavoir , que les poumons de ceux qui ont respiré , surnagent dans l'eau , au lieu que les poumons du fœtus s'y enfoncent ; cet air qui reste après

l'expiration dans les poudons qui ont respiré, leur fait occuper plus d'espace, & par conséquent les voûtes du diaphragme doivent être plus affaïssées dans l'adulte que dans le fœtus.

On vient de voir que la concavité du diaphragme dépend de l'action de l'air, il se présente dans le corps humain une infinité de phénomènes curieux qui dépendent de la même cause : comme on ne fait pas attention à cela, on me permettra de faire une petite digression sur trois ou quatre de ces phénomènes.

Quand on a recherché l'usage de la trompe d'Eustachi, on a dit qu'il étoit nécessaire que l'air du tambour fût renouvelé ; mais l'air du vestibule sert aux mêmes usages, cependant il ne se renouvelle jamais. Pourquoi donc si l'air du vestibule n'a pas besoin de communiquer avec l'air externe, sera-t-il nécessaire que l'autre communique avec cet air ? Pour trouver l'usage de la trompe, on n'a qu'à faire attention à la membrane du tambour, laquelle par l'action des muscles de l'oreille est poussée, tantôt en dedans & tantôt en dehors. Lorsqu'elle est poussée en dehors, l'espace de la caisse s'augmente : il se formeroit donc alors un vuide dans cette caisse, si l'air externe ne pouvoit pas s'y insinuer. Au contraire quand la membrane du tympan est poussée en dedans, l'espace de la caisse diminue : il faudroit donc que l'air fût comprimé avec force dans la caisse, s'il ne pouvoit s'échapper. Enfin il se fait ici une espece d'inspiration & d'expiration de même que dans les poudons, il faut donc que l'air puisse entrer & sortir alternativement.

On n'a donné encore aucune explication satisfaisante du bruit que font les jointures des doigts, quand on les tire, ni du cliquetis qui arrive dans certains cas : cependant la cause en faute aux yeux. Supposons deux corps joints l'un à l'autre par des surfaces fort polies, desorte qu'il n'y ait pas d'air entre deux, si on vient à séparer tout à coup les surfaces polies de ces corps, la séparation subite causera un bruit par la compression que l'air souffrira. Or c'est ce qui arrive dans les jointures des doigts quand on les tire ; les extrémités des os

du métacarpe s'appliquent exactement aux extrémités des premières phalanges, par leurs surfaces polies & par le moyen de la synovie; elle doivent donc faire quelque bruit, quand on les sépare subitement. Pour se convaincre que cela arrive ainsi, on n'a qu'à prendre l'humérus & l'omoplate attachés encore l'un à l'autre par leur capsule; si l'on applique alors la tête de l'humérus à la cavité glénoïde, & qu'on l'en sépare subitement, on entendra un bruit semblable à celui des jointures des doigts.

Cela posé, il ne sera pas difficile de rendre raison du cliquetis qui arrive dans certaines maladies. Supposons, par exemple, que la surface postérieure & supérieure de la tête du tibia devienne moins concave, & que la surface inférieure & postérieure des condyles du fémur devienne moins convexe, soit par l'addition de quelque matière plâtreuse qui se dépose quelquefois dans les jointures, soit par quelque autre accident; ces surfaces, dans la flexion de la jambe, pourront alors appuyer fortement en plusieurs points l'une contre l'autre, & s'appliquer exactement. Or si l'on vient à étendre la jambe, ces deux surfaces se sépareront subitement, & feront du bruit de même que les jointures des doigts. Il y a beaucoup d'autres choses semblables qui peuvent causer ce cliquetis; il suffit de donner ici un exemple.

L'action de l'air donne l'explication d'un autre phénomène qui n'est pas moins curieux que nécessaire. Le chyle contenu dans les intestins, pourquoi s'insinue-t-il dans les veines lactées? On a dit que les intestins, en se resserrant, poussaient le chyle dans les ouvertures des veines lactées: mais ces tuyaux qui rempent entre les tuniques des intestins, ne sont-ils pas comprimés, quand les intestins se resserrent? d'ailleurs le chyle ne trouve-t-il pas toujours plus de facilité à couler par les intestins qu'à s'insinuer dans les veines lactées? On trouvera dans l'action de l'air une explication bien plus naturelle; car quand le diaphragme, en s'abaissant, presse les intestins, le chyle qui est dans les veines lactées, est poussé vers le réservoir, ainsi quand le diaphragme, en remontant,



cesse de presser les intestins, les orifices des veines lactées se trouvent vuides : alors l'air fait entrer le chyle dans ces tuyaux vuides, par la même raison qu'il fait monter l'eau dans les pompes. Mais revenons à la poitrine.

Les muscles intercostaux & le diaphragme sont presque les seuls qui agissent dans la respiration ; les autres, pour la plupart, n'y contribuent en rien ; j'ose même dire que quelques-uns y apportent des obstacles. Pour prouver ce que j'avance, je n'aurois qu'à prendre le grand-dentelé, car sa portion supérieure tire les deux côtes supérieures en bas, sa portion moyenne tire horizontalement les côtes où elle s'attache, & enfin sa portion inférieure porte en haut les côtes où elle se termine : tous ces mouvemens opposés dans un même muscle, ne peuvent qu'embarrasser la respiration.

Puisque la plupart des muscles qu'on a marqués pour faire la respiration n'y contribuent en rien, c'est aux muscles intercostaux, comme nous l'avons dit, que la poitrine doit ses mouvemens ; selon que ces muscles seront plus ou moins tendus, elle s'élèvera plus au moins : la force avec laquelle ils bandent les côtes paroîtroit surprenante, si on en jugeoit par certains tours qui ont souvent attiré l'admiration du public. Il y a des hommes qui ayant une enclume sur la poitrine, souffrent qu'on casse sur cette enclume une barre de fer à grands coups de marteau. Quand je vis cela pour la première fois, je jettai tout le merveilleux sur l'adresse à tromper les yeux du spectateur, je soupçonnai qu'il y avoit quelque appui qui soutenoit l'enclume : mais il n'y avoit en cela nul artifice, l'homme étoit étendu sur une planche appuyée seulement par les deux bouts. Je crus alors que la caisse de la poitrine résistoit par sa structure à la pesanteur d'un tel fardeau ; l'œuf qui étant pressé avec les deux mains contre son centre par les deux extrémités, résiste à des efforts violens, me donna d'abord cette pensée : mais rien de semblable ne se présente dans la poitrine, les côtes par leur position ou par leur figure n'offrent pas une grande résistance, c'est dans l'enclume & dans le marteau qu'il faut chercher le nœud de la difficulté.





Fig 1

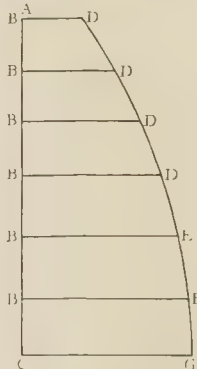


Fig 2

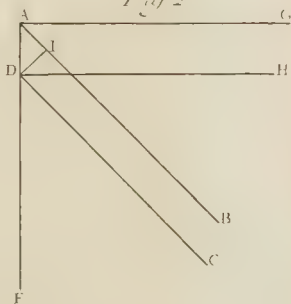


Fig 3

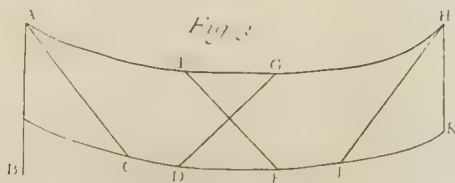
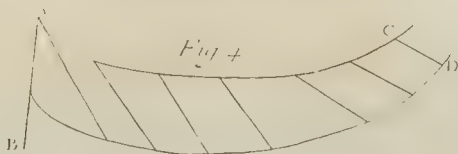


Fig 4



1<sup>o</sup> Soit un marteau pèsant un quart de livre, & ayant un degré de vitesse; 2. soit une enclume qui pèse six cens livres, il est évident que cette enclume frappée par le marteau, aura deux mille quatre cens fois moins de vitesse que le marteau. On voit par-là que le coup du marteau peut être assez violent sans que l'enclume qu'il frappe parcoure plus d'une ligne. Or la poitrine, en s'applatissant d'une ligne par l'effort de l'enclume, ne souffrira pas beaucoup; ajoutez à cela que la planche cede de même que la poitrine, ainsi le petit diametre de la poitrine pourra ne devenir plus court que de demi-ligné.

Mais, me dira-t-on, comment la poitrine pourra-t-elle soutenir un poids de six cens livres, les côtes qui sont des demi-cercles très-foibles, ne doivent-elles pas se rompre? Mais bien-loin qu'elles se rompent sous ce fardeau, elles peuvent encore en soutenir un plus grand, s'il en faut croire les voyageurs; car, selon leur rapport, parmi les jeux qu'on voit en Turquie au mariage de l'Empereur il se trouve des hommes qui étant couchés sur un banc, soutiennent durant assez long-tems le poids de sept à huit cens livres sur la poitrine. Pour trouver la cause de cette force, on n'a qu'à se souvenir qu'une vessie gonflée, & qui s'ouvre par un tuyau fort étroit, soutiendra un poids fort pèsant, lorsqu'une force infiniment plus petite que la pèsanteur du poids comprimera le tuyau. Les poumons doivent être regardés, dans le cas dont il s'agit, comme la vessie gonflée d'air, & la glotte représente le petit tuyau, une force très-petite qui resserrera la glotte, retiendra l'air dans les poumons, & par-là la poitrine soutiendra des corps très-pésans. De-là vient que ceux qui se font casser une barre de fer sur l'enclume qu'ils soutiennent, ne parlent point durant le tems qu'ils sont chargés de l'enclume, & qu'ils font signe du pied ou de la main, quand ils veulent qu'on les décharge de ce fardeau.



## OBSERVATION

*De l'Eclipse de Soleil du 22 Mai 1724, faite en présence  
du Roi, à Trianon.*

Par M. MARALDI.

**N**OUS avons eu l'honneur de faire, en présence du Roi, l'observation de cette éclipse. On regardoit directement le Soleil avec une lunette de 8 pieds, qui avoit à son foyer un micrometre divisé en 45 parties, chacune desquelles est sous-divisée en 100. Le diametre entier du soleil occupoit précisément 26 de ces 45 parties, desorte qu'il étoit divisé en 2600.

Pour connoître le progrès de l'éclipse, il y avoit à ce micrometre deux fils, qui par le moyen d'une vis, s'approchoient l'un de l'autre parallelement : ces fils servoient à mesurer le plus court intervalle compris entre la circonférence du soleil qui restoit éclairée & sa concavité claire, formée par le bord obscur de la lune qui paroissoit sur le soleil. On a mesuré, autant qu'il nous a été permis, lorsque ce plus court intervalle, compris entre le bord & la concavité, arrivoit précisément à chacune de ces 26 parties ; & on comptoit en même tems à la pendule qu'on avoit réglée, l'heure, la minute & la seconde de chaque phase. De cette partie qui restoit éclairée, on en a conclu la quantité de l'éclipse. Voici l'observation.

A 5 <sup>h</sup> 54' 20"		Commencement de l'éclipse.
5	59 40	La partie claire est de 2400 de ces parties ; dont le diametre entier du Soleil est 26, ainsi l'éclipse est de 55' de doigt.
6	1 36	La partie claire est de 2300 qui font 1 <sup>h</sup> 23'
6	4 10	Elle est de 2100 2 18 6 <sup>h</sup>



6 <sup>h</sup> 6' 40"	Elle est de	2000	qui font	2 <sup>d</sup> 46'
6 9 40		1830		3 33
6 11 40		1750		3 45
6 13 40		1600		4 37
6 17 40		1500		5 5
6 20 25		1350		5 45
6 21 30		1300, ou six doigts.		
6 24 40		1150		6 45
6 32 40		600		9 14
6 36 40		400		10 9
6 38 56		300		10 37
6 48 3	Le Soleil est entierement éclipsé.			
6 50 20	Le Soleil commence de paroître. Le Soleil s'étant peu de tems après caché dans des nuages, on ne peut plus continuer l'observation.			

En comparant la fin de l'immersion totale arrivée à 6<sup>h</sup> 48' 3" avec le commencement de l'émerfion qui a été à 6<sup>h</sup> 50' 20", on a la durée de l'obscurité totale, ou le tems que le Soleil a été entierement éclipsé par la Lune, de 2' 17".

A 6<sup>h</sup> 27', lorsque le Soleil étoit éclipsé un peu plus de la moitié, on a vû la planete de Venus assez distinctement, quoiqu'il y eut dans l'air des nuages rares. Elle étoit éloignée ce jour-là du Soleil de près de 45 degrés vers l'Orient. On a vû ensuite Mercure & quelques autres étoiles.

La lumiere du Soleil se faisoit pâle à mesure que l'éclipse augmentoit. Entre le dernier moment que le Soleil a paru, & celui auquel il a été caché entierement, la clarté a diminué tout d'un coup, desorte qu'on a eu besoin de lumiere pour compter à la pendule; on voyoit les personnes au grand air: mais on ne distinguoit pas bien les visages à quelques pas de loin.

Durant l'obscurité totale, nous n'avons pû distinguer avec la lunette aucune lumiere sur le disque visible de la Lune: mais on voyoit tout autour cette lumiere qu'on a remarquée autrefois dans de semblables éclipses. Elle paroissoit non-seu-

lement à la vûe, mais encore avec la lunette, quoiqu'il y eût autour du Soleil des nuages rares. Au commencement de l'obscurité totale, la lumière nous a paru plus grande du côté de l'Orient que du côté d'Occident : au contraire, vers la fin de l'obscurité totale, elle a paru plus grande vers l'Occident qu'elle n'étoit vers l'Orient. Elle n'a paru aussi un peu plus grande sur le bord qui regardoit le Septentrion que sur le bord opposé, desorte qu'elle ne paroissoit pas concentrique avec le disque obscur de la Lune. Comme on ne voyoit ces apparences qu'au travers des nuages rares, nous ne sçaurions dire si elies ont été causées par des nuages plus ou moins denses qui étoient dans l'atmosphère, ou bien si elles ne viennent pas de plus loin.

## O B S E R V A T I O N

*De l'Eclipse totale du Soleil, faite à Trianon le 22 Mai  
1724, en présence du Roi.*

PAR M. CASSINI.

**N**OUS avons déjà observé à Paris deux fort grandes éclipses de Soleil, l'une en 1706, & l'autre en 1715, qui parurent totales, la premiere dans la partie méridionale de la France, & la seconde dans la partie méridionale de l'Angleterre. Mais depuis l'établissement de l'Observatoire Royal, il n'en étoit point arrivé qui fût totale à Paris & aux environs. Ainsi cette éclipse que la plupart des astronomes avoient prédit y devoir être totale, méritoit toute leur attention.

Le Roi qui a déjà honoré de sa présence plusieurs observations d'éclipses qui ont été faites jusqu'à présent, nous ayant donné ordre de préparer au château de Trianon tout ce qui étoit nécessaire pour y faire cette observation avec exactitude, nous y fîmes porter une pendule à secondes avec

un quart de cercle, une machine parallaëtique & deux lunettes, dont l'une étoit garnie d'un micrometre, & l'autre renvoyoit l'image du Soleil sur une planchette divisée en doigts & demi-doigts par douze cercles concentriques, dont l'extérieur occupoit exactement l'image du Soleil. Sa Majesté avoit aussi fait transporter de son cabinet un thermometre & un barometre pour observer les variations qui pourroient arriver pendant l'éclipse; tant dans les degrés du chaud & du froid que dans la pesanteur de l'air.

Nous plaçâmes nos instrumens dans le salon qui est à l'extrémité de la terrasse du côté du canal, & nous réglâmes la pendule par des hauteurs observées avant & après midi.

Sa Majesté se rendit à Trianon quelque tems avant l'heure de l'éclipse, dont le commencement fut observé à 5<sup>h</sup> 54' 30"

Le Soleil étoit couvert de quelques vapeurs ou nuages rares, au travers desquels sa lumière étoit, tantôt plus vive, tantôt plus foible, ce qui ne permettoit pas de distinguer sur la planchette la quantité des doigts éclipsés avec une égale précision.

A 5 <sup>h</sup>	58'	14"	Le Soleil étoit éclipsé d'un doigt.
6	0	1	Un doigt & demi.
6	2	18	Deux doigts.
6	5	9	Deux doigts & demi.
6	8	6	Trois doigts.
6	9	52	Trois doigts & demi.
6	13	1	Quatre doigts. Le thermometre marquoit alors 68 degrés, & le Barometre 28 pouces 0 ligne $\frac{1}{2}$ .
6	17	36	Cinq doigts.
6	19	46	Cinq doigts & demi.
6	21	44	Six doigts exacts.
6	23	56	Six doigts & demi.
6	26	36	Sept doigts. Le thermometre marquoit 67 degrés & demi, & le barometre 28 pouces 0 ligne $\frac{1}{2}$ .

6 28 46 Sept doigts & demi.

6 30 51 Huit doigts exacts. On apperçut alors au travers de quelques nuages rares, la planète de Venus qui étoit à l'Orient du Soleil, & le Roi la vit très-distinctement.

6 38 36 Dix doigts.

6 41 56 Dix doigts & demi.

6 44 20 Onze doigts. On continua ensuite de voir le croissant du Soleil diminuer de longueur à mesure qu'il paroissoit se rétrécir, sans qu'on y découvrit aucune interruption, & on n'apperçut à la fin qu'un point lumineux, semblable à une Etoile fixe qui disparut entierement à 6<sup>h</sup> 48' 4" que le Soleil fut entierement éclipsé.

Quoique la lumiere du jour fût fort affoiblie quelques minutes auparavant, cependant dans un instant l'obscurité augmenta de telle sorte, que l'on fut obligé d'avoir recours à la lumiere pour voir l'heure de la pendule. Les oiseaux cessèrent leur ramage, & disparurent quelques momens avant l'Eclipse totale, & le Roi vit très-distinctement Mercure, qui étoit à peu-près au milieu entre le Soleil & Venus qui se trouvoient à peu-près dans la même direction. On observa aussi diverses Etoiles fixes, telles que la chevre, & on en auroit apperçû encore un plus grand nombre, si le Ciel n'avoit pas été autant chargé de vapeurs & de nuages qu'il l'étoit.

On voyoit autour du Soleil une espece de couronne de lumiere un peu allongée vers l'Occident, dont on ne put pas déterminer les limites, à cause d'une brume épaisse dans laquelle se trouvoit alors le Soleil & la Lune.

On fut aussi très-attentif à considérer si on ne voyoit point de rayons lumineux sur la surface de la Lune, de même qu'on en avoit remarqué dans celle de 1715 observée en Angleterre: mais on n'en apperçut aucun.

La même obscurité dura pendant 2 minutes 16 secondes; après lesquelles le Soleil commença à reparoître à 6<sup>h</sup> 50' 20", comme un éclair, qui dissipa sur le champ les ténèbres dans lesquelles on étoit plongé.



Le thermometre fut observé alors de  $66^{\text{d}} 0'$ , & le barometre de  $28^{\text{d}} 0' \frac{1}{4}$ , desorte qu'il n'y eut que deux degres de diminution dans la chaleur, depuis le commencement de l'éclipse jusqu'au commencement du recouvrement de la lumiere du Soleil, & qu'on n'aperçût presqu'aucune variation dans la pesanteur de l'air.

Le Soleil parut ensuite jusqu'à son coucher au travers de nuages rares qui ne permirent point d'observer les phases de l'éclipse après l'émerision, & quoiqu'il fut près de l'horison, les oiseaux reparurent, & on entendit leur ramage comme auparavant.

A 7 heures & 15 minutes le thermometre étoit à  $64^{\text{d}} \frac{1}{2}$ , de sorte que la chaleur avoit encore diminué d'un degre & demi depuis le recouvrement de la lumiere. Le lieu où nous avons fait ces observations est plus occidental que l'Observatoire de Paris d'environ une minute de tems; d'où il suit que l'on a dû appercevoir les phases de l'éclipse à Trianon, plutôt qu'à Paris de cette quantité, qui doit même être augmentée de quelques secondes, à cause que la Lune par son mouvement propre de l'Occident vers l'Orient, a dû éclipser le Soleil plutôt dans les pays occidentaux, que dans ceux qui sont à l'Orient.



## METHODE EXACTE

*Pour déterminer par le Calcul la grandeur d'une Eclipsé de Soleil dans un tems donné.*

Par M. le Chevalier DE LOUVILLE.

1. Avril  
1724.

**L**A méthode directe de calculer une éclipse de Soleil, seroit de trouver l'instant auquel un observateur, situé en tel endroit qu'on voudroit de la terre, verroit la distance des centres du Soleil & de la Lune sous un angle donné.

Mais on n'a pû jusqu'ici trouver cette méthode, du moins exactement, & il n'y a même pas d'apparence qu'on la trouve jamais, elle dépend d'une trop grande complication de mouvemens différens, pour espérer qu'elle puisse jamais être réduite à la pure Géométrie. Ainsi lorsqu'on veut avoir une résolution directe de ce problème, on est obligé de recourir à quelque méthode mécanique, comme à la projection de Kepler, qui est fort ingénieuse, mais dont on ne doit pas attendre la même précision que d'un calcul exact, & ainsi cette méthode, quoique bonne pour calculer les phases d'une éclipse, n'est pas d'une exactitude suffisante pour corriger des tables astronomiques, ni pour en faire connoître au juste les défauts. Mais ce que je prétends donner ici, est la maniere de trouver avec toute l'exactitude que l'on peut attendre de la Trigonométrie, tant rectiligne que sphérique, sous quel angle un observateur, situé où l'on voudra sur la terre, doit voir la distance du centre du Soleil au centre de la Lune dans un tems donné, qui est la méthode inverse de calculer les éclipses, & l'on peut par-là non-seulement sçavoir au juste si les tables astronomiques dont on se sert, s'accordent avec le Ciel, ayant observé quelque phase d'une éclipse, mais même calculer fort exactement par ce moyen une éclipse prochaine, en recommençant le calcul lorsqu'on ne tombe pas juste

sur l'instant où la distance des centres doit être de la grandeur qu'on désire, & l'on n'a pas de méthode qui soit exacte pour éviter ce tâtonnement, celle des Anciens ayant le même inconvénient, & ayant en outre celui de dépendre d'une théorie si longue & si embarrassée, qu'elle demande une étude particulière d'une longueur qui me paroît capable de dégouter de l'Astronomie la plupart de ceux qui commencent à s'y appliquer, quand il n'y auroit que cette longue doctrine des parallaxes qu'il faut subdiviser en toutes ces especes différentes, la recherche de l'ascendant qu'on appelle en latin *angulus oriens*, la hauteur du  $90^{\circ}$  degré de l'écliptique, *gradus nonagesimi*, & un grand nombre d'autres élémens nécessaires par cette méthode, qui en rendent non-seulement la pratique, mais encore la théorie si difficile, qu'il y a peu de personnes assez studieuses pour suivre cette doctrine jusqu'au bout, & ceux qui voudront s'en convaincre n'ont qu'à lire l'Almageste nouveau du P. Riccioli sur cet article.

C'est ce qui m'a obligé de chercher une nouvelle manière de déterminer les mêmes choses, qui fût plus simple dans la pratique & plus facile à entendre. C'est ce que je crois avoir fait, & que je vais tâcher d'expliquer dans ce Mémoire.

Soient (dans la première & dans la seconde figure) deux cercles *ARBM*, qui représentent une section du Globe terrestre par un plan qui passe par son centre *C*, & qui soit perpendiculaire à une ligne droite menée du centre de la terre *C*, au centre du Soleil *S*, qu'on n'a pas pu marquer dans cette figure, non plus que le centre de la Lune *L*, & le nœud le plus proche *N*: c'est pourquoi il faut que le lecteur les supplée, & se ressouviennne que les grandes lettres ou majuscules *SLN*, qui ne sont point marquées ici, sont *S*, le centre du Soleil, *L*, celui de la Lune, & *N*, le nœud le plus proche du Soleil ou de la Lune, ou l'intersection du plan de l'écliptique & de l'orbite de la Lune dans le Ciel de la Lune.

On suppose qu'il y a trois lignes droites menées du centre *C* de la terre, l'une au centre du Soleil *S*, l'autre au centre de la



Lune  $L$ , & la troisième au nœud  $N$ , il est évident que ces trois lignes perceront la surface du globe terrestre en trois points. Le point où la ligne  $CS$  perce ce globe, est marqué par la lettre  $s$ , en petite lettre; le point où la ligne  $CL$  le perce, est marqué par la lettre  $l$ , & enfin le point où la ligne  $CN$  le perce, est marqué par la lettre  $n$ ; le point  $O$  est le lieu où l'observateur est situé, à l'instant pour lequel on fait le calcul.

Ainsi tous ces points  $O, l, s, n$ , sont supposés sur la surface du globe terrestre, aussi-bien que le point  $P$ , qui est le pôle vu du Soleil à l'instant calculé, qui est du côté du point  $R$ , par rapport à l'écliptique  $AB$ , si la déclinaison du Soleil est septentrionale, & au contraire ce point  $P$  sera marqué au-dessous de l'écliptique  $AB$ , ou du côté du point  $M$ , si la déclinaison du Soleil est méridionale, de sorte que tous ces points  $O, P, l, s, n$ , ne sont pas sur le plan du cercle  $ARBM$ , comme ils sont représentés ici, mais élevés sur la surface de l'hémisphère de la terre, éclairé du Soleil, ainsi la ligne  $Cs$ , est une portion de la ligne  $CS$ , menée du centre de la lettre  $C$  au centre du Soleil  $S$ , perpendiculaire au plan  $ARBM$ , égale au demi-diamètre de la terre, & ce point  $s$  doit être supposé perpendiculairement élevé au-dessus du point  $C$ : mais comme il a fallu faire paroître ces deux points, on a été obligé de placer le point  $s$  un peu au-dessous de  $C$ , comme si l'œil du spectateur étoit un peu plus proche du point  $R$  que le centre  $C$  de la terre. L'arc de grand cercle  $AB$ , représente ici la section du plan de l'écliptique & du globe terrestre. Le point  $A$  est à l'Orient, & le point  $B$  à l'Occident. La ligne  $nl$  est la section du plan de l'orbite de la Lune (que l'on considère ici comme un grand cercle) & du globe de la terre, par conséquent le point  $n$ , où ces deux plans s'entrecoupent sur la terre, sera la projection du nœud  $N$ , en sorte que si la ligne droite  $Cn$  étoit prolongée jusqu'au ciel de la Lune, elle iroit rencontrer le nœud dans ce ciel. Si l'on suppose donc que l'on fasse passer trois arcs de grands cercles par les trois points  $n, s, l$ , ces trois arcs formeront un triangle sphérique sur la surface



surface de la terre, semblable au triangle sphérique  $SNL$  dans le ciel de la Lune, enforte que ceci est une espece de projection du triangle  $SNL$  du ciel de la Lune sur le globe terrestre.

Le point  $S$  du centre du Soleil est différent du point  $S$  qui est dans le ciel de la Lune, le Soleil étant beaucoup au de-là du ciel de la Lune : mais on prend ici pour  $s$  le point où la ligne menée du centre de la terre au centre du Soleil traverse le ciel de la Lune. L'arc de grand cercle  $RPM$ , qui est représenté ici comme une ligne droite, est un méridien qui passe par conséquent par les deux poles du monde, dans le plan duquel est le Soleil : c'est le meridian du lieu qui a le Soleil à son zénith à l'instant du calcul.

Voici en quoi consiste la méthode que l'on va expliquer. Comme toute la question de la méthode inverse du calcul des éclipses de Soleil consiste à trouver sous quel angle un observateur situé en un point  $O$  où l'on voudra sur la surface de la terre, voit la distance des centres du Soleil & de la Lune dans un tems donné (car lorsque cet angle est égal à la somme des demi-diametres du Soleil & de la Lune, c'est le commencement ou la fin de l'Eclipse; & lorsque cet angle est égal à la différence des mêmes demi-diametres, c'est l'immersion ou l'émerision, & ainsi des autres phases) : il n'est donc question que de trouver la longueur des trois côtés du triangle rectiligne  $SOL$ , par le moyen desquels on trouve la grandeur de l'angle  $SOL$ , fait par deux rayons visuels menés de l'œil de l'observateur, l'un au centre du Soleil, & l'autre au centre de la Lune; & pour avoir ces côtés, il faut tirer des parallaxes horizontales du Soleil & de la Lune, connues par les tables astronomiques, les distances  $CS$  &  $CL$  du centre  $C$  de la terre aux centres  $S$  &  $L$  du Soleil & de la Lune, ce qui est facile. On aura donc par le moyen des parallaxes horizontales du Soleil & de la Lune, les distances  $CS$  &  $CL$ , & par le moyen du triangle sphérique  $snl$  (c'est-à-dire des deux côtés  $sn$ ,  $ln$ , distances du nœud au Soleil & à la Lune) & de l'angle  $snl$  de l'écliptique avec l'orbite de la Lune, on

Fig. 1.  
& 21

aura l'arc  $sl$ . Or dans le triangle rectiligne  $SCL$ , connoissant les deux côtés  $SC$  &  $CL$ , & l'angle compris  $SCL$ , mesuré par l'arc  $sl$ , on aura le troisieme côté  $SL$ , distance rectiligne du centre du Soleil au centre de la Lune. Cette distance  $SL$  est déjà un des trois côtés du triangle rectiligne  $SOL$ , que nous cherchons.

Pour avoir les deux autres côtés de ce triangle, sçavoir  $OS$  &  $OL$ , dont le premier est la distance de l'œil de l'Observateur  $O$ , au centre du Soleil  $S$ , & le second est la distance du même point  $O$ , au centre de la Lune  $L$ , on trouvera premierement l'arc  $OS$ , du triangle sphérique  $OPs$ , qui sera la mesure de l'angle  $SCO$ , du triangle rectiligne  $SCO$ , dont un des côtés est  $SC$ , distance du Soleil au centre de la terre déjà connue. Le second côté est  $OC$ , demi-diametre de la terre, & l'angle compris  $SCO$ , est mesuré par l'arc  $OS$ ; on aura donc le troisieme côté  $OS$ , distance de l'œil de l'observateur au centre du Soleil.

Il reste à trouver le troisieme côté  $OL$ , distance de l'œil de l'observateur  $O$ , au centre de la Lune  $L$ , & pour cela on a la distance  $OC$  demi-diametre de la terre connu, on a la distance  $CL$  du centre de la terre à la Lune aussi connue par la parallaxe horisontale de la Lune; enfin on aura l'angle  $OCL$ , mesuré par l'arc  $Ol$ , connu par la méthode que nous allons expliquer; on aura donc le côté  $OL$ , distance de l'œil de l'observateur à la Lune. Ainsi l'on connoîtra les trois côtés du triangle rectiligne  $SOL$ , & par conséquent on trouvera aisément par la Trigonométrie rectiligne, l'angle  $SOL$ , qu'on cherchoit.

Mais ceci s'entendra mieux en en faisant l'application à quelques exemples.

*Calcul de la distance des centres du Soleil & de la Lune dans l'Eclipse de Soleil prochaine, du 22 May 1724 à 6 heures 58' 0" du soir, tems vrai à Paris à l'Observatoire.*

1°. Il faut d'abord trouver la distance de la Lune au nœud  
 $ln = 7^d 0' 23''$ .

La distance du Soleil au nœud  $sn = 6^d 10' 7''$ .

Et l'angle compris  $snl$ , de . . . . . 5 17 0.

On trouvera le troisieme côté  $sl$ , de 1 2 0.

2°. Il faut ensuite l'angle  $ns l$ , en faisant

Comme le sinus de  $sl$  . . . . .  $1^d 2' 0''$ .

Au sinus de  $snl$  . . . . . 5 17 0.

Ainsi le sinus de  $ln$  . . . . . 7 0 23.

Au sinus de  $ns l$  de . . . . . 38 31 21.

Ou son supplément. . . . . 141 28 39.

Mais  $nsP$  est de . . . . . 101 38 28.

Donc  $Ps l$  sera de . . . . . 39 50 11.

Cet angle  $nsP$ , est le supplément à  $180^d$  de l'angle de l'écliptique avec le méridien vers l'orient.

3°. Il faut à présent calculer le triangle sphérique  $OSP$ ; afin d'avoir la parallaxe  $Os$ , du lieu  $O$ , & l'angle parallactique  $OsP$ .

Dans le triangle  $OsP$ , on connoît

Le côté  $OP$ , de  $41^d 9' 50''$  compl. de l'élévation du Pole.

Le côté  $Ps$ , de  $69^d 28' 10''$  compl. de la déclinaison du Soleil.

Et l'angle compris  $OPs$ , de  $104^d 30' 0''$ .

Cet angle  $OPs$ , est la distance de l'instant proposé à midi, réduite en degrés à raison de 15 degrés par heure. Ce troisieme côté  $Os$ , se trouvera de  $83^d 42' 14''$ .

4°. Il faut ensuite trouver l'angle  $OSP$ , en faisant

A a ij

Comme le sinus de  $OS$  . . . . .  $83^d 42' 14''$ .

Au sinus de  $OPs$  . . . . .  $104 30 0$ .

Ainsi le sinus  $OP$  . . . . .  $41 9 50$ .

Au sinus de  $OsP$ , de . . . . .  $39 52 30$ .

Mais  $PsI$ , est de . . . . .  $39 50 11$ .

Donc  $osl$ , fera de . . . . .  $0^d 2' 19''$ .

5°. A présent dans le triangle sphérique  $OsI$ , on connoît le côté  $Os$ , de . . . . .  $83^d 42' 14''$ .

Le côté  $sl$ , de . . . . .  $1 2 0$ .

Et l'angle compris  $osl$ , de . . . . .  $0 2 0$ .

Il faut trouver le troisieme côté  $ol$ , de  $82^d 40' 14''$ .

6°. Il faut ensuite calculer le triangle rectiligne  $SCL$ , dans lequel on connoît le côté  $SC = 206264670327177$  qui est ( $a$ ).

Le côté  $CL = 55.84684.75429 = b$ .

Et l'angle compris  $SCL =$  à l'arc  $sl$ , de  $1^d 2' 0''$ .

Il faut trouver le troisieme côté  $SL = x$ .

Le sinus complément de  $1^d 2' 0''$  est  $99983.73725 = s$ .

Formule  $x = \sqrt{aa + bb - \frac{2abs}{r}}$ .

L'on trouvera  $x = 205706292921118 = SL$ .

7°. Il faut après cela calculer le triangle rectiligne  $OCS$ , afin d'avoir le côté  $OS$ , distance de l'Observateur au Soleil.

Dans le triangle  $OCS$ , on connoît

Le côté  $CS$  de  $20626.46703.27177 = a$ .

Le côté  $OC$  de  $1.00000.00000 = b$ .

Et l'angle compris  $OCS =$  à l'arc  $Os$  de  $83^d 42' 14''$ .

Il faut trouver le troisieme côté  $OS$ .

Le sinus compl. de  $83^d 42' 14''$  est  $10966.68468 = s$ .

Formule  $x = \sqrt{aa + bb - \frac{2abs}{r}}$ .

D'où l'on tirera  $x = 2062.63573.898202 = OS$ .



8°. Il faut à présent calculer le triangle rectiligne  $OCL$ , afin d'avoir le côté  $OL$ .

Dans ce triangle  $OCL$ , on connoît

Le côté  $CL$ , de 55. 84684. 75429 =  $a$ .

Le côté  $OC$ , de 1. 00000. 00000 =  $b$ .

Et l'angle compris  $OCL$  = à l'arc  $Ol$ , de  $82^d 40' 14''$ .

Il faut trouver le troisieme côté  $OL$ .

Le sinus compl. de  $82^d 40' 14''$  est 12757. 43288 =  $s$ .

Formule  $x = \sqrt{aa + bb - \frac{2abs}{r}}$ . On trouvera

$x = 557280999792 = OL$ .

9°. Nous avons donc enfin le triangle rectiligne  $SOL$ , dans lequel on connoît les trois côtés, sçavoir

Le côté  $OS$ , de 206263573898202 =  $a$ .

Le côté  $OL$ , de 557280999792 =  $b$ .

Et le côté  $SL$ , de 205706292921118 =  $c$ .

Il faut trouver l'angle  $SOL$ .

Formule  $s = \frac{aa + bb - cc \times r}{2ab}$ .

Donc  $s = 99999. 99594$  sinus compl. de  $0^d 0' 59''$ .

La grandeur de l'Eclipse sera donc de 11 doigts  $58'$ .

L'on trouvera le commencement de cette Eclipsé par la même méthode à . . . .  $5^h 57' 0''$ . du soir tems vrai.

Le milieu à . . . . .  $6^h 58' 0''$ .

La fin à . . . . .  $7^h 47' 25''$ .

Les cornes du Soleil seront horisontales à  $6^h 58' 0''$  du soir, qui sera aussi l'instant du milieu de l'Eclipsé.

10°. Pour avoir la grandeur de l'Eclipsé par le moyen de la distance des centres du Soleil & de la Lune à l'instant du milieu de l'Eclipsé qu'on vient de trouver de  $59''$ , il n'y a qu'à substituer 59 au lieu de  $y$  dans cette formule

$z = \frac{6d + 6r - 6y}{r}$  où  $d$  est le demi-diametre de la Lune,  $r$  est le demi-diametre du Soleil =  $950''$ , &  $z$  est le nom-

bre des doigts éclipsés que l'on cherche. Faisant la substitution, on trouvera  $z = 11$  doigts  $57' \frac{1}{4}$ .

On peut calculer une Eclipsé par cette méthode, mais le calcul en est fort long ; c'est pourquoi je ne le propose ici que pour des cas importants qui demandent une extrême précision, comme dans cet exemple où il s'agit de décider si une Eclipsé sera totale ou non. Mais pour la pratique ordinaire, nous en allons donner un autre qui n'est guère moins exacte, & dont le calcul est beaucoup plus court, & c'est la méthode dont je me sers ordinairement & qui me paroît, à tout prendre, la meilleure de toutes dans la pratique. Il n'y a que deux triangles sphériques & un triangle rectiligne à calculer pour avoir la distance des centres du Soleil & de la Lune dans un instant donné.

Cette méthode suppose la projection de Kepler, qui est enseignée dans la plupart des tables astronomiques modernes, entr'autres dans celles de M. de la Hire, & encore expliquée beaucoup plus au long dans celles de feu M. Cassini : mais comme celles-ci n'ont pas été imprimées, & qu'elles ne sont entre les mains que d'un petit nombre de personnes qui les ont manuscrites, nous renvoyons le Lecteur à celles de M. de la Hire.

Voici en quoi consiste cette méthode.

Fig. 1.  
& 2.

Si l'on suppose que dans la première & dans la seconde figure le globe terrestre soit représenté, ou plutôt sa moitié éclairée par le Soleil à l'instant pour lequel on fait le calcul, & qu'on regarde, comme a fait M. de la Hire, la distance du Soleil à la terre comme infinie, en supposant sa parallaxe horizontale nulle ou égale à 0, ce qu'on peut supposer sans erreur considérable, cette parallaxe n'étant que de  $10''$ , il y aura toujours la moitié de la superficie de la terre qui sera éclairée du Soleil, & toutes les lignes menées du centre du Soleil à tel point qu'on voudra de l'hémisphère éclairé de la terre ; seront toutes parallèles entr'elles, & à la ligne  $SC$ , menée du centre du Soleil au centre de la terre. Supposons que le cercle  $BRAM$  soit un plan diamétral qui sépare l'hémisphère

éclairé de l'hémisphère ténébreux de la terre, ce plan sera perpendiculaire à la ligne *SC*, qui joint les centres du Soleil & de la terre.

Si l'on ne veut pas négliger la parallaxe horizontale du Soleil, le plan *BRAM* ne passera pas précisément par le centre de la terre, & en sera éloigné d'une ligne droite qui sera au rayon du Globe terrestre, comme le sinus de 10 secondes au sinus total, & l'hémisphère éclairé sera un peu moindre que l'hémisphère ténébreux, & le cercle *BRAM* aura pour rayon une ligne qui sera au rayon du globe terrestre, comme le sinus complément de la parallaxe horizontale du Soleil, ou de 10" au sinus total, ce qui est facile. Mais pour expliquer ceci avec plus de facilité, nous supposons que ce plan passe précisément par le centre de la terre, & que le rayon de ce cercle est égal à celui de la terre.

Supposons, pour aider l'imagination, que le globe terrestre est une sphere de verre, creuse & transparente, sur la surface de laquelle soit situé l'observateur au point *O*, & que le plan diamétral *BRAM* est opaque & blanc, si l'on veut, il est évident que tant que cet observateur sera situé sur l'hémisphère de la terre, éclairé du Soleil, qu'il jettera son ombre sur ce plan opaque, nous ne considérons cette ombre que comme un point, par rapport à toute la terre; & comme dans les Eclipses du Soleil, la Lune n'est jamais fort éloignée de la conjonction, & qu'elle est aussi un corps opaque, il s'ensuit que l'ombre de la Lune arrivera jusques sur le plan de projection *BRAM*, puisque le globe terrestre étant supposé transparent, il n'empêchera point cette ombre de se marquer sur ce plan, & cette ombre sera un cercle. Or la distance du centre de ce cercle ou de cette ombre à l'ombre de l'observateur, fera connoître assez précisément sous quel angle l'observateur verra la distance des centres du Soleil & de la Lune, puisque si le centre de l'ombre de la Lune tomboit sur l'ombre de l'observateur, cet observateur verroit l'Eclipse centrale; & si la distance de l'ombre de l'observateur au centre de l'ombre de la Lune étoit égale à la somme des demi-



diametres du Soleil & de la Lune, cet observateur verroit le commencement ou la fin de l'Eclipse, & ainsi des autres phasés. Toute la question se réduit donc à sçavoir à chaque instant quelle sera la distance des deux ombres mesurée par une ligne droite sur le plan de projection, sçachant combien le rayon de ce cercle vaut de minutes & de secondes dans une sphere dont le rayon est égal à la distance qu'il y a du centre de la terre au ciel de la Lune.

Pour faire ce calcul par cette seconde méthode, après avoir trouvé l'angle sphérique  $osl$ , comme il est enseigné dans l'article 4 du calcul précédent, au lieu de suivre l'article 5, on cherchera le rapport des deux côtés  $os$ ,  $sl$ , du triangle rectiligne  $osl$ , qu'on imagine tracé sur le plan de projection, car il est clair que ces deux lignes droites sont égales aux sinus des arcs correspondants  $os$ ,  $sl$ , & que l'angle rectiligne que font entr'elles ces mêmes droites est égal à l'angle sphérique  $osl$  qu'on a déjà trouvé, à cause que le plan de projection est perpendiculaire à la commune section  $SC$  de tous les cercles qui se coupent au point  $C$ , mais la droite  $OS$  est le sinus d'un arc de  $83^{\circ} 42' 14''$  dans une sphere dont le rayon est celui de la terre, au lieu que la droite  $sl$  est le sinus d'un arc de  $1^{\circ} 2' 0''$  dans une sphere dont le rayon est la distance de la terre à la Lune; ainsi pour avoir le rapport des deux lignes droites  $OS$ ,  $sl$ , il faut les réduire à une même sphere, c'est ce qu'on appelle la *réduction*; or on sçait que le rayon entier de la terre ne soutient dans la sphere de la Lune qu'un arc égal à la parallaxe horisontale de la Lune qui est en cet exemple de  $1^{\circ} 1' 23''$ , ou de  $3683''$ ; on fera donc cette analogie.

Comme le sinus total a  $3683''$  demi-diametre de la projection, vû de la Lune.

Ainsi le sinus de  $OS$ ,  $83^{\circ} 42' 14''$  au sinus de  $OS$ , réduit au ciel de la Lune de  $3661''$ , ou de  $1^{\circ} 1' 1''$ .

On connoît donc à présent dans le triangle rectiligne  $osl$ ;

Le côté  $OS$ , réduit de . . . . .  $3661''$ .

Le côté  $sl$ , de . . . . .  $3720''$ .

Et l'angle compris  $osl$ , de  $2^{\circ} 19''$ .

On



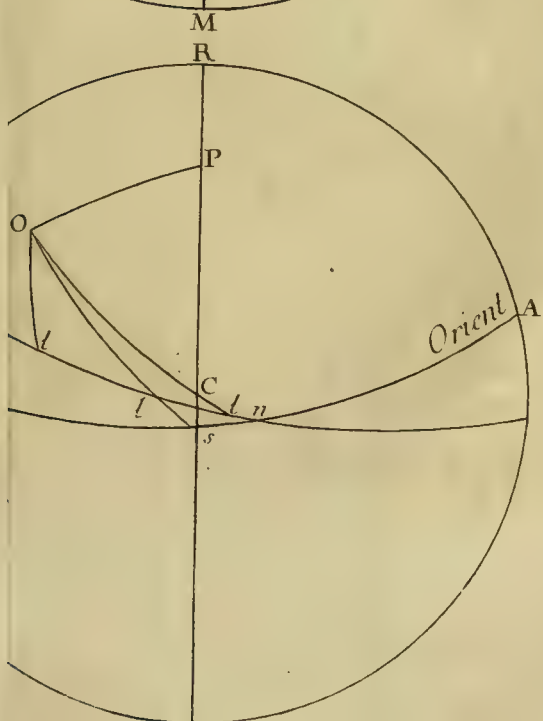
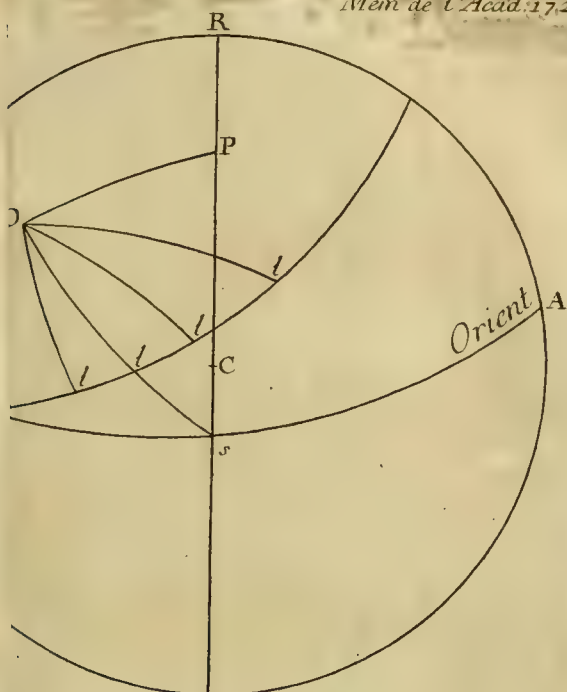


Fig 1

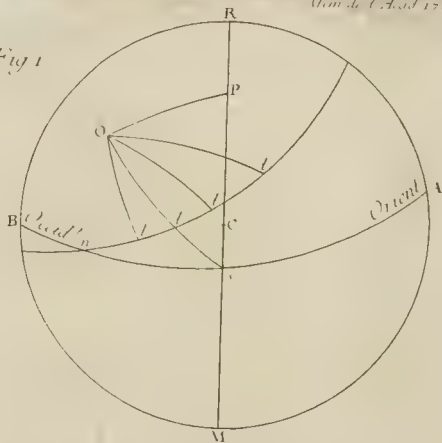
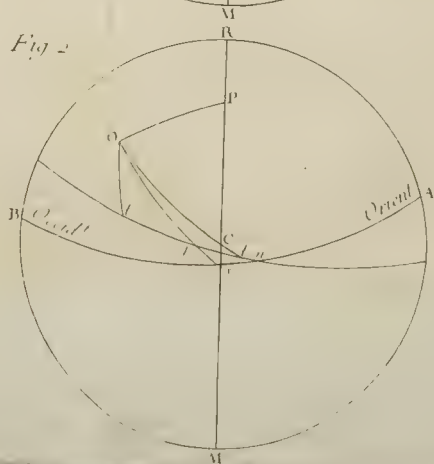


Fig 2



On trouvera donc le troisieme côté *Ol* de 59", précisément comme on avoit trouvé par la premiere méthode.

Nous renvoyons le lecteur aux tables de M. de la Hire, pour ce qui s'appelle la correction de la pénombre, où cela se trouve expliqué.

Pour trouver l'instant où les cornes du Soleil éclipsé seront dans une ligne horisontale, il est clair que cela arrivera lorsque les centres du Soleil & de la Lune seront dans un même vertical, c'est-à-dire, lorsque les trois points *ols* ne font qu'un même arc de cercle, ou que l'angle *Ol* est de 180°. On pourroit trouver aussi quand est-ce que les cornes du Soleil feroient verticales; ce qui arrive lorsque les centres du Soleil & de la Lune sont dans un même almucantarar, ou cercle de hauteur: mais le calcul m'en a paru trop long par rapport au peu d'utilité que l'on en peut retirer.

## N O U V E L   E X A M E N D E S E A U X   D E   P A S S Y,

*Avec une methode de les imiter, qui sert à faire connoître  
de quelle maniere elles se chargent de leur Minéral.*

Par M. GEOFFROY le Cadet.

**L'**USAGE des eaux minérales & ferrugineuses pour la guérison de plusieurs maladies opiniâtres qui viennent d'obstructions, a fait regarder comme une découverte très-importante les sources des eaux de Passy. Leur proximité de Paris, qui fait qu'on les peut avoir toujours nouvelles, & leur situation dans un lieu agréable, où l'on peut se transporter commodément, augmentent encore le prix d'un pareil secours.

On s'est servi pendant très-long-tems avec succès de la premiere source de ces eaux, qui passent à présent sous le

*Mem. 1724.*

B b

194 MEMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE  
nom d'*anciennes*, quoiqu'elles fussent alors dans un état assez  
négligé, & qu'elles soient encore moins actives que celles  
qu'on a découvertes depuis.

Il y a six ans que M. l'Abbé le Ragois découvrit dans une  
maison qu'il a à Passy, environ deux cens pas au-dessus des  
anciennes eaux, trois sources minérales de différent degré,  
mais supérieures en force à celles qu'on connoissoit depuis  
long-tems.

Cette découverte intéressant le public, la Faculté de Méde-  
cine nomma des personnes de mérite pour en faire l'examen,  
qui a été exposé à la Compagnie par un des Académiciens qui  
s'étoit trouvé du nombre des députés; & les bons effets de  
ces eaux leur ont donné depuis ce tems-là une grande  
vogue.

Tout nouvellement un voisin du S<sup>r</sup>. Abbé le Ragois, dont  
le jardin est contigu au sien & à la maison au-dessus, en re-  
montant le côteau, vient de découvrir quatre sources d'eaux  
minérales. La fouille qu'a fait ce voisin, nommé M. Guichou,  
pour trouver ces eaux, a fort préjudicié aux sources de l'Abbé  
le Ragois. Elles ont d'abord été tarées, & ce n'est qu'en fouil-  
lant de nouveau que ledit S<sup>r</sup>. Abbé en a retrouvé une nou-  
velle, qui n'est point inférieure à celle qu'il avoit précédem-  
ment, & plus bas il a creusé un puits dont l'eau est encore  
minérale.

Il est survenu entre les parties, pour la possession de ces  
eaux, des contestations, dont le Conseil a pris connoissance.  
Son autorité est ici nécessaire, pour empêcher que l'animo-  
sité, suite trop ordinaire des procès, ne nuise à ces sources  
par des fouilles faites indiscretement de part ou d'autre, & ne  
prive la capitale du Royaume d'un secours si important qui  
se trouve à sa porte.

La Cour a nommé pour Commissaires en cette partie M.  
d'Ombreval, Lieutenant-Général de Police, & M<sup>rs</sup>. Terret  
& Falconnet, Medecins du Roi, par lesquels j'ai été choisi  
avec M. Bardon, pour faire les expériences nécessaires à l'ex-  
amen, tant des nouvelles sources découvertes par le S<sup>r</sup>. Gui-



chiou , que de celle que le St. Abbé le Ragois a recouvrée après la perte des siennes.

Avant que d'entrer dans le détail de cet examen , je crois qu'il est à propos de donner une idée du sol de Passy , qui produit ces eaux salutaires.

Outre la pierre , les glaïses , les sables , les mines de fer qui forment différens bancs diversément colorés , & que l'on distingue aisément dans toute la côte de Passy , il s'y trouve des marcassites ou pyrites en abondance , qui n'ont pas été omises par ceux qui ont eu à traiter de ces eaux minérales. Ils ont fort bien reconnu de quelle importance étoient ces sortes de matieres par rapport à la vertu des eaux de Passy.

Une chose que j'ai observée de plus , c'est que le terrain abonde aussi en morceaux de talc ou gypse de figures assez régulières , qui se trouvent répandus dans les glaïses de ce côteau.

Ces pieces de talc sont claires , transparentes , en forme de prismes obliques terminés par dix faces , dont les opposés sont parallèles , sçavoir deux à chaque bout , & six dans la longueur , deux desquelles sont beaucoup plus larges que les quatre autres.

Les plus grands morceaux ont environ quatre pouces & demi de long sur près d'un pouce & demi de large , & cinq à six lignes d'épaisseur.

La régularité de leur figure est quelquefois interrompue par la naissance d'autres petites pieces de talc qui s'élèvent au-dessus , & forment des houpes de crystaux talqueux.

On trouve souvent de ces talcs naissans , entremêlés avec des pyrites dans la glaïse. Du tems qu'il y avoit à Passy des tuileries , pour lesquels on tiroit quantité de glaïse , la rencontre de ces pierres de talc étoit plus commune qu'elle n'est aujourd'hui.

Il y a encore dans le sol de Passy une matiere différente de ce que l'on nomme Pyrites , qui est un *Calclitis* naturel , ou mine de vitriol saline. Sa couleur est un mélange de rouge , de jaune & de blanc. Elle fleurit à la maniere des pyrites , & pousse hors d'elle des filets blancs & soyeux.

La seule humidité de l'air suffit pour résoudre les pyrites, & les réduire en poussière. On y remarque alors des grains de vitriol vert tout formé. Elles poussent, en fleurissant, de petits filets salins, & quand on les expose à l'humidité de la cave, elles se résolvent en une liqueur huileuse, qui est une très-bonne eau styptique.

J'ai distillé de ces pyrites dans une cornue assez ample & à un feu très-doux. Il en est sorti d'abord un esprit acide, ensuite une liqueur laiteuse & sulphureuse, & enfin en augmentant le feu, un soufre qui se sublimant, remplit le col de la cornue, & ne diffère en rien du soufre commun.

La description que je viens de donner des différens minéraux que renferme le côteau de Passy, fait assez connoître que des eaux qui traversent ces minéraux, & qui s'en chargent à plusieurs reprises, doivent contracter une vertu minérale : aussi dès qu'elles viennent à soudre, se fait-elle assez remarquer à son goût styptique ou astringent. Toutes les eaux de ce canton ne sont pourtant pas minérales, & celles qui en tiennent un peu dans les environs ont un goût différent. Il y en a vers Auteuil qui tirent assez sur le goût des eaux de Pougues & de Spa. J'en ai même trouvé de bitumineuse. Telles sont les eaux d'un puits de Passy dans une maison du Sr. Guichou qui est de l'autre côté de la rue. Elles portent une odeur de pétrole & un goût légèrement bitumineux.

Cette eau est très-légère, & ne donne par les essais aucun indice sensible de mineral. On peut attribuer ce goût à des terres bitumineuses, pareilles à celles qu'on a trouvées auprès de l'Observatoire, qui étant brûlées, répandent un odeur de pétrole.

En examinant les nouvelles eaux de Passy depuis le dernier changement qui leur est arrivé, j'en ai fait la comparaison avec les anciennes eaux qui sont les premières connues ; je me suis servi dans cet examen de trois moyens, qui sont :

1.<sup>o</sup> Le changement de couleur qui leur arrive par le mélange de la noix de galle & la teinture de violettes.

2.<sup>o</sup> La comparaison de leur poids en pareil volume, par

rapport à l'eau commune, ou à l'eau distillée.

3.<sup>o</sup> Les résidences que déposent ces eaux par la précipitation & par l'évaporation.

Je ne puis me dispenser de rapporter ici le détail de ces essais, parce qu'il est absolument nécessaire pour juger de l'exactitude avec laquelle mes eaux minérales artificielles imitent les naturelles. Mais sans rien omettre d'essentiel, je ferai ce détail si succinctement, que j'espère qu'il ne fatiguera point.

Voici ce que m'a donné le premier essai fait sur ces eaux fraîchement puisées. En versant sur un verre d'eau de la fontaine de l'Abbé le Ragois, contenant environ six onces, le poids d'un grain de noix de galle de bonne qualité, mise en poudre fine, l'eau a été environ demi-heure à se colorer, & a pris une teinture de violet-clair, qui se fonçant peu-à-peu, tire sur le bleu d'azur, sans aucun mélange de rouge. L'épreuve a tenu pendant quatre heures sans que la liqueur se soit troublée, ni qu'il se soit rien précipité au fond du verre, la couleur a seulement paru d'un bleu plus foncé. La précipitation du minéral se fait si doucement & si lentement, qu'au lieu de tomber tout entier au fond du verre, il se dépose en partie autour des parois. Cette précipitation n'est jamais entière, tant cette eau est d'une bonne tenue, puisqu'elle conserve toujours sa teinture bleue, comme je l'ai observé, après l'avoir laissée plus de huit jours en expérience.

L'eau de la première des quatre sources du St. Guichou, qui est, comme je l'ai remarqué, la plus forte, éprouvée de la même manière par la noix de galle, n'a été qu'un bon quart d'heure à se colorer : mais du reste elle a pris des teintes si semblables à celles de la fontaine de l'Abbé le Ragois, qu'étant ensemble en expérience, on avoit de la peine à les distinguer. Elle a aussi la même tenue que la précédente.

On a fort bien observé que plus une eau est de tems à prendre couleur, plus marque-t-elle que le minéral qu'elle contient lui est intimement uni, qu'il est mieux dissout, plus fin, plus léger, & que l'eau qui s'en est chargée, n'est point



affoiblie par le mélange d'une eau douce étrangere. Cette couleur bleue qui lui est particuliere, est encore une preuve de la ténuité des parties de son minéral ; aussi pour peu qu'on y ajoûte d'eau commune en l'essayant, elle se colore plus vite, & prend une teinture rougeâtre, tirant sur le pourpre, qu'on peut encore affoiblir, en continuant d'y ajoûter de l'eau ; car alors elle passera par toutes les nuances jusqu'à la couleur de pelure d'oignon. C'est en cela que la fontaine de l'Abbé le Ragois a quelque supériorité sur la premiere source du S<sup>r</sup>. Guichou. C'est aussi par la même raison que les eaux de ces deux fontaines, gardées dans un lieu frais, s'y conservent très-long-tems sans perdre leur vertu, & qu'au bout de cinquante jours la noix de galle les teint encore en bleu, quoique d'une maniere plus prompte & plus foible. Il faut même une quantité considérable d'eau commune pour en affoiblir la couleur au point de celle qui est ordinaire aux autres eaux. Par exemple, pour leur faire prendre la même teinte que les anciennes eaux de Passy, j'ai été obligé de mettre jusqu'à dix-huit gros d'eau commune sur un simple gros & demi de l'eau de l'Abbé le Ragois. Il falloit un quart de gros de plus de l'eau de la premiere source du S<sup>r</sup>. Guichou, pour produire le même effet, ce qui n'est pas une différence considérable.

Comme la seconde source du S<sup>r</sup>. Guichou est plus foible que celle dont nous venons de parler, l'eau est aussi-bien moins de tems à se teindre avec la noix de Galle, elle passe du rouge à l'améthyste avant que de prendre la teinture bleue des autres, & le précipité s'en fait plus vite.

La troisieme & la quatrieme source dégénérant encore de la vertu de la seconde, la noix de galle en teint l'eau tout d'abord d'une couleur rougeâtre qui passe ensuite au violet pourpre, mais qui s'affoiblit par la quantité de sédiment que ces eaux déposent.

L'eau du puits de l'Abbé le Ragois se colore aussi très-promptement, passe du rouge au violet foncé, puis redevient rougeâtre, lorsqu'elle commence à déposer. Le minéral y est abondant à la vérité : mais si grossier & si pesant qu'il se



précipite totalement en huit ou neuf heures, & ne laisse plus à l'eau aucune teinture, ce qui est particulier. L'eau de ce puits, aussi-bien que celle des trois dernières sources du Sr. Guichou, ne conservent pas long-tems leur vertu, ce qui s'apperoit aisément par la dégradation des couleurs qui leur arrive d'un jour à l'autre, en les essayant, & qui s'efface à la fin tout-à-fait. Ces trois dernières ne peuvent se garder que trois jours au plus; car en les essayant par la noix de galle, le quatrième jour elles n'ont pris aucune teinture, & celle du puits, gardée jusqu'au sixième, se coloroit encore, quoique très-faiblement : mais le septième elle a cessé entièrement de le faire.

Les anciennes eaux de Passy sur lesquelles j'ai fait les mêmes essais, consistent en deux puits, à l'un desquels on a donné le nom d'eau ferrée, & à l'autre celui d'eau soufrée. Ces eaux se teignent promptement d'une couleur rougeâtre obscure, tirant sur le pourpre, avec cette petite différence que la première donne une teinture un peu plus foncée. La précipitation s'en fait en six heures; elles ne peuvent se garder que deux jours; car dès le troisième elles ne tiennent plus l'épreuve de la noix de galle. Ces dernières eaux n'altèrent presque point la teinture de violettes, au lieu que toutes les autres prennent avec cette teinture une couleur verdâtre plus ou moins foncée selon leur gradation qui marque qu'elles tiennent un peu d'une matière alkaline.

Pour comparer le poids de ces différentes eaux avec celui d'un pareil volume d'eau commune, je me suis servi de l'aréomètre ou pese-liqueurs de feu M. Homberg, & j'ai observé de faire mes pesées promptement & dans le même endroit, pour éviter les variations qui peuvent survenir pendant cet essai par différentes dilatations ou condensations qu'éprouvent les liqueurs ou le vaisseau lui-même, suivant les différentes températures de l'air.

Le 16 Septembre dernier que j'ai fait cet essai, l'eau de rivière, tirée d'une fontaine sablée, & l'eau distillée éprouvée par le même aréomètre, se sont trouvées également du poids d'une once trois grains.

L'eau de la fontaine de l'Abbé le Ragois, & celles des deux premières sources du S<sup>r</sup>. Guichou ont surpassé ce poids de deux grains seulement. Celle du puits du S<sup>r</sup>. Abbé le Ragois l'a emporté de trois; celle de la troisième source du S<sup>r</sup>. Guichou, & des deux anciennes sources des eaux de Passy ne l'ont emporté que d'un. Enfin la quatrième source du S<sup>r</sup>. Guichou ne s'est trouvée que d'un demi-grain plus pesante.

Quoiqu'en répétant ces expériences, on y trouve de la variété à cause des variations inévitables de la température de l'air en différens tems, ce changement n'empêche point que l'on ne puisse juger par ce moyen de leur pesanteur respective.

Les résidences que laissent ces différentes eaux après l'évaporation, décident plus qu'aucune autre épreuve, de la nature du minéral qu'elles contiennent, & de la proportion selon laquelle elles en sont chargées.

J'ai donc fait évaporer le poids de huit onces de chacune de ces eaux au bain-marie toutes en même tems, en prenant soin qu'elles reçussent également l'impression de la chaleur, & avec la précaution d'en mettre deux essais de chaque espèce pour m'assurer davantage de mes expériences.

Pendant l'évaporation, qui a duré plusieurs jours sans discontinuer, ces eaux ont commencé par se couvrir d'une pellicule, à qui on a donné le nom de *crème*. L'eau du puits de l'Abbé le Ragois est celle qui a fourni la plus forte, & a précipité en même tems une terre pesante, abondante & d'une couleur fort rouge.

Toutes les autres n'ont donné qu'une pellicule très-légère. Après l'évaporation j'ai trouvé les résidences exactement du même poids dans l'un & l'autre de ces deux essais que j'avois mis en expérience pour chaque espèce d'eau, ce qui m'assûroit de l'exactitude de cette évaporation.

J'ai vû par les pesées que l'eau de la fontaine du S<sup>r</sup>. Abbé le Ragois & celle de la première source du S<sup>r</sup>. Guichou, qui par les autres essais se sont déjà trouvées si semblables, ont laissé également le poids de dix-huit grains de résidence. L'eau du puits de l'Abbé le Ragois en a laissé vingt-un grains. Celles de

de la seconde & de la troisième source du S<sup>t</sup>. Guichou n'en ont laissé que quinze ; & celle de la quatrième, le poids de neuf grains seulement. Les anciennes eaux de Passy en ont laissé douze.

En répétant cette évaporation dans les mêmes circonstances , j'ai trouvé beaucoup de variations dans le poids des résidences , ce qui marque que les eaux minérales ne sont pas toujours également chargées de leur minéral , parce qu'en effet elles ne s'en imbibent point par poids & par mesure ; ainsi elles en tiennent tantôt plus , tantôt moins , selon qu'elles ont plus ou moins séjourné parmi ces minéraux , ou selon la quantité qu'elles en ont déposé avant que de sourdre de la terre.

Quant à la nature de ces résidences , ce sont pour la plus grande partie des concrétions talqueuses , fines , légères , cristallines , disposées à peu-près comme de petits flocons de neige. En les regardant au microscope , elles paroissent des assemblages de filets talqueux , de la même configuration que les morceaux de talc dont j'ai parlé , qui se trouvent dans les glaises de Passy. Les figures feront assez connoître les divers arrangemens qu'elles prennent en s'amoncelant. Ces concrétions talqueuses sont quelquefois dorées à leur surface d'une façon assez agréable. Elles tiennent cette couleur d'un soufre métallique , particulier au fer. On ne remarque point de ce soufre doré dans les résidences des anciennes eaux de Passy , ni dans celles de la fontaine de l'Abbé le Ragois , ce qui marque qu'elles en tiennent peu , & qu'elles l'ont déposé auparavant. L'abondance du talc qu'on trouve dans les résidences de toutes les eaux de Passy , leur avoit donné dès le commencement une mauvaise réputation , parce qu'on n'en connoissoit pas la nature ; & en dernier lieu l'Auteur du livre des nouvelles eaux de Passy , comme s'il eût appréhendé de leur faire tort , ne dit pas un mot de ce talc , qui apparemment ne lui sembloit pas pouvoir être interprété en bien.

En effet , bien des gens ont crû , faute de connoître cette matière , que c'étoit quelque résidence ou de plâtre , ou de



202 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
glaise , ou de moilon ; toutes choses qu'ils jugeoient préjudiciables.

Ce talc est pourtant une des meilleures preuves qu'on puisse donner que ces eaux sont vitrioliques , car on ne sçauroit travailler sur le vitriol , le soufre ou l'alun , dont l'acide , comme on sçait , est par-tout le même , que les liqueurs salines qu'on en tire ne laissent de pareilles résidences talqueuses.

Pour peu qu'on y fasse d'attention , on ne manquera point de les observer : par exemple , dans l'opération du sel polychreste , qui est un combiné de soufre & de salpêtre ; dans celle de l'*Arcanum duplicatum* , qui est un mélange de salpêtre avec le vitriol ; & de même dans la précipitation de l'alun par le sel de tartre.

Je ne sçai aucun auteur de chymie qui ait encore reconnu cette sorte de gypse , ni qui ait remarqué que c'étoit une production nécessaire de la décomposition de tout minéral qui tient du vitriol.

J'ai déjà fait observer à la Compagnie , à l'occasion d'une crème argentine que M. Boulduc avoit trouvée sur le filtre , après une précipitation d'alun par le sel de tartre , que cette crème étoit une résidence talqueuse , produite par l'acide du vitriol contenu dans l'alun.

Je reconnus ce même talc , dont la figure étoit très-bien marquée dans des masses crySTALLINES que M. de Jussieu avoit rapportées de St. Bel en Lionnois , & qu'il avoit ramassées au bord des bassins où l'on travaille la mine de cuivre de St. Bel , dont on sépare beaucoup de vitriol.

Les expériences que j'ai faites depuis sur ce minéral , m'ont toutes confirmé la même chose , & me donnent lieu d'assurer que ces résidences crySTALLINES que l'on trouve après l'évaporation des eaux de Passy , sont nécessairement une production de vitriol en quoi elles abondent , & qui leur donne leur vertu.

Outre ces concrétions crySTALLINES dont je viens de parler , on trouve au fond de ces résidences une terre rougeâtre , métallique , ferrugineuse , très-sine , dépouillée d'une autre terre grossière , fort abondante dans le vitriol entier , & que les



eaux minérales déposent plus ou moins sur les différens lits qu'elles parcourent ; ce qui fait leurs différens degrés de pureté & de limpidité.

Je n'ai presque plus trouvé de cristaux de vitriol dans ces résidences, parce qu'outre qu'il est décomposé & déguisé par cette sorte d'analyse, j'ai observé, comme je le vais prouver, qu'une quantité considérable d'eau minérale ne contient que peu de sel acide vitriolique : aussi sur le poids de huit onces à quoi je m'étois borné pour mes évaporations, je n'ai trouvé qu'aux parois du vaisseau un peu de sel qui fleurit tant soit peu, & se résout à l'humidité.

Mais en faisant cette opération sur quatre livre douze onces d'eau, pour avoir une résidence plus considérable par l'évaporation, j'en ai retiré le poids de deux gros qui font cent quarante-quatre grains. Et après l'avoir lexivée, filtrée & évaporée par trois fois, il m'est resté sur le filtre cent deux grains d'une matière qui n'a pû se dissoudre, & dans la capsule où j'ai fait évaporer l'eau filtrée, le poids de quarante-deux grains (non compris ce que le filtre a pû retenir) d'un sel gras, onctueux, qui ne fait d'abord que se coaguler, & qui se cristallise à la longue en forme de sel de Glauber. En effet il en a le goût & les propriétés, ce qui marque que ces eaux doivent emporter avec elles un peu d'une terre analogue à la terre du sel marin. Cette métamorphose des cristaux de vitriol en cristaux de sel de Glauber est très-remarquable, en ce qu'elle arrive naturellement, lorsque l'acide du vitriol étant absolument dépouillé de sa terre martiale, s'unit avec une autre ; de même que nous composons le sel de Glauber, en joignant l'huile de vitriol, qui est son acide le plus pur, avec la terre du sel marin.

Pour éprouver les cent deux grains restans de la matière qui n'a pû se dissoudre, & qui est partie talc vitriolique, & partie terre ferrugineuse, j'en ai calciné dans un creuset, & avec un couteau aimanté j'en ai enlevé de petites parcelles, marque du fer qui y est contenu.

Il paroît par ces preuves & par celles que je vais rapporter,

que ce fer est très-fin, très-dissout & très-débarassé par des filtrations & des dépositions naturelles d'un minéral ferrugineux, pesant & grossier, dont le vitriol abonde. C'est à la délicatesse de ces petites parties ferrugineuses si atténuées, qu'on est redevable des bons effets que produisent ces eaux minérales, pour les obstructions qui causent tant de différentes maladies connues sous le nom de *chroniques*, à cause de leur longueur. En effet, nous voyons que toutes les préparations martiales sont propres en pareil cas à donner du soulagement, & que plus le mars ou le fer en est atténué par l'opération, plus elles sont salutaires. Mais il n'est pas toujours au pouvoir de l'art de subtiliser les parcelles de fer au point que le fait la nature dans les eaux minérales, & c'est ce qui justifie la conduite des Médecins qui les ordonnent; quoique le vulgaire inconsideré la condamne à tort comme une dernière ressource pour se débarrasser de leurs malades, quand ils ne savent plus que leur faire.

Quand on a essayé d'imiter les eaux minérales, en faisant dissoudre du vitriol dans de l'eau commune, pour voir à quelle proportion elles étoient chargées de ce minéral; on n'en jugeoit que par le goût & l'odeur que l'eau commune contractoit après la dissolution, & par la facilité qu'elle avoit de prendre avec la noix de galle une teinture à peu-près semblable à celle des eaux minérales naturelles. On ne faisoit point alors, même dans les eaux naturelles, la distinction des nuances; parce qu'avant la découverte qui se fit il y a quelques années des nouvelles eaux de Passy qui donnent cette belle teinture bleue, on n'avoit point encore eu occasion de l'observer. Pourvu que des eaux teignissent avec la noix de galle d'une couleur pourpre plus ou moins foncée, cela suffisoit. Nous avons pourtant vu quelle attention il faut faire à la nuance des teintes pour juger de la différence des eaux minérales.

Or en mettant seulement le poids d'environ deux grains de vitriol sur une pinte d'eau commune, on lui communique le goût & l'odeur assez pour se faire sentir, & pour prendre

avec la noix de galle la même teinture qu'on remarque aux anciennes eaux de Passy. Il est vrai que cela n'est pas de durée, & qu'afin que cette eau donne encore sa couleur vingt-quatre heures après avoir été faite, il faut qu'elle soit chargée de quatre grains de vitriol. En cet état, si on la laisse déposer naturellement, elle se couvre à sa surface, comme les eaux de Passy, de cette pellicule ou crème dont j'ai parlé, qui est même très-sensible quand l'eau est chargée de six grains.

Ces sortes d'essais ne sont pourtant pas suffisans pour porter un jugement exact de la quantité nécessaire de vitriol que les eaux naturelles peuvent avoir dissout. Car d'un autre côté il faut avoir égard aux résidences qui suivent l'évaporation, & ces eaux imitées n'étant chargées que de six grains de vitriol, ne laissent aucune résidence. Ce n'est qu'en chargeant l'eau commune de dix grains, que j'ai pu avoir quelque résidence sensible sur le poids de huit onces que je m'étois proposé pour mesure dans l'examen des eaux de Passy, afin d'être de la dernière exactitude dans les pesées.

Cette eau ainsi chargée, a déposé pendant cinq jours une terre grossière de couleur jaunâtre, assez abondante, & alors elle a pris avec la noix de galle une couleur pourpre qui est devenue d'un beau bleu, & qui ne fait qu'un précipité assez léger. En gardant cette eau sur son sédiment en un lieu frais & dans une bouteille bien bouchée, elle a teint encore en bleu au bout d'un mois.

Toutes ces circonstances marquent que les eaux naturelles ayant dissout dans la terre une certaine quantité de vitriol, déposent à la longue les parties grossières du mars, puisqu'elle n'en dépose presque plus hors de la fontaine, & que d'ailleurs séjournant toujours sur des matières vitrioliques, elles se rechargent de la partie ferrugineuse la plus subtile à mesure qu'elles se dépouillent de la plus grossière, comme nous le voyons arriver dans nos eaux artificielles.

Ayant pesé le sédiment que cette eau artificielle avoit déposé, je l'ai trouvé d'un peu moins de trois grains. Il ne reste donc que sept grains ou environ de minéral dans une pinte



de cette eau après qu'elle a déposé. J'en ai pris, comme dans mes autres essais, le poids de huit onces, que j'ai mis évaporer : il m'a laissé trois grains de résidence, ce qui doit faire par pinte douze grains de minéral, qui joint aux trois grains de sédiment dont j'ai parlé, font le poids de quinze grains de matière ; quoique je n'aye mis en effet que dix grains de vitriol de mars sur une pinte d'eau commune.

Il s'agissoit de découvrir d'où pouvoir provenir le poids de ces cinq grains d'augmentation.

Je ne pouvois m'en prendre à mes pesées, que j'ai toujours faites avec l'exactitude la plus scrupuleuse. Je n'en soupçonnois point non plus l'eau commune que je prenois très-claire, & sur-tout d'une fontaine sablée. Cependant elle en étoit la seule cause, comme je m'en suis assuré, en faisant évaporer huit onces de cette eau, qui m'ont laissé deux grains de résidence, ce qui monte à huit grains par pinte.

Sur ce pied dix grains de vitriol que j'avois employé, & huit grains de matière dont est chargée l'eau la plus limpide, font le poids de dix-huit grains. Or je n'en ai trouvé que quinze en tout ; j'ai donc perdu trois grains de matière ; diminution dont j'ai aussi cherché la cause. Pour cela j'ai fait dessécher au feu le poids de dix grains de vitriol, qui est ce que j'en avois mis dans ma pinte d'eau artificielle, & j'ai trouvé qu'il étoit diminué de trois grains par le déchet de l'humidité.

Je puis donc répondre après cela que la résidence de mon eau minérale artificielle faite avec dix grains de vitriol sur une pinte d'eau commune, a dû être réellement du poids de trois grains ; aussi l'ai-je toujours trouvée telle après plusieurs répétitions.

Combien donc les eaux minérales naturelles doivent-elles avoir dissout de vitriol pour laisser des douze & dix-huit grains de résidence ?

C'est un détail où je n'entrerai pas pour le présent ; je dirai seulement qu'en chargeant l'eau commune de vingt grains de vitriol, j'en ai trouvé la résidence du poids de six grains.



toute conforme à celle que donnent les eaux minérales. Car on y voit comme dans celles-ci fort distinctement les crystaux talqueux couchés sur la terre rougeâtre & ferrugineuse qui est au fond; & les parois du vaisseau sont tapissées de ces mêmes matieres talqueuses & salines que j'ai déjà fait remarquer avec cette même couleur dorée que donne le soufre métallique du fer.

Comme les eaux naturelles coulent sur des lits de glaise, j'ai crû devoir en joindre au vitriol dans la composition des eaux artificielles; alors j'ai eu une eau minérale, qui s'épurant plus vite & plus parfaitement, est devenue plus claire & plus limpide. Après avoir été gardée sept jours pour lui laisser faire son dépôt, elle a été plus long-tems à prendre couleur comme les fortes eaux de Passy, & une couleur d'un très-beau bleu. Elle s'est colorée jusqu'au vingtième jour: mais la teinture a dégénéré du bleu au rouge; parce qu'ayant mis une once de glaise par pinte, elle a apparemment trop accéléré la précipitation du vitriol. La résidence de cette eau se trouve quelquefois entièrement dépouillée de la terre ferrugineuse qui reste dans l'argile, & ne laisse qu'une concrétion talqueuse, blanche, légère, crySTALLINE, qui compose des feuillets fort minces; d'autres fois cette même résidence ne donne que des houppes soyeuses disposées en croix & en rosettes.

Enfin j'en ai observé où les houppes étoient accompagnées de la terre ferrugineuse que l'on rencontre dans les autres résidences.

Ces différentes concrétions talqueuses que l'on trouve si uniformément dans les résidences, tant des eaux minérales naturelles que des artificielles, sont toutes de la nature du talc ou gypse de Passy.

J'ai essayé de dissoudre ce dernier talc dans de l'esprit de vitriol, il n'y fermente ni ne s'y dissout point d'abord: mais en le tenant long-tems au bain de sable, jusqu'à faire bouillir la liqueur, il se décompose une partie de ce talc qui se reforme de nouveau en aiguilles, telles qu'on les remarque dans les concrétions talqueuses de St. Bel dont j'ai parlé. La même

Ainsi l'on voit que les matieres gypseuses se peuvent extraire & régénérer par les acides pour former de nouveaux embrions de talc, tels que nous les trouvons dans toutes nos résidences des eaux minérales.

## EXPLICATION DES FIGURES.

### PREMIERE PLANCHE.

*Figure premiere* représente le talc naissant comme il se trouve dans la glaise.

*Fig. 2.* représente la coupe de ce même talc naissant, selon la direction de ses lames.

*Fig 3.* représente un morceau de glaise qui renferme plusieurs de ces talcs naissans.

*Fig. 4. 5. 6.* sont des pieces de talc toutes formées, dont l'assemblage représente diverses figures.

*Fig. 7.* est un amas irrégulier de plusieurs pieces de talc réunies ensemble, qui n'ont pu avoir leur accroissement parfait.

*Fig. 8. & 9.* représentent une piece de talc réguliere & bien terminée.

*Fig. 10.* représente une piece de même forme, mais dont la régularité est interrompue par la naissance de plusieurs autres petites pieces de talc.

### SECONDE PLANCHE.

Toutes les Figures marquées 11, représentent différens assemblages de filets talqueux dès leur naissance, que l'on observe tant au microscope qu'à la vûe simple dans les résidences des eaux de Passy & des eaux minérales artificielles faites à leur imitation.

*Fig. 12.* représente un amas de cette même concrétion talqueuse toute formée, vûe au microscope.



OBSERV.

Fig. 2.



3.



Fig. 4.

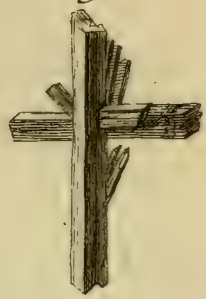


Fig. 5.

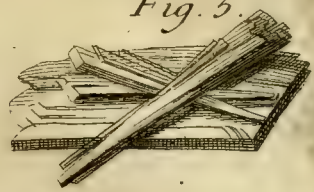


Fig. 6.

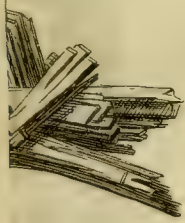


Fig. 7.

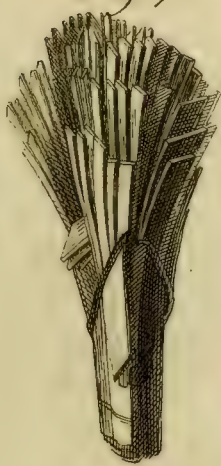
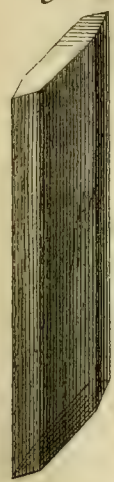


Fig. 8.



9.



Fig. 10.

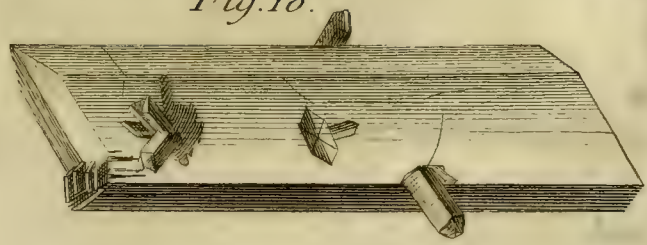


Fig 1



Fig 2



Mém de l'Acad 1724. Pl. 12. pag. 208

Fig 3



Fig 4



Fig 5

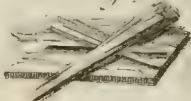


Fig 6

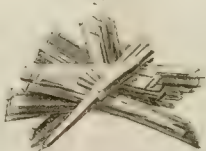


Fig 7



Fig 8



Fig 9



Fig 10



Par M. de la Harpe



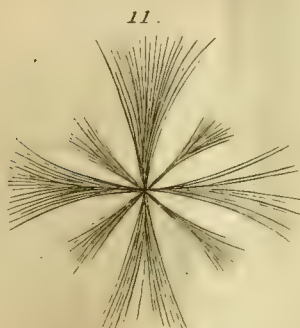
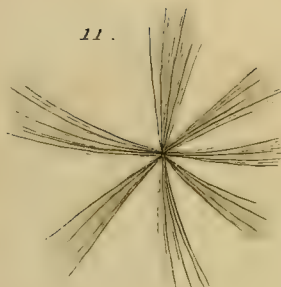
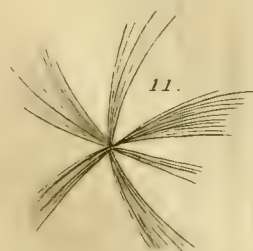
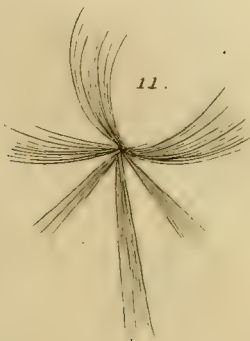


Fig. 12.

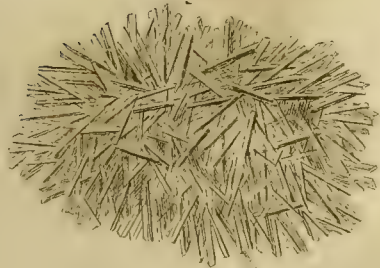


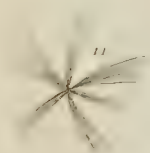
Fig 11



11



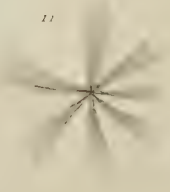
11



11



11



11



11

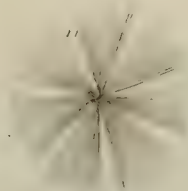


Fig 12



O B S E R V A T I O N S  
SUR QUELQUES OSSEMENTS  
D' U N E

TESTE D'HIPPOPOTAME.

Par M. DE JUSSIEU.

**L**E mérite de l'invention de la saignée attribué à l'Hippopotame, & l'idée qu'il vomissoit du feu, avoit tellement excité la curiosité des Anciens au sujet de cet animal amphibie, que quelques Ediles, qui dans le tems de la République Romaine, avoient voulu mériter les bonnes grâces du peuple, lui en avoient présenté en spectacle. Scaurus fut le premier, à ce que dit Pline, qui en fit paroître aux jeux publics, & long-tems après lui les Auteurs ont remarqué comme un trait de magnificence, que l'Empereur Philippe en eût fait voir plusieurs dans la solennité des jeux séculaires qu'il célébra de son tems.

Les siècles qui depuis lors se sont passés jusqu'à nous, ne nous ayant ni détrompés du merveilleux de cet animal, ni guere mieux instruits de sa figure & de son caractère, nous ne pouvons encore rien ajoûter à ce que Pline en a dit, & nos découvertes ne regardent que son anatomie, & quelques usages des parties les plus solides de son corps.

Quoique Belon nous en ait donné le dessein d'après un qu'il avoit vû en vie à Constantinople, & Fabius Columna d'après un autre qu'il avoit vû en Italie, apporté mort d'Egypte, néanmoins quelque exacts que soient ces deux Auteurs, ils ne sont point assez d'accord sur la configuration de toutes les parties de l'Hippopotame; & si nous n'en avons pas eu dans ces derniers tems de figures exactes d'après la nature, au moins en avons-nous les principales dépouilles dans le sque-

*Mem. 1724.*

*Journal de Trévoux D d*

lete de la tête & des pieds d'un de ces animaux que l'on nous a envoyé du Senegal par ordre de MM. les Directeurs de la Compagnie des Indes.

\* Fig. 1. 2. Le poids de quarante-cinq livres que pèsent les deux mâchoires \* qui forment cette tête ; sa longueur de deux pieds, sa hauteur d'un pied quatre pouces environ du côté de l'occiput, & sa largeur d'un pied & demi du même côté marquent que l'animal auquel elle appartenait étoit prodigieux.

A en juger par son apparence extérieure, elle ressemble en quelque façon au squelette de la tête d'un cheval, à la différence que le museau en est plus évasé \*, les narines plus ouvertes, & qu'elles sont terminées de chaque côté par deux grosses protubérances dans lesquelles sont pratiqués les alvéoles des six dents de devant. La circonférence des narines est de neuf pouces, & celle des deux orbites qui forment deux éminences considérables est de sept pouces ; on en compte dix au moins à chaque ouverture \* formée de chaque côté par la jonction du zygoma avec l'os de la pommette ; ce qui doit faire comprendre que les muscles crotaphites doivent avoir plus d'un demi-pied d'épaisseur, & donner par leur contraction à la mâchoire inférieure, en la serrant, une force extraordinaire.

La figure de la mâchoire inférieure répond assez à celle de la supérieure par sa largeur en devant qui est de huit à neuf pouces sur six de hauteur. Ses deux côtés qui sont terminés par le condyle & l'apophyse coronoïde, sont très-évasés & très-étendus, pour donner plus de force aux muscles crotaphites & masseters. Cette mâchoire enfin est plus massive que la supérieure, parce que les six plus grosses & plus fortes dents de cet animal y sont presque obliquement insérées dans des alvéoles très-profonds.

\* Fig. 3. De ces six dents, les deux du milieu & qui tiennent \* lieu d'incisives, sont placées horizontalement, cylindriques, cannelées, massives d'un pouce & demi de diamètre, & ont quatre

\* Fig. 4. pouces de longueur & six de racines. Celles \* de la mâchoire supérieure auxquelles elles répondent n'ont au contraire pas plus d'un demi-pouce de longueur apparente, & trois de racine sur neuf lignes de diamètre.



Les deux latérales à chacune de ces deux longues de la mâchoire inférieure, & qui tiennent encore lieu d'incisives, ne sont longues tout au plus à l'extérieur que d'un pouce & demi sur un demi seulement de diamètre, & répondent précisément à une semblable de chaque côté de la mâchoire supérieure.

Les deux \* plus considérables, placées chacune à une des extrémités du devant de la mâchoire inférieure en manière de défenses, sont courbées en demi-cercle de même que celles du sanglier, & ont chacune cinq pouces de saillie sur huit de racine qui est très-oblique. Leur forme approche du triangle, dont chaque côté a environ un pouce & demi. Celles \* auxquelles elles répondent, qui sont également courbées & cannelées, n'ont pas plus d'un pouce de saillie & fix de racine. Ces quatre dents des extrémités des mâchoires tiennent la place des canines, & sont par leur jonction, du côté qui est applati, l'office de véritables ciseaux. \*

\* Fig. 5.  
10.

\* Fig. 6.

Celles \* qui sont après celles-ci séparées de ces dernières par un espace de trois pouces, & sont arrangées aux deux côtés du fond de chaque mâchoire, sont au nombre de huit, & sont les molaires, dont les plus grosses ne saillent pas plus d'un demi-pouce, & en ont un & demi d'étendue.

\* Fig. 12

\* Fig. 7.  
7. 7. 8. 9. 9.

Il est surprenant que cet appareil si terrible de dents placées dans une gueule dont l'ouverture est en devant de plus de deux pieds, \* ne répond qu'à un gosier qui n'a pas quatre pieds de circonférence; ce qui est une marque que quelque vorace que soit cet animal, qui est dépeint dans quelques bas reliefs antiques, ayant dans la gueule un crocodile, ne pourroit l'avaler, supposé qu'il s'en nourrisse, qu'après l'avoir bien mâché.

\* Fig. 12

Mais il n'est pas moins difficile de concilier avec la forme de ces mêmes dents l'usage que Pline & les anciens donnent à l'Hippopotame de se repaître de bled dans les champs voisins du Nil.

A l'égard du pied \* que nous avons de cet animal, il est du genre de ceux qui ont des doigts; sa forme d'ailleurs est

\* Fig. 11.  
12. 13.

fort massive, & dans l'état desséché auquel on nous l'a envoyé, la plante ne laisse pas d'avoir neuf pouces d'étendue en longueur sur trois & demi de largeur. Les doigts qui sont au nombre de quatre, sont fort courts, n'ayant tout au plus avec l'ongle qui en occupe presque la moitié & qui les termine, que deux pouces de longueur sur un de largeur. Et quelque grande que soit cette dimension, il paroît par les ossemens que j'ai d'un autre pied, qu'il y en a encore de plus considérables.

La vûe des ossemens de cette tête & de ces pieds m'en a fait reconnoître d'abord de semblables pétrifiés, trouvés parmi un nombre de pierres figurées qui sont dans le territoire de Montpellier, au lieu qu'on y appelle *la Mossou*.

Ces découvertes dont M. Chirac a été témoin, nous embarrassoient d'autant plus, que ne trouvant ni dans le crane du cheval ni dans celui du bœuf que nous leur comparions, aucune ressemblance, nous ne scavions à quel animal les attribuer; & ce n'est que la vûe des dépouilles de celui-ci qui nous convainc que ces ossemens pétrifiés avoient été ceux de l'Hippopotame.

Je sçai qu'on m'objectera d'abord l'impossibilité qu'il y auroit qu'un grand nombre de ces animaux se fût jamais trouvé dans ce continent, vû que ni aucun auteur n'a jamais dit qu'il y en ait eu en France, & que nous scavons qu'il n'y en a point actuellement.

Mais c'est ici où je rappelle les premières observations que j'ai déjà faites plusieurs fois à l'occasion des découvertes des impressions de plusieurs plantes étrangères & des dépouilles pétrifiées de plusieurs animaux marins des Indes & de l'Amérique qui ne peuvent, sans la supposition d'une révolution très-considérable, se trouver encore aujourd'hui au milieu même de nos terres.

C'est ici une preuve à ajouter à l'opinion que la France ait fait autrefois une partie du lit de la mer, & que les eaux qui la couvroient s'étant retirées par quelque accident subit, y auroient laissé les dépouilles de tant d'animaux & de co-

quillages étrangers que nous trouvons si souvent dans le sein de nos carrieres, plutôt qu'aucun autre fragment d'animaux qui pourroit se rapporter à ceux de nos terres & de nos mers voisines.

Je ne suis pas le seul qui puisse m'attribuer une pareille découverte dans ce continent de l'Europe. Joseph Monti, Médecin Italien, nous a marqué sa surprise, d'avoir trouvé dans le territoire de Boulogne, parmi plusieurs pierres figurées, la mâchoire d'un animal à peu-près pareil, de laquelle il nous a donné la figure dans un petit traité qu'il a intitulé : *De Monumento diluviano nuper detecto in agro Bononiensi*, imprimé dans la même ville en 1719. Ce qui sert de preuve pour étendre notre opinion, non-seulement dans l'Italie, mais encore dans le Portugal, où j'ai vû quelques fragmens semblables chez M. de Souza, trouvés aux environs de Lisbonne.

Mais ces sortes de découvertes nous mènent bien plus loin, lorsqu'elles servent à nous détromper de ces fausses idées que se sont formé les meilleurs Philosophes & les plus graves Historiens sur la hauteur de certains hommes, par la comparaison qu'ils ont faite de la figure de certaines dents mâchelieres prodigieuses, découvertes de leur tems avec celles auxquelles ils vouloient qu'elles ressemblassent, & par le calcul qu'ils faisoient de la grandeur des autres parties, proportionnée à celle de ces dents.

Une autre observation à laquelle la solidité, la pesanteur, la dureté & la couleur des dents canines de la mâchoire inférieure de cet animal peuvent donner lieu, est celle des usages qu'on pourroit en tirer aujourd'hui pour les arts de la Sculpture & du Tour; & je ne sçai si l'on ne doit point mettre la maniere de travailler ces dents dans le nombre des choses pratiquées par les Anciens, & qui ont échappé à notre connoissance. Au moins le peut-on conjecturer par ce que rapporte Pausanias dans ses Arcadiques, d'une statue d'or de Dindymene adorée par les Proconésiens, & dont la face étoit formée d'une de ces dents. Ce qui est une marque qu'elles se travailloient alors comme celles de l'éléphant, & que la matiere



214 MEMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE  
en étoit plus précieuse , non - seulement comme étant  
moins commune , mais encore par des qualités qui rendent  
cette sorte de dents préférable à l'ivoire ; elle n'est point d'ail-  
leurs sujette aux inconvéniens de se casser facilement , de s'é-  
grainer & de jaunir ; accidens qui arrivent ordinairement à  
l'ivoire.

C'est ce mérite qui a déterminé les ouvriers qui travaillent  
à faire des dents artificielles , à choisir celles de l'Hippopota-  
me préférablement à toute autre , sans avoir aucune autre con-  
noissance de leur origine. Et l'expérience nous a appris com-  
bien celles qui sont faites avec les canines de cet animal sont  
au-dessus de celles qu'on peut tirer de quelque animal que ce  
soit , non-seulement par leur solidité , mais encore par la durée  
de leur couleur qui approche de celui de l'émail de nos dents.

La connoissance que nous avons acquise de la forme des  
principaux ossemens de l'Hippopotame & des découvertes qui  
s'en font dans des carrières du Languedoc, près de Montpellier,  
nous met en état de juger dorénavant de la qualité de certains  
ossemens que l'on trouve dans la terre , que l'on ne sçavoit à  
quel animal attribuer , & sur-tout de ces parties d'ossemens  
dont on se sert dans le Comté de Foix , pour la fabrique des  
Turquoises , & de ceux que l'on rencontre en différens en-  
droits de l'Allemagne , principalement dans la fameuse ca-  
verne de Bauman , & qui sont recommandés dans quelques  
dispensaires pour servir de cordial sous le nom d'*ivoire fossile*.

#### EXPLICATION DES FIGURES.

*Figure 1.* Squélete d'une tête entière d'Hippopotame , dessi-  
née de front pour faire paroître l'énorme gros-  
seur du museau de cet animal , & la figure de ses  
dents canines.

*Fig. 2.* Le même squélete vû de côté ou de profil.

*Fig. 3.* Dent incisive de la mâchoire inférieure.

*Fig. 4.* Dent incisive de la mâchoire supérieure.

*Fig. 5.* Dent canine de la mâchoire inférieure.

*Fig. 6.* Dent canine de la mâchoire supérieure.



Fig. 8.



Fig. 1.

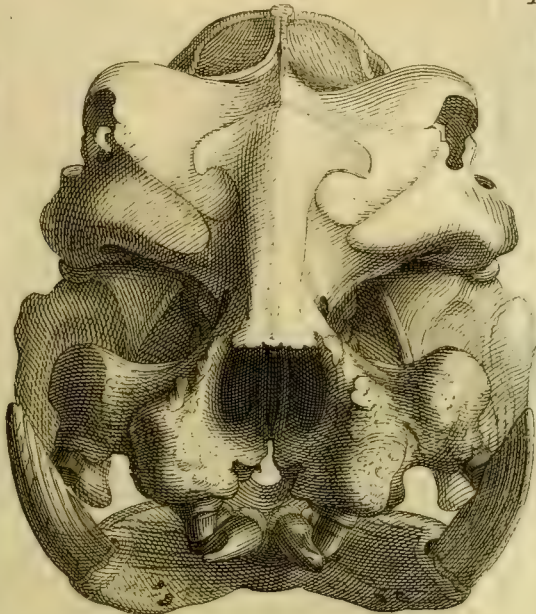


Fig. 7.



Fig. 5.

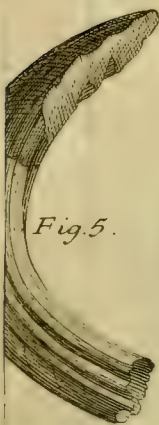


Fig. 3.

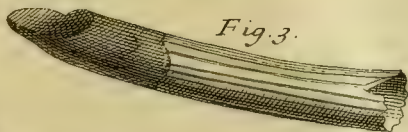


Fig. 7.

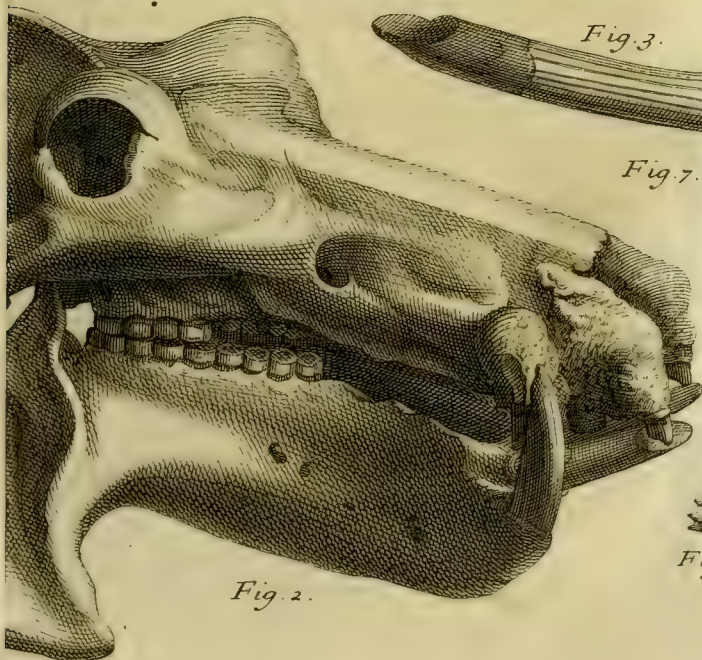


Fig. 2.

Fig. 7.



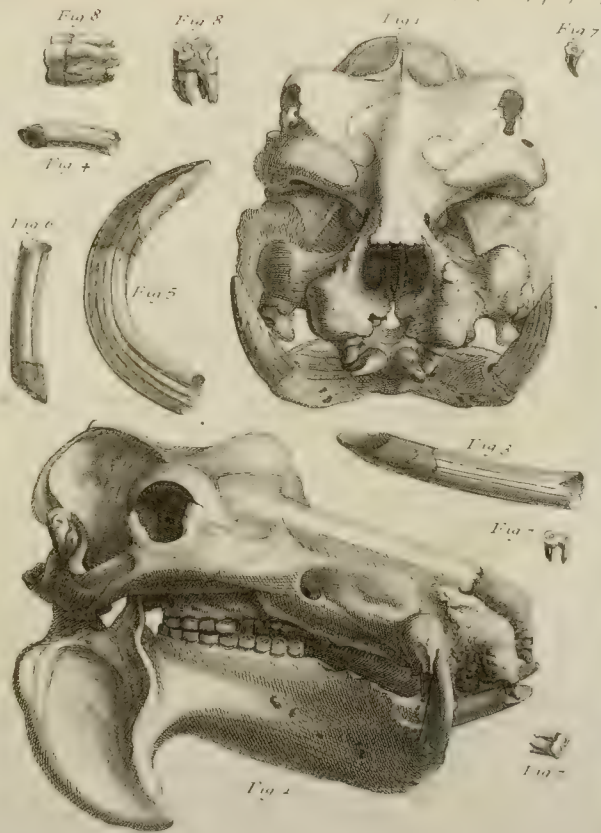


Fig. 9.



Fig. 13.

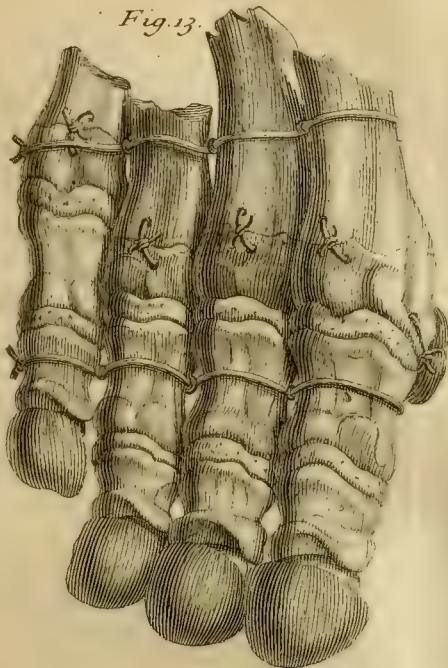


Fig. 11

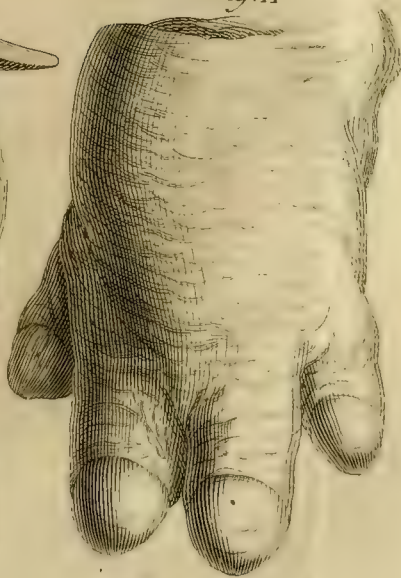
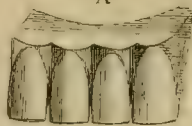


Fig. 9.



A







- Fig. 7. Dents molaires naissantes.  
 Fig. 8. Dent molaire plus avancée.  
 Fig. 9. Dents molaires presque dans leur grosseur naturelle.  
 Fig. 10. Portion d'une dent canine de la mâchoire inférieure, dont on a coupé des tranches pour en faire des dents artificielles. (a)  
 Fig. 11. Pied d'Hippopotame vu en dessus, & dessiné d'après le sec.  
 Fig. 12. Le même pied vu en dessous.  
 Fig. 13. Squelette du pied de cet animal.

## SUR LA FORME

## DES

## INSTRUMENS DE MUSIQUE.

Par M. DE MAUPERTUIS.

ON peut considérer la musique sous deux différens aspects, par les rapports que les sons ont entr'eux, ou par les effets que ces sons produisent sur nous. Si l'on considère dans la musique les différens rapports que les sons ont les uns aux autres, elle sera une science; si l'on ne considère que les différens effets que ces sons produisent sur nous, on la réduira au pur agrément.

La musique ayant ces deux parties, connoissance & agrément, il n'est pas étonnant que l'agrément ait eu la préférence. C'est, je crois, à cette raison qu'on doit attribuer le peu de progrès qu'avoit fait la théorie de la musique jusqu'à notre siècle, pendant que la pratique paroît avoir été poussée à sa perfection. La musique est tombée en partage à gens d'imagination & de sentiment. On sçait assez combien il est rare que ces talens se trouvent joints à l'esprit de recherche & d'exactitude; ce sont des qualités presque incompatibles.

Les regles de la théorie, bien établies, eussent peut-être

15. Nov.  
1724.

216 MEMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE  
conduit à l'agrément : mais ce chemin eut été bien long , & en attendant ces regles , on a mieux aimé s'en rapporter au sentiment , voie beaucoup plus prompte , & souvent même plus sûre pour connoître le beau.

Cependant comme rien ne se fait sans raison ; que l'agrément même est sujet à certaines lois , qui tout inconnues qu'elles sont , n'en sont pas moins des lois ; s'il est vrai que la théorie de la musique eût pû conduire à l'agrément , il faudra que l'agrément ayant été trouvé le premier , les regles qu'on forme d'après lui soient les regles de la théorie & celles d'où l'on fût parti , si l'on eût commencé par la théorie. Ce sont deux méthodes différentes à suivre , mais qui doivent faire trouver les mêmes résultats ; peut être même cette dernière , quoique moins hardie & moins ingénieuse , a-t-elle sur l'autre l'avantage d'être plus sûre. On risque moins de s'égarer , lorsqu'on cherche la cause d'un fait que l'on connoît déjà , que lorsqu'on veut trouver par le raisonnement quels effets s'ensuivront des principes que l'on a posés.

La musique nous offre un vaste champ pour exercer cette dernière méthode. Les Musiciens nous ont trouvé les faits ; c'est à nous à tâcher de les expliquer.

J'ai hasardé dans ce Mémoire de rendre raison de la forme que l'on donne aux instrumens à cordes. Je vais rapporter quelques réflexions que j'ai faites , qui peuvent tendre à les perfectionner , & à expliquer plusieurs faits singuliers qu'on observe sur ces instrumens.

Il y a grand lieu de croire que ceux qui ont inventé les premiers instrumens n'étoient pas de grands Physiciens. En cette occasion , plus encore qu'en toute autre , le hasard aura conduit les premiers inventeurs. Dans les premiers instrumens à cordes que l'on fit , on ne se proposoit peut-être que de rendre des cordes qui pussent faire différens tons. Il semble que la charpente de la lyre ne fût qu'une espece de chassis destiné à cet usage : mais on s'apperçût bien-tôt que les cordes rendoient un son plus fort ou plus foible , selon qu'elles étoient attachées à des corps de différente espece ; & sans penser à découvrir  
par

par le raisonnement quels étoient les corps les plus avantageux pour augmenter les sons, on les chercha par l'expérience.

L'on combina de cent façons différentes l'application des cordes à des morceaux de bois de différentes formes, & ce n'est que le résultat d'un long espace de tems, & d'un grand nombre d'expériences qui a établi la forme que nous voyons aux instrumens d'aujourd'hui.

Mais lorsqu'un art dure long-tems, quoiqu'entre les seules mains des ouvriers, il arrive au point de perfection où les Physiciens les plus éclairés l'auroient pû conduire. La voye du tâtonnement est souvent bien longue, mais elle est presque toujours la plus sûre. On va voir que le tems a donné aux instrumens la forme que la Physique leur prescrivait.

Un instrument, pour être parfait, doit, ou par le nombre de ses cordes, ou par le raccourcissement qu'on peut faire à ses cordes, faire tous les tons employés dans la Musique; & comme le raccourcissement qu'on fait aux cordes, lorsqu'on met le doigt sur la touche, fait précisément la même chose que si c'étoit des cordes différentes, nous examinerons toutes ces différentes longueurs de la même corde, comme si c'étoit des cordes différentes.

Faisons donc abstraction de tout corps d'instrument. Supposons qu'un instrument n'ait encore que cette première condition, c'est-à-dire, qu'il ait seulement toutes les cordes capables de faire tous les tons employés dans la Musique; tout l'art consiste maintenant à augmenter ces tons qui sont trop foibles pour être agréables, lorsqu'ils sont produits par une corde seule attachée par ses extrémités. Sur quoi il faut remarquer :

1°. Que toute corde tendue qui se meut, meut aussi par l'entremise de l'air les corps qui l'environnent jusqu'à une certaine distance, & que ces corps mis en mouvement rendent chacun un son qui se joint à celui de la corde.

2°. S'il y a contiguité entre la corde & les corps environnans, c'est-à-dire, que la corde soit attachée par ses extrémités à quelques-uns, & que ceux-ci touchent les autres, le



mouvement de la corde se communiquera beaucoup plus aisément, & par conséquent le son sera beaucoup plus fort.

3°. Les corps dont les vibrations sont isochrones, ou du moins à l'octave 4, 5, de celles de la corde, sont beaucoup plus aisés à ébranler par les secousses de la corde que les autres, & de plus leur ton est le même que celui de la corde.

Si l'on veut donc augmenter le son d'une corde, on pourra se servir des trois moyens que ces remarques nous indiquent.

1°. Il faudra placer dans le voisinage de la corde des corps de telle espece & à telle distance qu'ils puissent être ébranlés par les secousses de la corde.

2°. Il faudra que non-seulement les extrémités de la corde tiennent à quelqu'un des corps qu'elle doit ébranler ; mais encore qu'il y ait contiguité entre tous ces corps, c'est-à-dire, que ceux auxquels la corde est attachée touchent tous les autres. Par-là les ébranlemens se communiqueront beaucoup plus facilement, & par conséquent les sons en seront beaucoup plus forts.

3°. Dans le choix qu'on fera de ces corps, il faudra préférer ceux dont les vibrations seront isochrones à celles de la corde, puisqu'ils seront plus aisés à ébranler que les autres, & que le ton qu'ils ajoutent à celui de la corde est le même qu'elle avoit déjà.

On croiroit que les facteurs d'instrumens se fussent proposé toutes ces conditions à remplir : ils se sont servis, peut-être sans y penser, de tous ces moyens pour rendre un instrument sonore.

1°. Les différentes pieces de l'instrument sur lesquelles les cordes sont tendues, sont un assemblage prodigieux de fibres. Ces fibres, qui, comme les cordes de l'instrument, ont été pendant la vie de l'arbre, vaisseaux & intestins, se trouvent alors resserrées & desséchées, & sont, pour ainsi dire, autant de cordes tendues auprès de la premiere qui reçoivent d'elle leurs ébranlemens, & qui joignent leur son au sien.

2°. Le chevalet & le fillet sur lesquels portent les cordes, étant communs aux cordes & à toutes les parties de l'instru-



ment, établissent cette contiguité qui facilite extrêmement la communication des ébranlemens.

3°. Enfin la troisième & dernière condition pour la perfection de l'instrument est, comme nous avons dit, qu'il faut préférer les corps qui sont capables de faire l'unisson de la corde.

Mais comme il doit y avoir sur un instrument des cordes de tous les tons, si les fibres de l'instrument étoient toutes à l'unisson de l'une des cordes, l'instrument ne conviendrait qu'au seul ton de cette corde, & peut-être encore à quelqu'un de ses tons harmoniques. Il falloit donc distribuer à chaque corde un nombre à peu-près égal des fibres de l'instrument.

Les tables & les fonds des instrumens ne sont, comme nous l'avons remarqué, qu'un assemblage de cordes ou de fibres à peu-près d'égale grosseur & d'égale élasticité dans un bois homogène, tel qu'on l'emploie ordinairement à la fabrication des instrumens.

Si ces cordes ou fibres étoient toutes de même longueur, elles seroient toutes à l'unisson, & leur principal usage ne seroit que pour un des tons de l'instrument.

Il falloit donc qu'il se trouvât dans tous les instrumens une certaine quantité de fibres de chaque longueur proportionnée à chaque ton que l'instrument peut faire. Alors chaque corde aura ses fibres correspondantes; ce sera ces fibres correspondantes qu'elle choisira, pour ainsi dire, pour les ébranler, & dont le son se joindra au sien; toutes les fibres des autres cordes ne recevant que très-peu d'ébranlement.

Il semble qu'on ne se soit appliqué dans la figure qu'on a donnée aux tables & aux fonds de tous les instrumens, qu'à faire en sorte qu'il s'y trouvât des fibres de toutes les longueurs, il ne faut que jeter les yeux sur ces instrumens pour s'en appercevoir.

La figure 1. est celle de la table du claveffin.

La figure 2. est celle de l'épinette à l'Italienne.

La figure 3. est celle du psalterion.

La figure 4. est celle de la trompette-marine.

On voit d'un coup d'œil que ces tables sont coupées de maniere qu'il s'y trouve des fibres de plusieurs longueurs qui paroissent même suivre les longueurs des cordes, & qui sont rangées dans la même direction, ce qui facilite encore l'ébranlement.

Je ne prétends pas dire cependant que les fibres de chaque corde se trouvent précisément sous cette corde; les différentes élasticités & grosseurs des fibres font qu'il n'est guere possible de déterminer le lieu de chaque fibre, il suffit que dans le grand nombre de fibres d'inégales longueurs, il s'en trouve qui soient à l'unisson de chaque corde pour que cette corde les aille, pour ainsi dire, choisir, lorsqu'elle en a besoin.

Tout ce que je dis ici des tables se doit entendre des fonds, à quelque exception près qu'on pourroit faire pour le lut & le théorbe, dont le fond, au lieu d'être plat, est voûté: mais ces voûtes n'étant qu'un assemblage de bandes de différentes longueurs, peuvent être considérées comme des fonds plats.

La figure 5, est celle de la table du lut & du théorbe.

La figure 6, est celle de la guitarre.

Il est évident qu'elles donnent des fibres de toutes les longueurs, & dans la direction des cordes.

La figure 7, est celle de la table des dessus & basses de viole.

La figure 8, est celle des violons & basses de violon.

L'inégalité des longueurs des fibres est encore plus apparente sur ces instrumens que sur les autres, à cause des croissans *ABC* qui coupent les tables & les fonds.

Il y a lieu de croire que ces croissans n'ont d'abord été faits que pour permettre le passage de l'archer sur ces sortes d'instrumens; on en retire cependant encore une autre utilité, qui est de varier les longueurs des fibres.

Plusieurs causes différentes ont donc contribué à donner aux instrumens la forme qu'ils ont: la commodité de ceux qui en jouent; l'agrément même qui résulte à la vûe de ces différentes formes. Ces causes sans doute ont été combinées avec celles qui faisoient la bonté de l'instrument.

Mais ces figures qui paroissent si dissemblables, conviennent cependant toutes dans cette propriété, qu'elles donnent à l'instrument des fibres de toutes les longueurs & dans les mêmes directions que ses cordes.

La seule épinette quarrée (figure 9.) déconcertoit tout mon système. La table & le fond de cet instrument sont deux rectangles où visiblement toutes les fibres sont de même longueur; il falloit donc, ou que les Luthiers eussent eu raison dans la construction de cet instrument, de négliger les différentes longueurs des fibres, ce qui renversoit ce que nous avons établi, ou qu'ils eussent trouvé le moyen de remédier à cet inconvénient de l'égalité des fibres.

C'est ce qu'ils font par les barres *HI, KL, MN, OR*, qu'ils collent contre la table de cet instrument. Ces barres sont, pour ainsi dire, autant de chevalets, qui étant placés obliquement sous les fibres, les divisent en différentes longueurs.

Ce qui m'avoit donc paru d'abord une objection invincible, me fournit de nouvelles preuves de la nécessité des fibres de différentes longueurs.

Les expériences, conformes en tout à un système physique, ne le confirment peut-être pas tant que celles qui paroissent d'abord lui être contraires, & qui mieux examinées, se soumettent aux lois du système; c'est une espece de dédommagement que l'expérience rebelle doit au Physicien pour l'alarme qu'elle lui avoit causée.

Toutes les différentes ouvertures qu'on fait aux tables servent encore à couper les fibres en différentes longueurs. Les ouvertures sur-tout *FG* des violes, violons, & de leurs basses, transversales comme elles sont aux fibres, paroissent encore plus destinées à donner des fibres de différentes longueurs.

Fig. 7.  
& 8.

Je ne veux cependant pas restreindre l'usage de toutes ces coupures à cela seulement : elles servent encore, & à laisser passer l'air qui a été frappé par les fibres du dedans de l'instrument, & à permettre plus de mouvement & plus de jeu aux parties de l'instrument.



Quoique la table & le fonds soient les principales parties de l'instrument, tout le reste de la charpente, comme les côtés, le manche, le chevalet, la queue, a encore son usage. La chambre même où l'on joue de l'instrument, est alors une espece de corps d'instrument; les murs, les lambris, les voûtes, les meubles même, comme les glaces, tout prête des parties agitées, & par conséquent du son à la corde que l'on touche; enfin rien n'est inutile, lorsque l'instrument résonne.

Il se présente ici une objection. Toutes les fibres du bois, quoique distinctes, sont étroitement liées ensemble, comment donc chacune peut-elle avoir son mouvement particulier?

A quoi je réponds, 1°. Que je n'entends point que lorsqu'une fibre se meut, les autres demeurent dans un parfait repos, toutes les fibres sont émues; je dis seulement qu'elles font des vibrations différentes, & qu'elles ont plus ou moins de mouvement, selon qu'elles font un accord plus ou moins consonant.

2°. Que l'expérience prouve que chaque fibre rend son son particulier. On peut s'en assurer en frappant sur les tables des instrumens en différens endroits; on y entendra différens tons.

3°. Enfin les fibres ne sont pas liées entr'elles plus étroitement que les différens cercles qui composent une cloche le sont entr'eux, & qui cependant ne laissent pas d'avoir leurs mouvemens distincts, puisque selon qu'on frappe une cloche plus haut ou plus bas elle rend différens tons.

M. Perraut dans son *Traité du Bruit*, a bien remarqué que les tables des instrumens se partageoient en différentes parties qui, outre le mouvement général de la table, se remuoient encore chacune séparément, lorsque les cordes correspondantes de l'instrument étoient touchées: mais il ne semble pas qu'il ait donné à chaque fibre un mouvement particulier, il paroît au contraire considérer ces différens mouvemens comme des mouvemens partiels qui arriveroient à une table de métal, & de toute autre matiere qui ne seroit pas composée de fibres.



C'est ce qui lui fait dire qu'il faut que l'épaisseur de la table soit proportionnée aux cordes de l'instrument; il est bien vrai que les différentes épaisseurs de la table font que ses parties font différens tons.

Mais il semble que M. Perraut n'ait pas considéré que les fibres des tables étoient autant de cordes, & que toutes les figures qu'on donnoit aux tables servoient bien plus efficacement que les différentes épaisseurs à donner des fibres de tous les tons; aussi ne se proposoit-il que de découvrir la cause générale du son, & non les raisons des différentes constructions des instrumens.

L'objection qu'on pourroit faire de ce que certains instrumens, comme le lut, le théorbe, la guitarre, &c. font quelquefois d'ivoire, d'écaille, ou de bois rempli de nœuds, ne prouve rien, ou prouve pour nous.

Car 1°. ces instrumens ont toujours la table de sapin.

2°. Ils sont d'ordinaire aussi plus sourds que les autres, à moins, comme il peut arriver quelquefois, que le nombre & le ressort des fibres de leurs tables ne les dédommagent de ce qui leur manque.

Suivant ce que nous avons remarqué, que lorsqu'une corde se meut, les fibres à l'unisson se mettoient en mouvement beaucoup plus aisément que toutes les autres; dans la construction des instrumens, il semble qu'on dût tâcher de faire en sorte qu'il ne se trouvât dans les tables & les fonds que des fibres à l'unisson de chaque ton.

Un instrument ainsi construit, auroit sans doute l'avantage sur les autres, qu'outre qu'il seroit plus sonore, le son en seroit encore plus net; car quoique les vibrations de toutes les fibres de l'instrument ajoutent chacune leur ton au ton principal de la corde, toutes celles qui ne sont point à l'unisson, ou à quelqu'un des tons harmoniques, augmentent bien le bruit de l'instrument; mais autant qu'elles l'augmentent, autant diminuent-elles la netteté du son.

Si l'on vouloit construire des instrumens dans cette vûe, il faudroit que les fibres, au lieu qu'elles diminuent insensiblement, diminuassent par sauts, & suivant les longueurs des

cordes auxquelles elles se rapporteroient, ce qui donneroit une figure toute différente aux tables, elles seroient terminées par des lignes droites qui seroient des angles droits. Elles seroient alors un assemblage de plusieurs bandes de fibres qui, si elles étoient toutes homogènes, seroient dans les rapports des nombres 24, 27, 30, &c. ce qui donneroit à la table la fig. 10.

Mais cette construction seroit sujette à de grands inconvénients. 1°. A la difficulté de trouver des bois assez homogènes pour que toutes leurs fibres de même longueur fussent au même ton. 2°. On ne pourroit accorder un instrument ainsi construit pour jouir de sa construction, qu'au ton de ses fibres.

Ainsi l'on a eu raison de s'en tenir à la figure ordinaire des tables où l'on trouve des fibres de toutes longueurs, & où, si quelques-unes nuisent lorsque l'instrument est à un certain ton, ces mêmes servent lorsqu'il est accordé à un autre.

Je ne parle point ici de plusieurs autres causes qui peuvent contribuer à l'augmentation & à la modification des sons, telles que les différentes matières dont on construit les instrumens, & les différentes cavités de ces instrumens, cela passeroit les bornes que je me suis prescrites, & sera la matière d'un autre Mémoire.

Venons présentement à l'explication de plusieurs phénomènes qu'on observe sur les instrumens, elle ne sera pas difficile après tout ce que nous venons de dire.

1°. De ce que chaque fibre doit se remuer & prêter son ton à la corde, lorsque la corde est en mouvement, on voit qu'il est nécessaire qu'il y ait quelque intervalle entre les fibres du bois pour qu'elles puissent se mouvoir.

Dans un bois nouvellement coupé, les fibres sont encore de gros vaisseaux pleins de suc qui devoient être la nourriture de l'arbre. A mesure que le bois vieillit, ces vaisseaux se dessèchent, se resserrent, & par conséquent se détachent les uns des autres. Alors les intervalles qu'ils laissent entr'eux leur permettent de faire leurs vibrations plus à l'aise, le son de l'instrument doit en être plus fort, & l'on remarque en effet que les instrumens ont besoin de vieillir pour être bons.

2°. On voit aussi pourquoy , quoiqu'un instrument soit sonore , il le sera cependant beaucoup davantage s'il est accordé à un certain ton , qu'à tout autre plus haut ou plus bas : le ton qui lui conviendra le mieux sera celui où la distribution des fibres à chaque corde sera la plus égale.

3°. Quoique tous les instrumens puissent faire tous les tons par la longueur ou la petitesse des cordes qu'on y met ; cependant un ton trop aigu sur les grands instrumens , tels que les basses de viole & de violon , est aigu & foible ; comme un ton trop grave sur les petits , tels que les dessus de viole & de violon , est sourd & languissant. C'est au défaut de fibres à l'unisson dans l'un & dans l'autre cas qu'on peut attribuer la cause de ces effets ; il est visible que ne se trouvant que peu ou point de fibres dans l'instrument capables d'être bien émues par un ton trop aigu ou trop grave pour elles , elles demeurent presque inutiles , & l'on n'entend presque que le bruit de la corde seule.

4°. On remarque sur la plupart des instrumens , que tous les tons ne sont ni également forts , ni également nets ; il est assez rare qu'un instrument excellent pour les tons aigus soit aussi excellent pour les tons graves , ou qu'un instrument excellent pour les tons graves soit aussi excellent pour les tons aigus.

La raison en est évidente. L'excellence d'un instrument pour les tons aigus annonce un grand nombre de fibres à l'unisson de ces tons aigus , & les fibres de l'instrument peuvent être de telle finesse & de telle élasticité , que malgré leurs différentes longueurs , il ne s'en trouve que fort peu pour les tons graves , alors les tons aigus seront plus forts & plus nets que les tons graves. Et au contraire si les fibres sont si grosses & si lentes à se mouvoir , que malgré leurs différentes longueurs , il ne s'en trouve que fort peu pour les tons aigus , alors les tons graves seront plus forts & plus nets que les tons aigus.

Il peut arriver même souvent que les fibres qui manquent à l'instrument ne soient ni les fibres les plus promptes , ni les



plus lentes à faire leurs vibrations, & que dans toutes les différentes longueurs il ne se trouve point de fibres d'un certain ton; ce qui peut venir de ce que les fibres qui par leurs longueurs étoient destinées pour ce ton, se trouvent trop déliées ou trop grosses, & sont à l'unisson de quelque autre ton. Alors le ton foible sera un des tons moyens de l'instrument. En effet, on trouve des instrumens excellens, qui cependant ont un ou plusieurs tons fort inférieurs en force & en netteté à tous les autres.

5°. On a remarqué plusieurs fois qu'un instrument, médiocre auparavant, étoit devenu beaucoup meilleur après avoir été cassé & recollé.

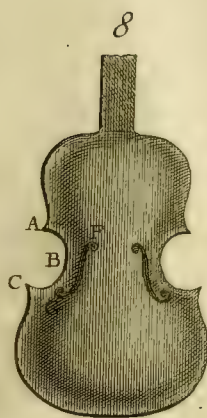
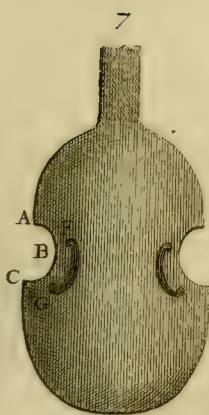
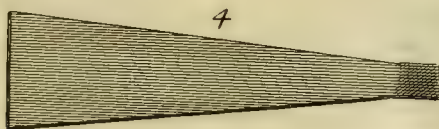
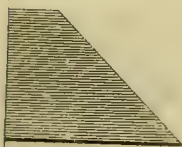
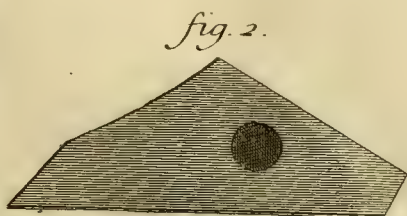
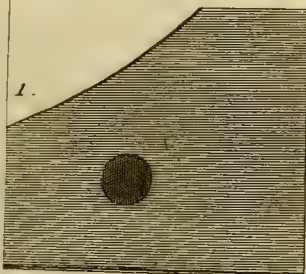
Cette maniere de rendre un instrument meilleur, qui paroît si étrange, est cependant conforme à tout ce que nous avons dit; l'instrument manquoit de fibres de certaines longueurs, & les fractures de la table & du fond les lui donnent; car quoiqu'on recolle les mêmes pièces aux mêmes endroits où elles étoient auparavant, la longueur des fibres est toujours déterminée par les cicatrices, étant presque impossible que les extrémités d'une fibre se trouvent précisément vis-à-vis l'une de l'autre, lorsqu'on recolle la piece qui avoit été séparée de l'instrument.

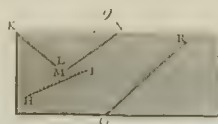
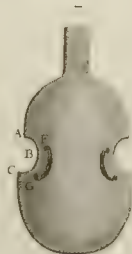
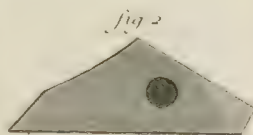
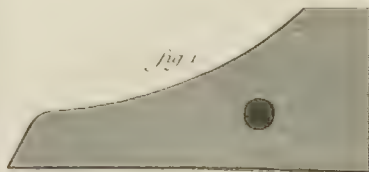
L'explication de tous ces phénomènes paroît si naturelle après les réflexions que nous avons faites, qu'elle est encore une espece de preuve de ce que nous avons établi. Ce n'est cependant toujours qu'une hypothese physique, & par conséquent assujettie à un certain degré d'incertitude qui est essentiellement attachée à ces sortes de matieres.

Il faut s'y contenter des conjectures: mais il y a des conjectures de différens degrés, toutes plus ou moins éloignées de la certitude; & il y en a qui en approchent si fort, qu'on les prendroit pour elle, ou du moins on pourroit soupçonner celui qui les propose, de s'y être trompé lui-même.









INSTRUCTION ABREGÉE,  
ET METHODE  
POUR  
LE JAUGEAGE DES NAVIRES;

Avec un exemple figuré, & des remarques pour  
la pratique.

Par M DE MAIRAN.

L'ACADÉMIE ayant été chargée en 1720, par ordre de S. A. R. M. le Régent, & sur la demande de S. A. S. M. le Comte de Toulouse, Amiral de France, Chef du Conseil de Marine, de déterminer une méthode pour le jaugeage des navires, ou d'examiner entre celles qui sont connues, quelle étoit la plus sûre & la plus utile pour la pratique; & ayant reçu à cette occasion plusieurs mémoires & Pièces instructives, avec les Méthodes pratiquées jusqu'ici dans les différens Ports du Royaume, & chez les Etrangers, elle nomma pour cet examen deux Commissaires, qui furent M. *Varignon*, & moi. Après diverses recherches sur ce sujet, nous rendîmes compte à la Compagnie de notre travail par deux Mémoires, qui ont été imprimés dans le volume de 1721. Comme nos Méthodes se trouverent différentes, quoique fondées sur les mêmes principes, il fallut en faire des épreuves, pour voir quelle étoit la plus commode, & la plus exacte dans la pratique. Celle de M. *Varignon*, toute entière de lui, est assurément très-belle, & n'a rien qui ne soit digne de ce grand géometre. La mienne, cependant eut le bonheur d'être préférée, tant en conséquence de l'essai qui en fut fait avec beaucoup d'exactitude au Port du Croisic, par M. *Bouguer*, Hydrographe du Roi, qu'à cause de son extrême facilité, & qu'elle ne supposoit dans sa théorie que des principes qui sont à la por-

30. Août  
1724.

tée de la plupart des Jaugeurs. C'est à quoi sur-tout j'avois fait attention avant que de l'adopter, & en examinant celles qui nous avoient été communiquées; toujours plus porté à choisir entre ce qui étoit déjà connu ou pratiqué sur ce sujet, qu'à me fier à mes propres idées. Aussi ne fais-je aucune difficulté d'avouer que le fonds de ma Méthode appartient à M. *Hocquart* Commissaire de la Marine, & fils de M. *Hocquart*, alors Intendant à Toulon. Il la communiqua au Conseil de Marine, le 25 Juillet 1717, & je la trouvai parmi les pieces que le Conseil nous avoit fait remettre. Elle me parut avoir toutes les qualités que je cherchois, à quelques circonstances près, que je changeai ou redifiai de la maniere qu'on a pû voir dans le Mémoire de 1721, & qu'on verra dans celui-ci. M. *Varignon* étant mort en 1722, l'Académie me donna M. de *Lagny* pour adjoint à sa place. En 1723 M. le Comte de Toulouse ayant demandé à l'Académie le résultat de l'examen qui lui avoit été confié sur ce sujet, je proposai d'aller auparavant faire moi-même dans les Ports de Bordeaux & d'Agde de nouvelles épreuves, tant de la méthode que j'avois choisie, que de plusieurs autres qui nous avoient été communiquées au commencement, & pendant le cours de ce travail. Je partis dans le mois de Juin. Ces épreuves furent faites & répétées avec soin par moi-même, par des Jaugeurs, & par des Matelots, sous l'autorité de S. A. S. M. le Comte de Toulouse, & par le moyen des ordres qu'il avoit donnés aux Officiers de l'Amirauté de me fournir tout ce qui étoit nécessaire à ce dessein. Peu de tems après mon retour à Paris, vers le commencement de 1724, ayant rassemblé tout ce que j'avois pû acquérir de nouvelles lumieres sur le jaugeage des navires, je fus confirmé dans le jugement que j'avois d'abord porté de la méthode dont il s'agit : elle me parut de plus en plus concilier la justesse, la clarté & la facilité nécessaire pour la pratique, autant que le pouvoit permettre la nature du sujet. J'en rendis compte à l'Académie, de vive voix. Mais S. A. S. M. l'Amiral m'ayant fait l'honneur de me marquer par une de ses Lettres du 31 Juillet 1724, & fait dire par M. de *Valincourt*, qu'elle



avoit été informée par les Officiers de l'Amirauté de Bordeaux de tout ce que j'avois fait pour le jaugeage, & qu'elle fouhaitoit que je misse sous une forme plus courte, plus décisive, & plus à la portée des Jaugeurs ordinaires, la Méthode préférée & décrite dans les Mémoires de 1721. je me déterminai enfin à la rédiger sous la forme qu'on va voir ici. Je la communiquai d'abord après à M. de Lagny, & je la lûs ensuite à l'Académie, dans l'assemblée du 30 Août 1724. J'ai crû ce petit préliminaire historique nécessaire, pour faire voir que la lenteur de l'Académie dans l'affaire du jaugeage, ne vient d'aucune négligence de sa part, & ne doit être attribuée qu'à la circonspection, & aux soins avec lesquels cette Compagnie, & ceux qu'elle commet à quelque examen important, tâchent de répondre à la confiance que l'on a en leurs lumieres.

## P R I N C I P E S.

## I.

Un navire qui sort du chantier, étant lancé & mis à la mer, s'y enfonce jusqu'à une certaine hauteur, & déplace par son enfoncement autant pesant d'eau qu'il pese lui-même.

## II.

Le poids dont on chargera ce navire, le fera enfoncer de nouveau, & lui fera déplacer encore autant pesant d'eau que pese sa charge.

## III.

Il ne s'agit donc que de connoître le poids, ou, ce qui reviendra au même, le volume de l'eau déplacé par le second enfoncement, pour sçavoir quel est le poids de la charge du navire.

## IV.

Le volume d'eau déplacé par la charge, est égal au solide compris entre la coupe horisontale du navire à fleur d'eau, lorsqu'il n'est point chargé, & la coupe horisontale à fleur d'eau, lorsqu'il est chargé.

## V.

Un navire est censé suffisamment chargé, quand il a calé

230 MEMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE  
à près d'un pied au-dessous de la ligne du Fort ou de sa plus grande largeur.

## V. I.

Le solide compris entre les deux coupes horisontales, savoir, de la ligne à fleur d'eau, lorsque le vaisseau n'est point chargé ( que j'appellerai *Ligne d'eau* ) & de la ligne à fleur d'eau, lorsque le vaisseau est chargé, que j'appellerai *Ligne du Fort* ) fera donc le volume qu'on cherche par le jaugeage.

## R E G L E.

*Il faut réduire les deux coupes ou surfaces en pieds quarrés, les ajouter, & multiplier la moitié de leur somme par la perpendiculaire comprise entr'elles, & qui determine leur distance.*

*Le produit qui en viendra sera égal à la quantité de pieds cubes d'eau que contient le solide qu'on cherche, lequel étant multiplié par 72, donnera le nombre de livres qui font la charge du navire.*

## E X E M P L E.

Fig. I. Soit  $ABCD$  le vaisseau à jaugeur,  $GH$  la ligne d'eau,  $EF$  la ligne du Fort,  $SYXVIuxyS$  la surface à fleur d'eau en dehors des bordages, représentée par la ligne ou profil  $GH$ ;  $RPNOIionpR$  la surface représentée par la ligne ou profil  $EF$ ; &  $er$  la perpendiculaire qui détermine la distance de ces deux surfaces & l'épaisseur du solide  $EGHFE$ .

Ayant réduit ces deux surfaces en pieds quarrés, & trouvé que la premiere vaut, par exemple, 2238 pieds, la seconde 3087  $\frac{1}{2}$ , & qu'elles sont éloignées de 7 pieds de longueur l'une de l'autre, il faut les ajouter, ce qui fait 5325  $\frac{1}{2}$ , en prendre la moitié, qui est 2662  $\frac{1}{2}$ , & multiplier cette moitié par la distance  $er$  de 7 pieds; ce qui donne 18638  $\frac{1}{2}$  pieds cubes & le volume du solide compris entre la ligne d'eau & la ligne du Fort. Enfin multipliant les pieds cubes d'eau, 18638  $\frac{1}{2}$ , par 72, ce qui fait 1 341 984, on aura en livres ce même solide & la véritable valeur de la charge du navire.

Si l'on veut l'exprimer en tonneaux, il n'y a qu'à diviser

1 341 984 par 2000, & l'on trouvera que le bâtiment qui a été pris ici pour exemple, est de 671 tonneaux à  $\frac{1}{12}$ , près, c'est-à-dire, de 670  $\frac{124}{111}$  tonneaux.

## EXEMPLE FIGURÉ,

*Ou modèle de pratique de l'exemple précédent.*

1. Pour avoir la coupe de la ligne d'eau, prenez-en la longueur  $ST$ , depuis l'étrave jusqu'à l'étambot inclusivement. Supposons-la, par exemple, de 116  $\frac{1}{2}$  pieds.

2. Divisez cette longueur en quatre parties; sçavoir, deux,  $MQ$  &  $ML$ , de part & d'autre du maître bau, ou de l'endroit le plus large du navire, jusqu'aux façons de l'avant & de l'arrière; & deux depuis les points  $Q$  &  $L$ , vis-à-vis desquels commencent les façons, jusqu'à l'étrave  $S$ , & l'étambot  $T$ , inclusivement.

Soient $MQ$ , de	.....	30	pieds.
$ML$ , de	.....	30	
$QS$ , de	.....	23	
$LT$ , de	.....	33 $\frac{1}{2}$	

3. Prenez les trois différentes largeurs du vaisseau, vis-à-vis les points  $M$ ,  $Q$ ,  $L$ , sçavoir en  $Xx$ ,  $Yy$ , &  $Vu$ .

Soient $Xx$ , de	.....	28	pieds.
$Yy$ , de	.....	24	
$Vu$ , de	.....	24	

4. Couchez ces dimensions sur le papier, & faites-en un devis, & une figure, qui, quelque grossière qu'elle soit, vous soulagera dans le calcul. Il en résultera 4 trapezes,  $MX YQ$ ,  $Mxy Q$ ,  $MX VL$ ,  $Mxu L$ ; & 4 triangles  $HYS$ ,  $Qy S$ ,  $LVT$ ,  $Lu T$ .

5. Pour avoir l'aire du trapeze  $MX YQ$ , ajoutez  $MX$ , qui vaut 14,  $QY$ , qui est de 12; la somme sera 26. Partagez-la par la moitié, qui est 13, & multipliez 13 par la longueur  $MQ$ , qui vaut 30. Le produit 390, qui en viendra, vous donnera l'aire du trapeze  $MX YQ$ , en pieds quarrés.

Et comme le trapeze  $MXVL$ , de l'arriere, se trouve avoir les mêmes dimensions, & que les deux  $MxyQ$ ,  $MxuL$ , qui sont de l'autre côté de la quille, doivent être censés égaux aux précédens, on trouvera

$MXVQ$ , de . . . . . 390 pieds qu.

$MXVL$ , de . . . . . 390.

$MxyQ$ , de . . . . . 390.

$MxuL$ , de . . . . . 390.

6. Pour avoir l'aire des triangles, multipliez les côtés qui comprennent l'angle droit l'un par l'autre. Par exemple,  $QS$ , qui vaut 23, par  $QY$ , qui vaut 12; le produit 276 étant partagé par la moitié, donnera l'aire du triangle  $QYS$ , de . . . . . 138 pieds qu.

Et parce que  $QyS$ , qui est de l'autre côté de la quille, lui est égal, il fera aussi de . . . 138.

On trouvera de même  $LVT$ , de . . . . . 201.

Et  $LuT$ , encore de . . . . . 201.

7. Il faut ajouter les 4 trapezes, & ces  
4 triangles, ce qui fait en tout . . . . . 2238 p. qu.

C'est la valeur de la surface ou coupe de la ligne d'eau  $SYVTxS$ .

8. Prenez les dimensions de la coupe à la ligne du fort de la même maniere, & aux mêmes endroits. Vous trouverez sa longueur, par exemple, de . . . . . 121  $\frac{1}{2}$  pieds.

Et cette longueur divisée en quatre parties aux mêmes endroits que celle de la ligne d'eau, donnera, par exemple,

$MQ$ , de . . . . . 30 pieds.

$ML$ , de . . . . . 30.

$QR$ , de . . . . . 25  $\frac{1}{2}$ .

$LK$ , de . . . . . 36.

La largeur  $Nn$  de . . . . . 30.

$Pp$ , de . . . . . 28  $\frac{2}{3}$ .

$Oo$ , de . . . . . 28  $\frac{2}{3}$ .

Et la largeur  $Ll$ , de la poupe, de . . . . . 18.

Vous



Vous aurez par-là 6 trapezes, ſçavoir 2,  $MNPQ$ ,  $MnpQ$ , entre le maître bau & les façons de l'avant, 2,  $MNOL$ ,  $MnoL$ , entre le maître bau & les façons de l'arriere, & 2,  $LOIK$ ,  $LoiK$ , depuis le commencement des façons de l'arriere jufqu'à la poupe. De plus, 2 trilignes  $QPR$ ,  $QpR$ , depuis le commencement des façons de l'avant jufqu'à la proue.

9. On trouvera l'aire des trapezes en pieds quarrés, comme ci-deffus art. 5. ſçavoir,

$MNPQ$ , de . . . . .	440 pieds qu.
$MnpQ$ , de . . . . .	440.
$MNOL$ , de . . . . .	440.
$MnoL$ , de . . . . .	440.
$LOIK$ , de . . . . .	420.
$LoiK$ , de . . . . .	420

10. A l'égard du triligne de l'avant,  $QPR$ , formé par les deux droites  $QP$ ,  $QR$ , & par la courbe  $PR$ ; pour en avoir l'aire, multipliez les côtés rectilignes  $QP$  ( $14\frac{1}{3}$ ) &  $QR$  ( $25\frac{1}{3}$ ) l'un par l'autre, & prenez-en les  $\frac{2}{3}$ ; ce qui ſe fait en multipliant le produit des côtés par 2, & diviſant par 3, vous trouverez  $QPR$ , de . . . . .  $243\frac{2}{3}$ .  
Et de même,  $QpR$ , de . . . . .  $243\frac{2}{3}$ .

11. Somme totale des 6 trapezes, &                       
des 2 trilignes. . . . .  $3087\frac{1}{3}$  p. qu.

C'eſt la valeur de la ſurface ou coupe à la ligne du fort  $RNIinR$ .

12. Prenez la hauteur perpendiculaire ou la diſtance de la ligne d'eau  $GH$ , à la ligne du fort  $EF$ , qui ſera, par exemple, *er*, de . . . . . 7 pieds.

13. Ajoûtez les ſurfaces totales  $SXT\alpha S$ , de la ligne d'eau, &  $RNIinR$ , de la ligne du fort, qui ont été trouvées (art. 7. & 11.) l'une de 2238, l'autre de  $3087\frac{1}{3}$ . Ce qui donne la ſomme . . . . .  $5325\frac{1}{3}$  p. qu.  
Prenez-en la moitié, ci . . . . .  $2662\frac{2}{3}$ .

Et multipliez cette moitié par la hauteur ou diſtance *er*,

Mem. 1724.

Gg

234 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 qui a été trouvée de 7 pieds. Le produit vous donnera en  
 pieds cubes, la valeur . . . . . 18638.  $\frac{2}{3}$  p. cub.  
 qui sera celle du solide *EGHFE*, que l'on cherchoit.

14. Enfin multipliez ce nombre de pieds cubes d'eau par  
 72, & vous aurez . . . . . 1341984 livres.  
 Ou, divisant par 2000 . . . . . 670  $\frac{14}{125}$  tonneaux,  
 c'est-à-dire, à  $\frac{1}{125}$  près, 671 tonneaux, qui font la charge du  
 navire, & tout ce qu'il falloit trouver.

*Deuxieme pratique, plus courte que la précédente.*

Prenez les dimensions comme ci-dessus (art. 2. & 8.) mais  
 au lieu de prendre les largeurs entieres (art. 3. & 8.) n'en  
 prenez que la moitié *MX*, *MN*, &c. vous aurez par-là les  
 demi-coupes *STVXY*, de la ligne d'eau, & *RKIONP*, de  
 la ligne du fort, dont vous trouverez l'aire par parties, com-  
 me ci-dessus, art. 5 & 6, 9. & 10. Ajoûtant ensuite ces deux  
 surfaces, & multipliant la somme par la distance *er*, vous  
 trouverez la même charge.

*Troisieme pratique, encore plus abrégée.*

Ne mesurez, comme dans la précédente, que la moitié des  
 largeurs, & ne considérez d'abord que la moitié de chaque  
 coupe. Mais en cherchant l'aire de trapezes, multipliez la  
 longueur de chacun sur la quille, par la somme de ses côtés  
 paralleles élevés perpendiculairement sur cette longueur: de  
 même en cherchant l'aire des triangles, multipliez leurs côtés  
 perpendiculaires l'un par l'autre, sans partager ensuite par la  
 moitié le produit qui en vient. Et à l'égard du triligne de  
 l'avant (art. 10.) prenez les  $\frac{2}{3}$  du produit de ses côtés rectili-  
 gnes *QP*, *QR*, en le multipliant par 4, & divisant par 3. Vous  
 aurez par-là des doubles valeurs de chacune de ces parties,  
 & par conséquent les surfaces entieres de la ligne d'eau, &  
 de la ligne du fort. Multipliez ensuite la moitié de leur  
 somme par la hauteur *er*, comme dans la premiere maniere  
 (art. 13.) & vous trouverez la même charge du navire.

*Quatrieme pratique , qui abrège toutes les précédentes.*

Enfin , on peut encore abrégér les pratiques ci-dessus , en ne prenant , au lieu des coupes , ou des demi-coupes , à fleur d'eau , & à la ligne du fort , que la coupe ou la demi-coupe moyenne entre ces deux , & qui répond au milieu de leur distance ou de la hauteur *er* , du solide d'eau déplacé par la charge ; ce qui pourra être commode en plusieurs occasions , & qui ne s'éloignera pas sensiblement de la véritable moyenne arithmétique entre les deux coupes horizontales.

*Maniere de mesurer la distance *er* des deux coupes horizontales , & de prendre les largeurs du navire de dehors en dehors.*

Nous supposons ( *art. 1. 2. 3. 8. & 12. du modèle de pratique* ) que les jaugeurs prennent les dimensions du bâtiment avec soin , de la maniere la plus sûre , & qui leur sera la plus familiere. Il faut seulement qu'ils se souviennent , lorsqu'ils mesurent le vaisseau par le dedans , d'y ajouter toujours les épaisseurs. Car toute cette jauge est fondée sur le déplacement d'eau fait par la surface extérieure du navire. Mais je ne scaurois me dispenser de mettre ici , & de conseiller une méthode dont je me suis servi , pour avoir immédiatement la hauteur perpendiculaire *er* du solide d'eau , & les largeurs du vaisseau de dehors en dehors , & qui a été déjà éprouvée plusieurs fois avec facilité , & avec succès par des jaugeurs ordinaires.

Prenez une petite corde *p b d s* , aux extrémités de laquelle soient attachés deux plombs , *p* , *s*. Portez-la sur le pont *tc* , & disposez-la de façon qu'elle soit étendue à peu-près à angles droits sur la quille , & qu'étant soutenue en deux points , *b* , & *d* , ses parties *bp* , *ds* , rasent les côtés du vaisseau en *e* , *f* , où l'on suppose sa plus grande largeur , pendant que l'un de ses plombs , *p* , s'enfonce dans l'eau *ksin* , & que l'autre , *s* , en touche seulement la superficie. La corde étant arrêtée dans

Fig. 2.

G g ij



cette situation, ce qui sera aisé par le moyen de quelque bâton fourchu qui la soutienne en  $b$ , & en  $d$ , on mesurera  $bd$ , qui donnera la largeur du vaisseau à la ligne du fort  $ef$ . Les distances  $gk$ ,  $sh$ , depuis la corde ou le plomb, jusqu'aux bordages, étant ôtées de la largeur  $bd$ , donneront la largeur à la ligne d'eau,  $gh$ ; & la hauteur  $ek$ , ou  $fs$ , déterminera l'épaisseur du solide d'eau déplacé par la charge du navire, ou la distance des coupes à fleur d'eau, & à la ligne du fort. On répètera cette opération à tous les endroits où l'on voudra prendre la largeur du navire représentée en général par la coupe latérale  $ifqec$ .

On ne prendra que  $ab$ , ou  $ad$ , moitié de  $db$ , lorsqu'on se servira de la seconde ou de la troisième pratique ci-dessus.

*Maniere d'abrégé le mesurage, & ses réductions en pieds cubiques d'eau, & en tonneaux.*

Les jaugeurs de tonneaux de vin se servent d'une baguette ou *jauge* proprement dite, divisée en plusieurs parties, qui répondent à un certain nombre de pots, qu'elles indiquent pour le tonneau qui a telles ou telles dimensions. De sorte qu'après avoir pris, par exemple, la longueur du tonneau, & son diamètre à l'un des fonds, ou seulement la distance du bondon jusqu'à l'angle opposé que fait le fond avec les douves, ils savent très-promptement ce qu'il contient de pots de liqueur. On pourroit faire à leur imitation une *toise* ou *verge-marine* pour les navires, qui donnât tout d'un coup, & sans réduction leur port en tonneaux, après en avoir pris les dimensions avec cette toise, comme il a été enseigné ci-dessus avec la toise ordinaire du Châtelet. J'ai calculé que la toise ou verge-marine ayant de longueur 6 pieds 8  $\frac{1}{2}$  lignes de celle du Châtelet, elle détermineroit, à une très-petite fraction de ligne près, le côté d'un cube de 8 tonneaux ou de 16000 livres pesant d'eau, à raison de 72 livres pour chaque pied cubique. Par conséquent la demi-toise-marine, ou 3 pieds 4  $\frac{1}{2}$  lignes, donneroit le tonneau cubique, chacun



de ses pieds la 27<sup>me</sup> partie du tonneau, chaque ponce la 46656<sup>me</sup> partie, &c. Ces valeurs, & sur-tout celles qui répondent à un nombre précis de tonneaux, ou de parties aliquotes de tonneau, étant marquées sur la toise-marine, son usage seroit d'autant plus utile, que tout jaugeur un peu intelligent pourroit s'en servir sans perdre jamais de vûe la raison de ce qu'il fait, en diminuant extrêmement le calcul, & le nombre des opérations ordinaires, qui sont autant d'occasions d'erreur. On auroit aussi pour plus de commodité, des tables de réduction toutes dressées, soit en parties décimales, ou en telle autre subdivision, qui seroit la plus commode pour la perception des droits en conséquence du port des navires. C'est à quoi je donnerai volontiers mes soins, si l'on fait quelque reglement sur cette matiere.

*Remarques sur les pratiques précédentes.*

I. Quoique l'énoncé de la troisieme pratique la fasse paroître plus longue que la seconde, en ce qu'il faut prendre la moitié de la somme des deux surfaces, ce qui se trouve tout fait dans l'autre, elle est néanmoins réellement plus courte : parce qu'elle dispense de partager en deux parties égales la somme des côtés paralleles de chacun des trapezes, & aussi de prendre la moitié du produit des côtés de l'angle droit des triangles, comme on fait dans la seconde. De sorte que l'opération que la troisieme maniere exige de plus est unique, au lieu que celle qu'elle épargne, & qui se trouve dans la seconde, doit être répétée autant de fois qu'il y a de trapezes, & de triangles dans la moitié de chacune des coupes. La troisieme pratique me paroît encore préférable, en ce que donnant les surfaces entieres, & partageant leur somme par la moitié, elle a une analogie plus marquée avec la regle & les principes ; ce qui est d'une très-grande importance sur ces matieres, où l'on ne scauroit trop s'attacher à opérer de maniere que l'on voye toujours ce que l'on fait. C'est pour cela que, tout bien compté, la premiere pratique, quoique la plus longue, est la meilleure, du moins pour les Jaugeurs qui com-

minent, & pour tous ceux qui ne sont pas actuellement dans un grand exercice de la jauge.

II. La maniere dont on a pris l'aire des trapezes (*art. 5. 9.*) est fondée sur ce qu'ils ont tous, deux côtés paralleles perpendiculaires au plan vertical qui passe par la quille du vaisseau, ou à la ligne qui détermine la longueur des coupes. Car on sçait par les premiers élémens de la Géométrie-pratique, que l'aire de telles figures est égale au produit de la moitié de la somme de leurs côtés paralleles multipliée par le côté qui leur est perpendiculaire. Le calcul des triangles (*num. 6.*) est aussi fondé sur ce qu'ils ont un angle droit compris entre la ligne qui fait partie de la longueur de la coupe, & la ligne qui détermine la moitié de sa largeur. Ainsi les Jaugeurs doivent tâcher, autant qu'il leur sera possible, de prendre les largeurs du navire perpendiculairement à la quille ou au plan vertical qui passeroit par la quille. Cette attention ne fait pas une difficulté particuliere à cette jauge, elle doit être commune à toutes les manieres de jauger qu'on a eues jusqu'ici dans le Royaume.

fig. 1.

III. Le triligne  $QPR$ , est presque toujours très-approchant de la moitié d'une figure curviligne que les Géometres appellent une *parabole*. Et parce que l'aire de cette figure est égale aux deux tiers du rectangle de ses côtés rectilignes  $QP$ ,  $QR$ , & que l'opération par laquelle on prend ces deux tiers est très-aisée, on l'a adoptée préféablement à toute autre. Cependant si des Jaugeurs intelligens trouvent par l'inspection du navire proposé, que ses façons à l'avant ne rendent pas bien la figure parabolique  $QPR$ , dont le sommet est en  $P$ , & qu'ils veulent avoir l'aire de cette partie de la coupe à la ligne du fort conformément à la maniere dont ils ont eu les autres, ils n'auront qu'à prendre une dimension de plus,  $az$  : & par ce moyen ils diviseront  $QPR$ , en un trapeze  $QazP$ , & en un triangle, ou approchant,  $azR$ , dont ils trouveront l'aire comme ci-dessus, *num. 5. & 6.* Ils pourront en user de même, & prendre la largeur du navire en plus d'endroits que nous n'en avons indiqués, lorsqu'ils jugeront que les courbures de l'a-

rant, & de l'arrière des navires à jager seroient trop grandes pour être regardées comme des triangles rectilignes, étant rapportées aux coupes horisontales. Mais les dimensions précédentes suffiront pour l'ordinaire, & ne sçauroient donner que des erreurs peu considérables. Ces erreurs même, s'il y en a, se trouveront toujours à l'avantage du navire, qui est ce à quoi l'on a fait grande attention, en établissant la règle.

IV. On a supposé ici que le bâtiment *ABCD* (*Fig. 1.*) étoit à poupe quarrée, afin de donner l'exemple sur ce qu'il y avoit de plus simple & de plus ordinaire, sur-tout pour les bâtimens de charge, & les plus sujets à la jauge. Quand il s'en trouvera à cul rond, tels que sont les flûtes, sribots, ou pinques, il faudra ajoûter à la coupe de la ligne du fort, ou à sa moitié, la partie *bIK*, qui constitue cette rondeur, & en prendre l'aire comme d'un triangle, si elle n'en diffère pas bien sensiblement, ou comme on a fait du triligne de l'avant, & ainsi qu'il est enseigné dans l'art. 10. de la pratique, ou dans la remarque précédente.

V. A l'égard des vaisseaux pleins, dans les cas où l'on se trouvera obligé de les jager, on pourra y employer la méthode dont je viens de donner les règles & la pratique. Ce fera encore, à tout prendre, la moins fautive de toutes celles que je connois, sans parler de l'uniformité que l'on conservera par-là, & qui est ici de grande importance. Je dis la moins fautive; car il ne faut point se flatter qu'on puisse jamais avoir bien juste le port d'un vaisseau chargé, puisqu'on peut à peine arriver à cette justesse dans le jaugeage des vaisseaux vuides. La dimension la plus difficile à prendre sur les vaisseaux pleins, par notre méthode, est celle qui détermine la distance des deux coupes horisontales: parce que la ligne d'eau se trouvant alors sous l'eau, on ne peut juger qu'à peu-près, & par la tonture & l'estive du vaisseau, de la distance de cette coupe à celle de la ligne du fort. Mais l'expérience & l'habileté du jaugeur y pourront suppléer. C'est en partie dans cette vûe que j'ai ajoûté à la pratique fondamentale de l'exemple figuré, plu-



sieurs pratiques différentes, qui ne s'écartent point de la règle & de la méthode, & qui pourront fournir dans l'occasion différens moyens de prendre les dimensions du navire, selon les circonstances, & selon l'arrangement, la quantité, ou la nature des marchandises dont il sera chargé.

*Ceux qui souhaiteront s'instruire plus amplement sur la matiere du jaugeage, pourront avoir recours aux Mémoires de l'Académie de l'année 1721. p. 76. Ils y trouveront les raisons de la préférence qu'on a donnée à la méthode dont il s'agit ici, une explication des principes qui en sont le fondement, ses avantages & le degré de justesse qu'on en peut raisonnablement espérer.*

*Du reste il ne conviendrait pas dans cet abrégé, de répondre à quelques objections qu'on m'a faites depuis sur cette méthode. Je dirai seulement que j'y ai eu égard, & que si ceux qui sont au fait du jaugeage veulent y faire attention, ils verront bien-tôt que la plupart de ces objections roulent sur des inconvéniens communs à toutes les méthodes, ou inévitables, ou tels enfin qu'on ne sçauroit les éviter, sans tomber dans des inconvéniens encore pires,*







Fig 1

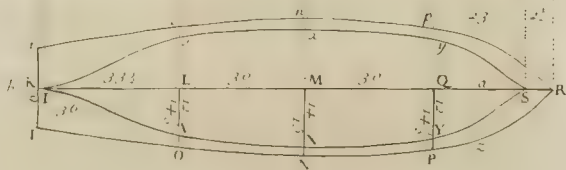
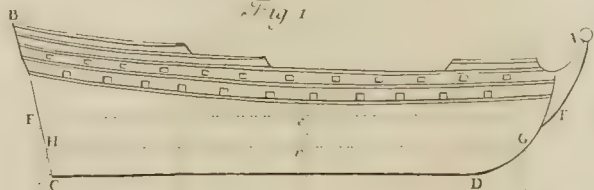
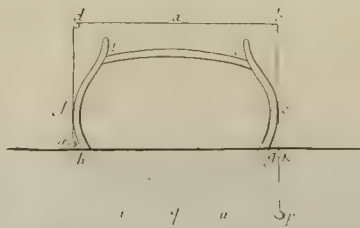


Fig 2



## LA GONIOMETRIE,

O U

## SCIENCE NOUVELLE DE MESURER

*les angles rectilignes & sphériques; & en général,  
les angles linéaires formés par deux lignes quelconques  
sur une surface quelconque, de même que les angles  
solides quelconques.*

Par M. DE LAGNY.

## PREMIERE PARTIE.

*Pour la mesure purement géométrique des angles  
rectilignes & sphériques.*

ON peut réduire à deux genres supérieurs tous les objets de la science de l'étendue; savoir, 1°. l'étendue *intelligible*, qui est l'objet des Géomètres; 2°. l'étendue *sensible*, qui est l'objet des Astronomes, des Géographes, des Arpentiers; &c.

8. Avril  
1724.

Nous avons, ou nous pouvons avoir une connoissance exacte & parfaite, ou indéfiniment approchée, quoiqu'imparfaite, des rapports de toutes les parties finies & exactement déterminées de l'étendue intelligible.

Nous ne pouvons avoir qu'une connoissance essentiellement imparfaite des rapports des parties de l'étendue sensible, parce qu'elles n'ont point de commune mesure fixe & constante; cependant cette connoissance, quoiqu'imparfaite, suffit pour l'usage, c'est-à-dire, pour connoître, autant qu'il est possible, tous ces rapports, soit sur la terre, soit dans les Cieux. C'est aussi tout ce qu'on peut raisonnablement souhaiter; prétendre aller au de-là, c'est donner dans la chimere & dans l'impossible; il faut seulement s'aider des connoissances exactes

Mem. 1724.

H h

qu'on a acquises des propriétés de l'étendue intelligible, en y joignant l'usage des instrumens les plus simples & les plus justes, & en se servant toujours dans leurs divisions & subdivisions d'une méthode dirigée par la raison seule, sans aucun mélange d'arbitraire ni de caprice.

On peut considérer l'étendue, ou en repos, ou en mouvement. L'étendue considérée comme en repos, n'est qu'un espace immense parfaitement homogène, & sans aucune propriété actuelle ni à connoître, ni à mettre en pratique: mais lorsque le Géometre la considère comme étant divisée & mise en mouvement, ce mouvement doit nécessairement avoir deux qualités. Il doit être parfaitement réglé, & parfaitement continu sans aucune interruption. Toute ligne courbe, par exemple, que l'on décrit ou que l'on conçoit, décrite en déterminant seulement un certain nombre de points, comme par saut, & en conduisant d'ailleurs la main par la vue & l'imagination; toute ligne courbe, ainsi décrite, ne convient qu'aux Peintres & aux Dessinateurs, & nullement aux Géometres.

L'on peut subdiviser en deux genres subalternes chacun des deux genres supérieurs ci-dessus, c'est-à-dire, qu'on peut diviser la géométrie en deux parties.

La première a pour objet les grandeurs finies & déterminées, telles que sont les lignes, les superficies, & les solides.

L'objet de la seconde partie est la situation respective, c'est-à-dire, les angles que peuvent former ces trois espèces de grandeurs. Les angles sont essentiellement d'une grandeur indéfinie & indéterminée, par rapport aux lignes ou aux surfaces qui les forment, & que l'on peut prolonger indéfiniment ou raccourcir à discrétion sans rien changer à la grandeur de l'angle, laquelle n'est déterminée que relativement à l'angle fixe & constant qui leur sert de commune mesure.

Chacune de ces deux parties de la géométrie se peut enfin subdiviser en trois, qui consistent

1°. A sçavoir construire ces grandeurs & ces angles par un mouvement réglé & continu.

2°. A sçavoir les mesurer, c'est-à-dire, à trouver métho-



diquement, & à exprimer de la maniere la plus simple qu'il soit possible, géométriquement, analytiquement, arithmétiquement, ou d'une maniere mixte, les rapports qu'ont entr'elles ces grandeurs & ces angles entr'eux par les rapports qu'on leur trouve avec leur seule véritable & commune mesure, indépendamment de toute institution arbitraire.

3°. A sçavoir les diviser par un mouvement réglé & continu, non-seulement en raison donnée de nombre à nombre, mais ( ce qui est infiniment plus général ) en raison donnée de ligne à ligne.

L'on pourroit donc réduire aux traités suivans tout ce qui regarde la Géométrie, & l'on pourroit les intituler de cette maniere.

- |                       |   |  |
|-----------------------|---|--|
| 1°. La Grammo-graphie | } | Pour les lignes.   |
| 2°. La Grammo-métrie  |   |  |
| 3°. La Grammo-tomie   |   |  |
| 4°. L'Epipédo-graphie | } | Pour les surfaces.   |
| 5°. L'Epipédo-métrie  |   |  |
| 6°. L'Epipédo-tomie   |   |  |
| 7°. La Stéréo-graphie | } | Pour les solides.  |
| 8°. La Stéréo-métrie  |   |  |
| 9°. La Stéréo-tomie   |   |  |
| 10°. La Gonio-graphie | } | Pour la construction, la mesure & la division, tant des angles linéaires sur des surfaces quelconques, que pour la construction, la mesure & la division des angles solides. |
| 11°. La Gonio-métrie  |   |  |
| 12°. La Gonio-tomie   |   |  |

On ne fait point ici mention des angles formés par deux surfaces quelconques qui s'entrecoupent dans une ligne quelconque qui est leur commune section; parce que tirant d'un

point quelconque de cette commune section deux lignes , soit droites , soit courbes , selon que ces surfaces sont planes ou courbes , convexes ou concaves , en sorte que ces deux lignes , une dans chacune des deux surfaces , soient perpendiculaires sur cette commune section , & forment un angle quelconque , si cet angle linéaire est par-tout & à chaque point de la commune section , toujours d'une égale grandeur , c'est l'angle même des deux surfaces ; autrement elles ne forment point de véritable angle , mais une série indéfinie d'angles différens. Tel est , par exemple , l'angle superficiel que fait la surface d'un cône oblique avec le cercle qui lui sert de base.

On n'examine point ici les *infiniment grands* , ni les *infiniment petits* de différens genres ou degrés ; c'est l'objet particulier de la Géométrie transcendante ou métaphysique , & non de la pure & simple Géométrie.

C'est la même raison pour les centres de gravité , d'oscillation , &c. ce sont matieres étrangères à la Géométrie , quoique liées avec elle.

Il est permis , en certaines occasions , de former des mots nouveaux , parce qu'ils sont commodes , abrégés , propres , expressifs , & en quelque maniere nécessaires , mais ce doit être à condition d'observer , comme on a tâché ici de le faire , le précepte d'Horace dans sa Poétique :

*In verbis etiam tenuis , cautusque ferendis ;  
Dixeris egregie notum , si callida verbum  
Reddiderit junctura novum ; si forte necesse est  
Indictis monstrare recentibus addita rerum.*

*..... Dabiturque licentia sumpta pudenter ,  
Et nova fictaque nuper habebunt verba fidem , si*

GRÆCO FONTE CADANT , PARCE DEDUCTA.

Il reste encore une infinité de nouvelles découvertes à faire dans chacun de ces douze ou quinze traités. Mais on a crû devoir se borner dans ce Mémoire à la seule Gonio-métrie , ou à la seule mesure des angles , comme étant la

partie de la Géométrie la moins cultivée, & pourtant l'une des plus utiles.

Je distingue quatre especes différentes de Goniométrie.

1<sup>o</sup>. La Goniométrie purement géométrique, dans laquelle l'on n'emploie que le seul compas & l'arc de cercle, pour mesurer tout angle rectiligne donné de position sur un plan, & tout angle sphérique donné de position sur une surface sphérique. On ne suppose que la demande qu'Euclide suppose dans le premier Livre de ses Elémens; sçavoir : *Que d'un point donné sur une surface plane ou sphérique, & d'un intervalle donné, l'on puisse decrire un cercle; & que d'un arc de cercle déterminé, l'on puisse ôter autant de fois qu'il est possible un plus petit arc déterminé dans le même cercle.*

Cette méthode, purement géométrique; paroîtra peut-être d'abord trop simple & trop facile: mais je prie le lecteur de suspendre son jugement jusqu'à la fin du Mémoire; où j'espère qu'il trouvera des choses nouvelles, & dignes de son attention.

Cette méthode est d'une parfaite exactitude dans tous les cas, où l'angle donné est commensurable à deux angles droits pour l'angle rectiligne, ou commensurable à quatre angles droits pour l'angle sphérique; ce sont les deux *maximum* négatifs pour ces deux especes d'angles, comme le rayon du cercle est le *maximum* positif pour ses appliquées sur le diamètre.

Lorsque ces deux especes d'angles donnés de position sont incommensurables entr'eux, ou avec leur *maximum*, la méthode approche indéfiniment du rapport cherché, c'est-à-dire, autant qu'il est possible de le faire par les sens de la vue & du toucher, dirigés par une méthode démonstrative.

2<sup>o</sup>. La seconde espece de Goniométrie est la Goniométrie purement analytique, laquelle approche indéfiniment & sans aucunes bornes de la valeur de l'angle déterminé analytiquement. Par exemple, il l'est, ou par le rapport donné des lignes qui le forment & de celle qui le ferme dans l'angle rectiligne, ou par le rapport des trois arcs de grand cercle dans l'angle sphérique.



C'est au moyen du rapport une fois déterminé indéfiniment près en nombre pour le diamètre du cercle & sa circonférence par une première série constante & fondamentale, & ensuite au moyen d'une formule générale en série qui détermine indéfiniment près la grandeur relative au rayon de l'arc qui sert de mesure à l'angle cherché; car de cette manière on connoît indéfiniment près le rapport qu'a l'arc qui sert de mesure à l'angle donné avec l'arc qui sert de mesure à l'angle droit, au tiers, aux deux tiers de deux angles droits à deux angles droits, ou même à quatre angles droits. En un mot, on connoît le rapport de l'arc, & par conséquent de l'angle donné de position avec un arc ou un angle donné quelconque regardé comme connu. L'on connoît aussi par conséquent les rapports qu'ont entr'eux deux ou plusieurs arcs ou angles donnés de position.

C'est ainsi que j'ai déterminé le petit angle aigu du triangle rectangle, dont les trois côtés sont entr'eux comme les nombres 3, 4 & 5.

J'ai démontré que cet angle est entre ces deux limites, sçavoir entre

$36^{\circ}, 52', 11'', 37''', 53^4, 29^5, 24^6, 29^7, 55^8, 10^9, 2^{10} +$

Et  $36^{\circ}, 52', 11'', 37''', 53^4, 29^5, 24^6, 29^7, 55^8, 10^9, 3^{10} -$

Enforte que la différence est moindre que cette partie aliquotte de l'angle droit  $\frac{1}{54. 419. 558. 400. 000. 000. 000.}$ . Et j'aurois

pû en approcher à l'infini.

3°. La troisième espèce de Goniométrie est purement arithmétique ou trigonométrique: elle est essentiellement bornée à une approximation fixe & déterminée par une certaine partie constante de l'angle droit; on s'y sert des tables des sinus tangentes & sécantes. Je marque les défauts de ces tables, les moyens de les perfectionner, & d'en construire de nouvelles incomparablement meilleures, plus aisées à supputer & à vérifier, & je donne enfin la méthode de tirer de ces tables la plus grande approximation possible, en marquant des limites fixes & réglées par une nouvelle analogie.



Si l'on se sert purement & simplement de ces tables, sans faire aucune analogie pour une plus grande approximation, on sera borné à la différence entre deux arcs qui ne différeront entr'eux que de la grandeur du plus petit arc, sur lequel & sur ses multiples jusques au quart de cercle, l'on a construit les tables; ainsi l'on trouvera, en se servant des tables construites minute à minute, que le plus petit angle aigu du triangle 3, 4 & 5 est entre  $36^{\circ} 52' +$  &  $36^{\circ} 53' -$ . Si l'on emploie l'analogie pour la différence proportionnelle, l'on approchera davantage, mais l'approximation restera toujours essentiellement bornée. Je déterminerai les *maximums* & les *minimums* tant pour le sinus total que pour les limites d'approximation.

4°. Enfin la quatrième espèce de goniométrie est mixte, & fondée en partie sur la série dont j'ai parlé dans l'article second pour la goniométrie purement analytique, & en partie sur une table des tangentes, laquelle ne contient qu'une seule page; on trouve par ce moyen l'angle cherché en degrés, minutes, secondes & tierces à moins d'une tierce près, ainsi l'on trouvera que le même plus petit angle aigu du triangle 3, 4, 5, est entre  $36^{\circ} 52' 11'' 37'''$  &  $36^{\circ} 52' 11'' 38'''$ .

Cette approximation, à moins d'une tierce près, est plus que suffisante, même pour les calculs les plus recherchés de l'astronomie.

Pour avoir des tables qui donnassent directement & immédiatement les angles cherchés à moins d'une tierce près, il faudroit 540 volumes in-folio de 600 pages chaque volume, car les 60 tierces occuperoient une page entière par leurs Sinus tangentes & sécantes en nombres naturels & en logarithmes. Or dans le quart de cercle il y a, suivant la division & les subdivisions ordinaires, 90 degrés, 5400 minutes, & 324000 secondes, ce seroit 324000 pages; ainsi supposant chaque volume de 600 pages il est évident qu'il faudroit 540 volumes in-folio pour les tables seules; ce qui est absolument impraticable, non-seulement par le travail énor-

248 MEMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE  
me des calculs à faire , mais encore par les frais immenses de  
l'impression , & la cherté des exemplaires.

*Premiere Méthode goniométrique , & purement  
géométrique.*

Pour commencer par ce qu'il y a de plus simple , je ne  
considérerai d'abord que le rapport de deux lignes droites sur  
un plan , & ensuite le rapport de deux arcs d'un même cercle ,  
& enfin le rapport de deux arcs de grand cercle sur la surface  
d'une sphere.

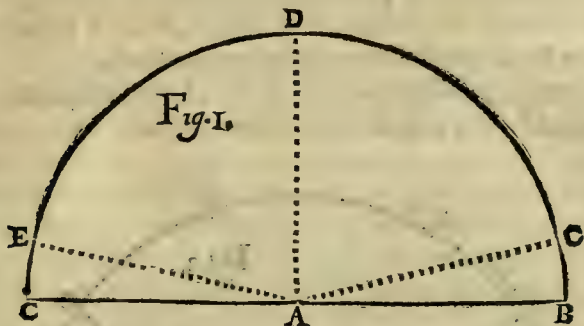
Deux lignes droites sur un plan indéfini sont paralleles ;  
ou non paralleles. Ce dernier cas se subdivise en deux ; car  
n'étant pas paralleles , & par conséquent devant se couper mu-  
tuellement , lorsqu'on les prolonge indéfiniment , elles se cou-  
peront ou perpendiculairement ou obliquement.

Le parallélisme est un genre unique & si simple , qu'il ne  
peut être subdivisé. Deux lignes droites quelconques étant  
supposées paralleles , il est évident que deux autres lignes droi-  
tes paralleles quelconques ne sont & ne peuvent jamais être  
ni plus ni moins paralleles que les deux premieres. Il en est  
de même des lignes perpendiculaires. Il n'est pas possible que  
deux lignes soient plus perpendiculaires que deux autres , mais  
l'obliquité de deux lignes peut varier à l'infini.

EXEMPLE I.

Fig. 1. Si l'on conçoit deux lignes droites quelconques égales  
& indéfiniment proches , comme  $AB$  ,  $AC$  , partant d'un  
même point fixe  $A$  , & posées directement l'une sur l'autre  
en parfaite coincidence sur un même plan , & qu'ensuite  
l'une de ces deux lignes , comme  $AC$  , laissant  $AB$   
dans la même situation , commence à se mouvoir sur  
ce même plan autour du point  $A$  immobile , ces deux  
lignes commenceront dès le premier instant de leur sé-  
paration à former un angle rectiligne indéfiniment petit , &  
cet angle ira en augmentant continuellement , devenant plus  
ouvert de plus en plus jusqu'à ce que ces deux lignes  $AB$  ,  
 $AC$  , ne fassent plus qu'une seule & même ligne droite  $BAC$  ,  
car

car pour lors l'angle devient absolument nul par la seconde coïncidence, comme il étoit absolument nul dans la première coïncidence opposée. Cette première est donc le *Minimum* négatif ou exclusif de l'angle rectiligne, & la seconde coïncidence en est le *Maximum* négatif ou exclusif.



L'extrémité *C* a décrit un demi-cercle dont le diamètre est *BAC*.

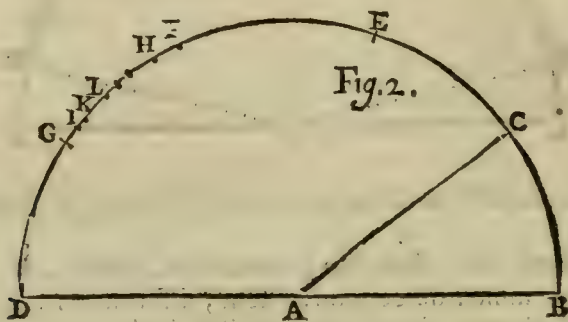
La ligne *AB*, dans son mouvement continu, & précisément au milieu de ce mouvement, a formé un angle d'une espèce unique & singulière. C'est l'angle droit *BAD*, qui est un *Maximum* positif pour les deux angles de fuite, qui ne peuvent être tous les deux ensemble & à la fois plus grands que dans cette situation. L'angle droit est aussi le *Maximum* négatif de l'angle aigu, & le *Minimum* négatif de l'angle obtus.

Avant de parvenir à l'angle droit, la ligne mobile *AC* a parcouru ou formé successivement, avec la ligne *AB* immobile, tous les angles aigus possibles, & après y être parvenue, en continuant son mouvement de même part, elle a parcouru ou formé, avec la même ligne immobile *AC*, tous les angles obtus possibles.

Or cette demi-circonférence & ses parties ou arcs sont la seule commune mesure de tous les angles rectilignes, parce que ces angles & leurs arcs correspondants croissent ou décroissent précisément dans le même rapport. L'angle double,

250 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
triple, &c. d'un second angle a pour sa mesure un arc double ;  
triple, &c. du second arc ; d'ailleurs ces arcs sont parfaitement  
simples & homogenes, c'est-à-dire, qu'entre l'infinité d'especes  
différentes de lignes courbes, il n'y a que le cercle seul qui ait,  
comme la ligne droite ( qui est une autre commune mesure na-  
turelle des grandeurs géométriques ) toutes ses parties parfaite-  
ment semblables dès qu'elles sont égales, & c'est la condition  
nécessaire & essentielle aux communes mesures.

\* Fig. 2. Soit l'angle rectiligne donné  $BAC$ , formé au point  $A$  par  
les lignes  $AB$ ,  $AC$ , égales ou rendues égales.



1°. Ayant prolongé  $BA$  en  $D$ , de sorte que  $AD$  soit égale  
à  $AB$  ; du point  $A$  comme centre & de l'intervalle  $AB$ , je  
décris le demi-cercle  $BCD$ .

2°. Je porte l'arc  $BC$  sur la demi-circonférence de  $C$  en  $E$ ,  
de  $E$  en  $F$ , de  $F$  en  $G$  ; & comme le reste  $GD$  est supposé plus  
petit que l'arc primitif  $BC$ , mesure de l'angle donné de position  
 $BAC$ , j'écris le nombre de fois que cet arc  $BC$  a été compris en  
entier dans la demi-circonférence, c'est quatre fois, & j'écris 4  
pour premier quotient générateur du rapport cherché de l'arc  
 $BC$ , à la demi-circonférence  $BCD$ , c'est-à dire pour premier  
quotient générateur du rapport de l'angle cherché à deux angles  
droits.

3°. Je porte ensuite ce premier reste  $GD$ , sur l'arc pro-  
chain  $GF = BC$ , & je trouve qu'il n'y est compris qu'une



fois depuis  $G$  jusqu'en  $H$  avec un second reste  $HF$ . J'écris 1 pour second quotient générateur.

4°. Je porte ce second reste  $HF$  sur le premier reste  $GD$ , ou plutôt sur son égal  $HG$ , qui lui est joint immédiatement, & je trouve qu'il y est compris cinq fois depuis  $H$  jusqu'en  $I$  avec un troisieme reste  $IG$ . J'écris 5 pour troisieme quotient générateur.

5°. Enfin je porte ce troisieme reste  $GI$  sur le second reste  $HF$ , ou sur son égal l'arc  $IL$  qui est joint immédiatement à ce troisieme reste  $GI$ , & je trouve qu'il y est compris *précisément* deux fois, ou du moins sans aucun reste sensible. J'écris 2 pour quatrieme quotient générateur; & l'opération géométrique est finie. Il reste à opérer sur les quatre quotients générateurs trouvés  $4 : 1 : 5 : 2$ , que j'arrange dans un ordre contraire, en commençant par le dernier quotient 2, lequel, pour la facilité de l'expression, j'appelle le premier, & 5 le second; 1 le troisieme, & 4 le quatrieme; & j'opere comme il suit.

#### O P É R A T I O N.

1°. Je multiplie ce premier quotient 2 par le second quotient 5, & au produit 10 j'ajoute toujours, & par regle générale; l'unité, la premiere somme est 11.

2°. Je multiplie cette somme 11 par le troisieme quotient 1, & au produit 11 j'ajoute toujours, & par regle générale, le premier quotient 2, la seconde somme est 13.

3°. Je multiplie cette somme 13 par le quatrieme quotient 4, & au produit 52 j'ajoute toujours, & par regle générale, la premiere somme 11, la troisieme & derniere somme cherchée est 63.

L'opération arithmétique est finie, & l'angle donné de position  $BAC$  est à deux angles droits précisément comme la pénultieme somme 13 est à la derniere ou quatrieme somme 63.

Le problème est parfaitement résolu, indépendamment de toute institution arbitraire : mais, si l'on veut déterminer la grandeur de ce même angle  $BAC$ , à la maniere ordinaire,

252 MEMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE  
 en degrés, minutes, secondes, &c. il n'y a qu'à faire cette analogie.

Comme 63 est à 13, ainsi 180<sup>d</sup> à un quatrieme terme, & l'on trouvera que cet angle est de 37<sup>d</sup> 8' 34" &  $\frac{13}{63}$ . L'on pourroit continuer indéfiniment, mais très inutilement, cette réduction en tierces, quartes, &c. parce que 1°. l'on ne trouveroit jamais dans cette subdivision continuelle un quotient sans reste.

2°. Parce qu'il est absurde de vouloir substituer à un rapport exact, simple & primitif, tel qu'est  $\frac{13}{63}$ , un rapport essentiellement imparfait dans ce cas-ci, & il y a réellement une infinité plus de cas possibles où ces rapports exacts sont irréductibles qu'il n'y en a où ils sont réductibles; car on ne peut exprimer exactement en progression *sexagésimale* par degrés, minutes, secondes, tierces, &c. que les rapports composés, des trois nombres premiers 2, 3 & 5, & de leurs puissances. Or il est évident que ce n'est que l'infinitieme partie des rapports possibles exprimables exactement par deux nombres premiers quelconques.

3°. Comme il s'agit uniquement de trouver le rapport d'un angle donné de position à deux angles droits, ce n'est plus qu'une exactitude imaginaire, lorsqu'on veut aller au de-là des degrés, minutes & secondes dans l'application usuelle de la méthode.

### OPÉRATION ARITHMÉTIQUE.

Les quatre quotients générateurs ont été trouvés par analyse, suivant cet ordre.

$$\begin{array}{cccc} 1^{\text{er}} & \dots & 2^{\text{d}} & \dots & 3^{\text{me}} & \dots & 4^{\text{me}} \\ 4 : & & 1 : & & 5 : & & 2 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{cccc} 1^{\text{er}} & \dots & 2^{\text{d}} & \dots & 3^{\text{me}} & \dots & 4^{\text{me}} \end{array}} \right\} \text{Quotients.}$$

Et ils doivent être arrangés en ordre contraire par synthese, comme il suit.

$$\begin{array}{cccc} 1^{\text{er}} & \dots & 2^{\text{d}} & \dots & 3^{\text{me}} & \dots & 4^{\text{me}} \\ 2 : & & 5 : & & 1 : & & 4 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{cccc} 1^{\text{er}} & \dots & 2^{\text{d}} & \dots & 3^{\text{me}} & \dots & 4^{\text{me}} \end{array}} \right\} \text{Quotients.}$$

1°. Je commence toujours par poser 1 ; c'est l'unité constante qui représente le dernier reste qui mesure exactement, ou avec une différence insensible, le reste précédent.

2°. Je pose au dessous 2, 1<sup>er</sup>. quotient en ordre de synthèse, lequel je multiplie par 5 second quotient synthétique.

Le produit est . . . 10 premier produit, auquel ajoutant toujours . . . 1 l'unité constante ci-dessus.

La somme est . . . 11 première somme, laquelle étant multipliée par . . . 1 troisième quotient synthétique.

Le produit est . . . 11 second produit, auquel ajoutant . . . 2 premier quotient.

La somme est . . . 13 seconde & pénult. somme, laquelle étant multipliée par . . . 4 qui est le 4<sup>e</sup>. & dern. quot. synthét.

Le produit est . . . 52 troisième produit, auquel ajoutant . . . 11 première somme.

La somme totale est 63 troisième & dernière somme.

D'où je conclus que l'angle donné de position, & duquel on cherche la valeur, est à deux angles droits, comme 13, qui est la pénultième somme, est à 63 qui est la dernière somme, ce qu'il falloit trouver. Cet angle est donc les  $\frac{13}{63}$  de deux angles droits, & si l'on veut exprimer sa valeur en degrés, minutes, &c. on l'aura, en faisant cette analogie comme ci-dessus. . . . . 63

est à . . . 13

comme 180<sup>d</sup> valeur de deux angles droits

est à . . .  $\frac{13 \times 180}{63} = \frac{2340}{63} = 37^d 8' 34'' \frac{2}{7}$ .

Ce qu'il falloit encore trouver pour se conformer à l'usage.

### *Démonstration sensible & particulière.*

J'appelle ou je désigne toujours par l'unité le dernier reste GI qui mesure exactement, ou sans aucun reste sensible, le

254 MEMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE  
 reste immédiatement précédent  $HI$  ou son égal  $IE$ , & la  
 raison est que de même que l'unité est la commune mesure de  
 tous les nombres, ce dernier reste  $GI$  mesure nécessairement  
 & par construction ou par hypothèse la demi-circonférence  
 $BCD$ , & l'arc  $BC$ , & l'on a ainsi par synthèse le rapport de  
 l'arc  $BC$  à cette demi-circonférence en nombres entiers.

L'on aura donc  $GI = 1$  par hypothèse.

$$\begin{array}{l} \text{Donc } KI = 1 \\ \text{Et } Kl = 1 \end{array} \} \text{ par construction.}$$

$$\begin{array}{l} \text{Donc } Il = 2 \\ \quad lm = 2 \\ \quad mn = 2 \\ \quad no = 2 \\ \quad OH = 2 \end{array}$$

Or  $HF = 2$  par hypothèse.

$$\text{Donc } GH = 5 \times 2 + 1 = 10 + 1 = 11.$$

Mais  $GD = GH$ , donc  $GD = 11$ .

$$\text{Or } GF = GH + HF = 11 + 2 = 13.$$

$$\text{Et } GF = FE = EC = CB.$$

Donc  $CB = 13$ , arc donné de position & dont  
 on cherchoit la valeur.

Mais la demi-circonférence  $= BC + CE + EF + FG$   
 $+ GD$ , le tout étant égal à ses parties prises ensemble, donc  
 la demi-circonférence  $= 4$  fois l'arc  $BC$ , plus une fois  $GD$ ,  
 c'est-à-dire qu'elle est égale à  $4 \times 13 + 11 = 52 + 11$   
 $= 63$ .

Donc enfin l'arc  $BC$  est à la demi-circonférence comme  
 13 est à 63. Ce qu'il falloit démontrer.

#### EXEMPLE. II.

Si l'on suppose l'angle donné de position tel que son arc  
 comparé à la demi-circonférence, donne cette suite de quo-  
 tiens générateurs analytiques 15 : 4 : 9 : 3 : 12, l'on aura



cette suite de quotients générateurs synthétiques  $12 : 3 : 9$   
 $: 4 : 15$ , sur lesquels on operera comme il suit :

## O P É R A T I O N.

		1	
12	.....	12	
3	..... par	3	
		36	
		+ 1	
		37	premiere somme.
9	..... par	9	
		333	
		+ 12	
		345	seconde somme.
4	..... par	4	
		1380	
		+ 37	
		1417	troisieme somme & la penultieme.
15	..... par	15	
		7085	
		1417	
		21255	
		+ 345	
		21600	quatrieme & derniere somme.

D'où je conclus que l'angle donné de position est à deux angles droits, comme la troisieme & penultieme somme 1417 est à la quatrieme & derniere somme 21600.

Ainsi faisant cette analogie,

Comme 21600  
 est à ..... 1417

256 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 ainsi . . . . 180 degrés, fera précisément  
 à . . . . 111 degrés 48' 30"  
 Et c'est la valeur précise de l'angle donné de position.

# R E M A R Q U E.

Il ne faut aucun calcul pour trouver la valeur de l'angle donné de position, lorsque cet angle est une partie aliquote quelconque de deux angles droits. C'est le premier & le plus simple genre de rapport, qui est celui d'équimultiplicité, lorsque la plus petite des deux grandeurs est comprise précisément un certain nombre de fois dans la plus grande, & ce premier genre comprend aussi en *général* le rapport d'égalité, puisqu'en ce cas chaque grandeur mesure précisément l'autre par l'unité indistinctement.

Lorsque la petite grandeur est comprise un certain nombre de fois dans la plus grande, mais avec un reste, & que ce reste est compris précisément un certain nombre de fois dans la plus petite grandeur; c'est le second genre de rapport, qui a sous lui une infinité d'espèces, & chaque espèce une infinité de différens individus.

Tels sont les rapports de $\frac{3}{2}$	de $\frac{5}{2}$	de $\frac{7}{2}$	&c.	&c.
$\frac{4}{3}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{10}{3}$	&c.	&c.
$\frac{5}{4}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{13}{4}$	&c.	&c.
$\frac{6}{5}$	$\frac{11}{5}$	$\frac{16}{5}$	&c.	&c.
&c.	&c.	&c.		

Lorsque la petite grandeur est comprise un certain nombre de fois dans la plus grande, avec un premier reste, & que ce premier reste est compris un certain nombre de fois dans la petite grandeur avec un second reste, & que ce second reste est compris précisément un certain nombre de fois dans le premier reste; c'est le troisieme genre de rapport qui a sous lui une infinité d'espèces, & chaque espèce une infinité d'individus.

Tels

Tels sont les rapports de $\frac{1}{3}$	de $\frac{2}{3}$	de $\frac{11}{3}$	&c.	&c.
$\frac{7}{4}$	$\frac{11}{4}$	$\frac{15}{4}$	&c.	&c.
$\frac{8}{5}$	$\frac{14}{5}$	$\frac{19}{5}$	&c.	&c.
$\frac{11}{6}$	$\frac{17}{6}$	$\frac{21}{6}$	&c.	&c.
&c.	&c.	&c.		

Et ainsi de suite à l'infini. Le rapport est d'un genre plus élevé à proportion du plus grand nombre de divisions continues qu'il faut faire pour parvenir à trouver la commune mesure des deux grandeurs.

S'il ne faut pour cela qu'une division, le rapport des deux grandeurs est du premier genre.

S'il faut deux divisions, le rapport est du second genre, & ainsi de suite.

Donc si les deux grandeurs sont incommensurables, leur rapport est de l'infinitieme genre, parce qu'il faudroit une infinité de divisions continues pour parvenir à trouver leur commune mesure. Tel est le rapport du côté du quarré à sa diagonale.

Avant que de finir cette premiere remarque, j'ai crû que le Lecteur verroit avec quelque plaisir la propriété de la série qui comprend toutes les premieres & plus simples especes de chaque genre, dont tous les quotiens générateurs sont 1, excepté le dernier qui est toujours deux, hors le cas d'égalité. Cette série est telle qu'il suit.

1 à 1	} Ce premier genre est double, parce qu'il comprend sous la plus simple de toutes les expressions, le rapport d'égalité, & celui de la plus petite multiplicité.
1 à 2	
2 à 3	Second genre.
3 à 5	Troisième genre.
5 à 8	Quatrième genre.
8 à 13	Cinquième genre.
13 à 21	Sixième genre.
&c. &c.	&c.

Il est aisé de remarquer dans cette série que l'antécédent de chaque genre suivant est égal au conséquent du genre précédent, & que le conséquent du même genre suivant est égal à la somme de l'antécédent & du conséquent du même genre précédent.

Ainsi 8, antécédent du cinquième genre, est égal à 8, conséquent du quatrième genre, & 13, conséquent du même cinquième genre, est égal à 13, qui est la somme de l'antécédent 8 & du conséquent 8 du même quatrième genre.

$$13 = 5 + 8$$

$$21 = 8 + 13$$

$$34 = 13 + 21$$

&c.

Et en général si le genre de rapport dans le cas le plus simple de ce genre est  $\frac{a}{b}$ , & que l'exposant de genre soit  $= C$ ; que la plus petite grandeur soit  $b$ , & la plus grande  $a$ , les deux nombres qui seront les exposans du genre immédiatement plus élevé  $C + 1$  seront  $\frac{a+b}{b}$ .

Mais le dernier ou infinième terme de cette même série

$$\frac{1}{1} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{8}{5} \cdot \frac{13}{8} \cdot \frac{21}{13} \cdot \frac{34}{21} \cdot \frac{55}{34} \cdot \frac{89}{55} \cdot \frac{144}{89} \cdot \frac{233}{144} \cdot \frac{377}{233} \cdot \frac{610}{377} \cdot \frac{987}{610} \text{ &c.}$$

Dont les exposans sont

$$1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15 \text{ &c.}$$

Le dernier ou infinième terme de cette série, dis-je, est précisément  $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ . Ce que je démontre ainsi :

La Formule générale de transformation de l'irrational  $\sqrt{5}$  en série rationnelle est  $\frac{a}{b}$  &  $\frac{2a+5b}{1a+2b}$ .

Ce qui donne, en commençant par  $a = 2$ , &  $b = 1$ , la série  $\sqrt{5} = \frac{2+}{1}, \frac{9-}{4}, \frac{18+}{17}, \frac{161-}{72}, \frac{682+}{305} \text{ &c.}$  dont la série des quarrés est  $\frac{4}{1}, \frac{81}{16}, \frac{1444}{289}, \frac{25921}{5184}, \frac{465154}{93025} \text{ &c.}$

$$\text{Or } \frac{4}{1} = 5 - \frac{1}{1}$$

$$\frac{81}{16} = 5 + \frac{1}{16}$$

$$\frac{1444}{289} = 5 - \frac{1}{289}$$

$$\frac{25921}{5184} = 5 + \frac{1}{5184}$$

$$\frac{465154}{93025} = 5 - \frac{1}{93025}$$

&c.



$$\text{Donc } \frac{\sqrt{5}+1}{2} = \frac{\frac{1}{2}+1}{2} = \frac{3}{4}$$

$$= \frac{\frac{9}{4}+1}{2} = \frac{13}{8}$$

$$= \frac{\frac{18}{17}+1}{2} = \frac{15}{14}$$

$$= \frac{\frac{161}{72}+1}{2} = \frac{233}{144}$$

$$= \frac{\frac{682}{305}+1}{2} = \frac{987}{610}$$

&c. &c.

$$\text{Or } \frac{1}{2} : \frac{13}{8} : \frac{15}{14} : \frac{233}{144} : \frac{987}{610} \text{ \&c.}$$

sont le 3<sup>e</sup>. le 6<sup>e</sup>. le 9<sup>e</sup>. le 12<sup>e</sup>. le 15<sup>e</sup>. &c. termes de la série de la page précédente  $\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{8}{3} \cdot \frac{13}{8}$  &c. en interpolant continuellement deux termes, ou en suivant la formule exemplaire  $\frac{a}{b}$  &  $\frac{3a+2b}{2a+b}$ .

Car si  $a = 3$ , &  $b = 2$ , on aura  $\frac{3a+2b}{2a+b} = \frac{13}{8}$ .

Et si  $a = 13$ , &  $b = 8$ , on aura  $\frac{3a+2b}{2a+b} = \frac{15}{14}$  &c.

D'où il s'ensuit évidemment que le dernier ou infinième terme de chacune de ces deux séries est  $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ . Ce qu'il falloit démontrer.

On sçait que le rayon d'un cercle étant 2, le côté du décagone inscrit est  $\sqrt{5} - 1$ ; il sera donc fort aisé d'exprimer en lignes le rapport de 2 à  $\sqrt{5} + 1$ ; c'est comme le rayon est au côté du décagone augmenté du rayon même.

#### COROLLAIRE GENERAL.

Si la petite grandeur (par exemple l'arc de l'angle donné de position) est  $= B$ , & la plus grande ou le *Maximum* négatif (par exemple la demi-circonférence) est  $= A$ , & que la série des quotiens *générateurs* analytiques soit  $a, b, c, d, e$ , &c. l'on trouvera exactement le rapport de la petite

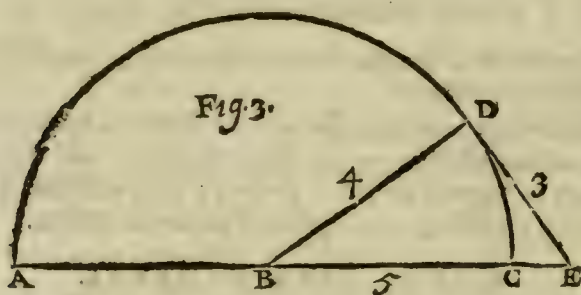
Kk ij

260 MEMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE  
 grandeur à la plus grande (comme de l'arc de l'angle donné  
 de position à la demi-circonférence) par la méthode précé-  
 dente, supposé que le nombre de ces quotiens soit fini &  
 déterminé, & que le dernier reste mesure exactement le pénul-  
 tième reste : mais si le nombre de ces quotiens est indéfini  
 (comme il arrive lorsque les deux grandeurs sont incommen-  
 surables) & que le dernier reste ne mesure jamais précisément  
 le précédent ; pour lors , à quelque terme qu'on s'arrête , l'on  
 trouvera , par le triangle des rapports , la série de tous les  
 nombres les plus petits qu'il soit possible , qui étant pris deux  
 à deux , exprimeront le plus exactement qu'il soit possible ,  
 ce rapport cherché , alternativement par défaut & par excès ,  
 selon que le nombre des quotiens générateurs sera impair ou  
 pair , & c'est tout ce qu'on peut souhaiter sur ce sujet.

### EXEMPLE III.

*Pour les angles qui ne sont pas commensurables à la  
 demi-circonférence.*

Soient les deux grandeurs données de position.



- Fig. 3: 1°. La grandeur *A* qui est , par exemple , la demi-circonférence de cercle *ADC*, dont le diamètre est *AC*, & le centre *B*, laquelle demi-circonférence sert de commune mesure à tous les angles rectilignes , comme on l'a déjà dit ci-dessus .  
 2°. L'arc *CD* qui sert de mesure particulière à l'angle donné

de position  $CBD$ , lequel je suppose de plus être déterminé par le rapport connu en nombres des trois côtés du triangle  $BDE$ , en sorte que le rayon ou côté  $BD$  étant de 4, la tangente  $DE$  étant de 3, interceptée par le diamètre  $BC$ , prolongé indéfiniment au-delà de  $C$ , la sécante  $BE$  soit de 5, il faut trouver la valeur de l'angle donné de position  $CBD$ . Et soit cette seconde grandeur appelée  $B$ , & comparée suivant la méthode ci-dessus à la grandeur  $A$ .

Et soit  $\frac{A}{B} = a$ , premier quotient générateur = 4, avec un premier reste  $C$ .

Et soit  $\frac{B}{C} = b$ , second quotient générateur = 1, avec un second reste  $D$ .

Et soit  $\frac{C}{D} = c$ , troisieme quotient générateur = 7, avec un troisieme reste  $E$ .

Et soit  $\frac{D}{E} = d$ , quatrieme quotient générateur = 2, avec un quatrieme reste  $F$ .

Et soit  $\frac{E}{F} = e$ , cinquieme quotient générateur = 10, avec un cinquieme reste  $G$ .

Et soit  $\frac{F}{G} = f$ , sixieme & dernier quotient générateur = 3 sans aucun reste sensible, ou avec un reste insensible.

J'ai donc ces six quotiens générateurs & analytiques :

$$a = 4$$

$$b = 1$$

$$c = 7$$

$$d = 2$$

$$e = 10$$

$$f = 3$$

En ne prenant que le premier quotient seul,  $a = 1$ , je trouve par la méthode ci-dessus le premier rapport  $\frac{1}{4}$  qui donne l'angle cherché  $CBD$  par excès.

En prenant les deux premiers quotiens  $a = 4$  &  $b = 1$ , je trouve le second rapport  $\frac{1}{3}$  qui donne l'angle cherché  $CBD$  par défaut.

En prenant les trois premiers  $a = 4$ ,  $b = 1$ , &  $c = 7$ , je trouve le troisieme rapport  $\frac{8}{39}$ , qui donne la valeur cherchée & approchée par défaut.

En prenant les quatre premiers quotiens  $a = 4$ ,  $b = 1$ ,  $c = 7$ , &  $d = 2$ , je trouve le quatrieme rapport  $\frac{17}{83}$ , qui donne la valeur cherchée & approchée par excès de l'angle donné de position  $CBD$ , & ainsi de suite alternativement par excès & par défaut.

La série est donc  $\frac{1-}{4}$ ,  $\frac{1+}{5-}$ ,  $\frac{8-}{39}$ ,  $\frac{17+}{83}$ ,  $\frac{178-}{869}$ ,  $\frac{551+}{2690}$

1.  $\frac{1-}{4}$  donne 45 degrés, valeur trop grande de l'angle cherché.
2.  $\frac{1+}{5-}$  donne 36 degrés, valeur trop petite.
3.  $\frac{8-}{39}$  donne 36<sup>d</sup> 55', &c. valeur trop grande d'environ 3. minutes.
4.  $\frac{17+}{83}$  donne 36<sup>d</sup> 51' 3" — &c. valeur trop petite d'environ 8 secondes.
5.  $\frac{178-}{869}$  donne 36<sup>d</sup> 52' 11" 55''' + &c. valeur trop grande d'environ 18 tierces.
6.  $\frac{551+}{2690}$  donne 36<sup>d</sup> 52' 11" 36''' — &c. valeur trop petite d'environ seulement 1'''.

*Construction du triangle des rapports, numérique  
& particulier.*

Voici comment on formera régulièrement ce triangle sur les six quotiens analytiques trouvés, 4 : 1 : 7 : 2 : 10 : 3.

Ce triangle doit toujours être composé d'autant de colonnes perpendiculaires qu'il y a de quotiens : c'est-à-dire, qu'en ce cas-ci il doit être composé de six colonnes.

La premiere colonne à gauche ne comprend que deux termes ; sçavoir, 1°. l'utilité constante qui est au haut de chaque colonne, & 2°. du premier quotient  $a = 4$ .

Cette unité sert toujours de numérateur, & ce premier quotient sert de dénominateur. Ce qui forme le premier terme de la série cherchée, c'est  $\frac{1}{4}$ , ou en général  $\frac{1}{a}$ . La premiere



grandeur  $A$  est à la seconde  $B$  comme 4 à 1, ou en général comme  $a$  est à 1. Ce rapport approche par excès pour la grandeur  $B$ .

La seconde colonne est composée de six termes; sçavoir,  
1°. De l'unité constante mise comme premiere somme analogique.

2°. Du second quotient  $b = 1$ .

3°. Du premier quotient  $a = 4$ , qui multipliera le second quotient  $b = 1$ .

4°. Du produit de ces deux quotiens multipliés l'un par l'autre, c'est  $ab = 4 \times 1 = 4$ .

5°. De la premiere somme  $= 1$ .

6°. De la somme de ce premier produit, ajouté à la premiere somme 1. Ce qui donne  $ab + 1 = 4 + 1$ , seconde somme; ainsi le second terme de la série cherchée est  $\frac{1}{4+1} = \frac{1}{5}$ , & en général  $\frac{b}{ab+1}$ .

Le numérateur  $b$  est égal au second quotient, ou plutôt c'est ce même second quotient, & le dénominateur est le produit des deux premiers quotiens, augmenté de l'unité: la premiere grandeur donnée  $A$  est à la seconde grandeur donnée  $B$ , comme  $b$  est à  $ab + 1$ : mais ce rapport approche par défaut pour la grandeur  $B$ .

Il faut donner à cette seconde colonne deux fois plus de largeur, & trois fois plus de hauteur qu'à la premiere.

La troisieme colonne est composée de dix termes; sçavoir,

1°. De l'unité constante mise comme premiere somme analogique.

2°. Du troisieme quotient  $C = 7$ .

3°. Du second quotient  $b = 1$ .

4°. Du produit de ces deux quotiens, multipliés l'un par l'autre, c'est  $bc = 1 \times 7 = 7$ .

5°. De la premiere somme analogique & constante  $= 1$ .

6°. De la somme de ces deux termes  $bc + 1 = 1 \times 7 + 1 = 7 + 1 = 8$ , seconde somme.

7°. Du premier quotient  $= a = 4$ .

8°. Du produit de la seconde somme  $bc + 1 = 8$  par le premier quotient  $a = 4$ , c'est  $abc + 1a = 4 \times 8 = 32$ .

9°. Du troisieme quotient  $C = 7$  à ajoûter au produit  $abc + a = 32$ .

10°. De la somme de ce produit ajoûté au troisieme quotient 7, ce qui donne la troisieme & derniere somme  $39 = abc + a + c$ , & prenant pour numérateur la seconde ou penultieme somme  $bc + 1 = 8$ , & pour dénominateur cette troisieme & derniere somme  $ab + a + c$ , on aura le troisieme terme de la série cherchée  $\frac{8}{39}$ , & en général  $\frac{bc + 1}{abc + a + c}$ .

La premiere grandeur donnée  $A$  est à la seconde grandeur donnée  $B$ , comme  $abc + a + b$  est à  $bc + 1$  : mais ce troisieme rapport approche par excès pour la grandeur  $B$ . C'est dans ce cas particulier le rapport de 39 à 8.

Il faut donner à cette troisieme colonne trois fois plus de largeur & cinq fois plus de hauteur qu'à la premiere, & ainsi de suite, suivant la progression de ces nombres.

Hauteurs, 1, 3, 5, 5, 7, 9, &c. en progression arithmétique continue des nombres impairs.

Largeurs, 1, 2, 3, 5, 8, &c. suivant la progression des nombres de la série ci-dessus pour les plus petits nombres qui expriment la suite de tous les genres de rapports dans le cas le plus simple, où tous les quotiens générateurs & analytiques sont 1, & le dernier toujours égal à 2.

Série . . . .  $\frac{1}{1} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{8}{1}$  &c.

On suppose les quotiens générateurs, exprimés chacun par un seul chiffre, comme par une seule lettre; & dans les cas où ces quotiens sont exprimés par deux ou plusieurs chiffres, on suppose le produit exprimé par une seule rangée de chiffres, ce qui est toujours aisé à faire.

Tout ceci se comprendra plus aisément par l'inspection du triangle des rapports, numérique & particulier ci-joint.

*Triangle*

TRIANGLE particulier & numérique sur les six quotiens  
générateurs trouvés 4 : 1 : 7 : 2 : 10 : & 3.

					I	
						3
						10
						.....
						30
						+ 1
				I		
					10	31
					2	2
					.....	.....
					20	62
					+ 1	+ 3
			I			
				2	21	65
				7	7	7
				.....	.....	.....
				14	147	455
				+ 1	+ 10	+ 31
		I				
			7	15	157	486
			I	I	I	I
			.....	.....	.....	.....
			7	15	157	486
			+ 1	+ 2	+ 21	+ 65
	I					
		I	8	17	178	551
						Pénultièmes sommes.
			4	4	4	4
			.....	.....	.....	.....
			4	32	68	712
			+ 1	+ 7	+ 15	+ 157
I						
	4	5	39	83	869	2690
						Dernières sommes.

Série résultante.

$\frac{1}{4} \dots \frac{1}{5} \dots \frac{8}{39} \dots \frac{17}{83} \dots \frac{178}{869} \dots \frac{551}{2690}$

### REMARQUE I.

Le diamètre d'un cercle étant supposé de la longueur d'un  
pied, ou de 144 lignes, ou de 864 points sensibles, la demi-  
Mem. 1724. LI

circonférence est d'environ 1357 points sensibles. L'on pourra donc observer à plus forte raison la  $\frac{1}{869}$  de cette demi-circonférence, & par conséquent déterminer la valeur de l'angle donné, à moins d'un tiers de seconde près.

## REMARQUE II.

Si l'on se fixe aux cinq premiers quotients seulement, c'est-à-dire, à  $4 : 1 : 7 : 2 : 10$  — qui donnent le rapport  $\frac{178}{869}$  un peu trop grand, tel que le donnent les résultats des quotients générateurs pris en nombre impair. Comme si l'on ne prend qu'un, deux, trois, &c. quotients, & qu'on veuille avoir des limites par défaut, il n'y a qu'à opérer sur les mêmes cinq quotients, en augmentant par règle générale le dernier quotient d'une unité, c'est-à-dire, opérant sur les cinq quotients  $4 : 1 : 7 : 2$  & 11, & l'on trouvera pour résultat cette fraction  $\frac{191}{912}$ , qui donnera la valeur cherchée de l'angle donné par défaut, au lieu que la fraction  $\frac{178}{869}$  donne cette valeur par excès, & l'on aura ainsi des limites pour cette valeur.

Car l'analogie  $869 : 178 : 180$  degrés, donne le quatrième terme  $36^d 52' 11'' 55'''$ , tant soit peu trop grand d'environ  $18'''$ .

Et l'analogie  $952 : 195 : 180$  degrés, donne le quatrième terme  $36^d 52' 11'' 5'''$  — tant soit peu trop petit d'environ  $32'''$ .

Ces deux différences sont si petites, tant par excès que par défaut, qu'elles doivent être regardées comme insensibles, & l'on doit fixer la grandeur de l'angle donné à  $36^d 52' 11''$ .

La méthode est la même, si l'on se fixe à un nombre pair de quotients générateurs, par exemple, aux quatre quotients . . . . .  $4 : 1 : 7 : 2$  —

Et qu'on opère sur . . . . .  $4 : 1 : 7 : 3$  —

Car les quatre premiers donnent la fraction  $\frac{17}{83}$ . Ce qui donne pour valeur de l'angle cherché  $36^d 52' 3''$  un peu trop petite.

Et les quatre derniers donnent la fraction  $\frac{21}{113}$ , qui donnent la valeur cherchée de  $36$  degrés & environ  $53'$  un peu trop grande.

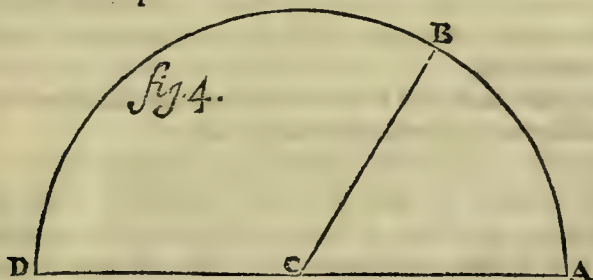


## REMARQUE III.

Il y a deux cas possibles.

Le premier est lorsque le dernier quotient est exact, ou sans aucun reste sensible, & que par conséquent l'angle donné de position est commensurable, au moins sensiblement, à sa commune mesure. Dans ce cas le rapport trouvé est aussi exact qu'il est possible.

Le second cas est lorsque le dernier quotient laisse un dernier reste tant soit peu sensible, en sorte que ce dernier quotient est, par exemple, entre 2 & 3, entre 3 & 4, entre 4 & 5, &c. entre 12 & 13, &c. en ce cas, outre la double opération prescrite dans la remarque précédente, pour avoir des limites par excès & par défaut, l'on peut faire plusieurs especes de preuves, même dans les deux cas, en comparant l'arc de l'angle donné de position, non-seulement à la demi-circonférence suivant la regle générale, mais à tout autre arc connu, dont les meilleurs à choisir sont, ou la circonférence entiere, lorsque l'angle donné est fort obtus, ou le tiers, ou le quart ou la sixieme partie de cette circonférence, & souvent l'on trouvera des séries nouvelles de quotients plus commodes. Par exemple :



Soit dans sa quatrième Figure l'arc *AB* donné de position, Fig. 4. & tel qu'étant comparé à la demi-circonférence, on trouve ces quatre quotients générateurs, 2 : 1 : 4 & 3 qui donnent la fraction  $\frac{14}{41}$ , & par conséquent 64 degrés pour l'angle donné de position.

Ll ij

Si l'on doute de l'exaétitude de cette premiere opération, & qu'on veuille comparer l'arc donné à la circonférence entière, on trouvera ces cinq quotients générateurs,

$$5 : 1 : 1 : 1 : 2.$$

On trouve pour résultat  $\frac{8}{45}$ .

Or  $45 : 8 :: 360^d : 64$  degrés pour la valeur cherchée, & trouvée la même que ci-devant.

Si l'on compare cet arc donné au quart de la circonférence, ou à l'angle droit de 90 degrés.

On trouvera ces quatre quotients :

$$1 : 2 : 2 \text{ \& } 6.$$

On trouve pour résultat  $\frac{32}{45}$ .

Or  $45 :: 32 :: 90 : 64$  degrés, même valeur.

Si l'on compare ce même arc à l'arc du triangle équilatéral, ou à l'arc de 120 degrés, on trouvera ces trois quotients générateurs  $1 : 1 \text{ \& } 7$ , & le résultat est la fraction  $\frac{8}{15}$ .

Or  $15 : 8 :: 120^d$  est encore à 64 degrés.

Si l'on compare ce même arc donné à l'arc de l'hexagone ou de 60 degrés, le plus facile de tous les arcs à trouver sur le cercle, on trouvera ces deux quotients générateurs  $1 \text{ \& } 15$ , dont le résultat est la fraction  $\frac{15}{16}$ .

Or  $15 : 16 :: 60 : 64$  degrés pour le même angle.

Je suis donc ainsi très-assuré d'avoir trouvé la véritable valeur cherchée.

L'on peut faire ces mêmes preuves sur différens cercles & de différentes grandeurs à discrétion.

Il ne reste plus qu'à donner la formule générale & analytique du triangle des rapports pour trouver la suite de tous les nombres, pris deux à deux, qui expriment en plus petits termes, & le plus exactement qu'il est possible, le rapport cherché; par exemple, le rapport du diametre à la circonférence du cercle.

*Maximes générales pour la science des rapports , & en particulier pour la construction & l'usage du triangle des rapports.*

## I.

Le rapport exact de deux grandeurs homogenes quelconques ne peut être parfaitement exprimé , & d'une maniere entierement intelligible , que par deux nombres entiers , premiers entr'eux.

## II.

Il y a en général une infinité moins de rapports exacts que de rapports imparfaits , dont on peut seulement approcher à l'infini , quoique le nombre des rapports exacts soit infini. Par exemple , dans la suite infinie & naturelle des nombres , il y en a une infinité qui sont quarrés & cubes parfaits : mais il est pourtant exactement vrai qu'il y en a une infinité de fois plus qui ne sont que quarrés ou cubes imparfaits , & dont par conséquent les racines quarrées & cubiques n'ont qu'un rapport qu'il est impossible d'exprimer exactement , en les comparant à des nombres entiers. On peut seulement en approcher à l'infini. Ainsi , quoique la connoissance du rapport exact soit , en un sens , infiniment plus parfaite que la connoissance du rapport approché , en ce que par la méthode d'approximation réglée , quelque prompt , quelque simple , & quelque élégante qu'elle puisse être , il faudroit opérer pendant un tems réellement infini avant que d'atteindre à l'exactitude , par exemple du rapport du côté du quarré à sa diagonale : cependant en considérant d'une seule vûe l'infinité de rapports possibles qu'on peut se proposer de trouver , il est évident que la science de l'approximation des rapports est d'un usage indéfiniment plus fréquent & plus nécessaire que celle des rapports exacts.

Pour revenir à mon sujet , qui est la mesure des angles ou des arcs de cercle , il est évident que dans toute la suite possible de ces angles ou de ces arcs , il y en a une infinité qui ont un rapport exact , les angles avec deux angles droits , &

les arcs avec la demi-circonférence : mais il n'est pas moins évident qu'il y en a encore une infinité plus qui n'ont point ces rapports exacts. Ainsi entre l'infinité de cordes commensurables au diamètre , il n'y en a qu'une seule ( c'est la corde ou le côté de l'hexagone ) qui est au diamètre , comme 1 à 2 , & dont l'arc correspondant ait un rapport exact comme 1 à 6 à la circonférence entière du cercle. Toute autre corde commensurable au diamètre , par exemple , en raison de 1 à 3 , de 2 à 3 , de 5 à 7 , &c. correspond à un arc incommensurable à la même circonférence. C'est donc un seul rapport exact contre une infinité de rapports imparfaits , lesquels pourtant il est important , & même nécessaire , de pouvoir déterminer indéfiniment près pour la perfection de la goniométrie théorique & pratique.

### III.

Lorsque deux grandeurs sont démontrées incommensurables , comme les deux angles aigus du triangle rectiligne 3 : 4 : 5 le sont entr'eux , & chacun d'eux avec l'angle droit , l'on ne peut exprimer *numériquement* & *scientifiquement* leur rapport que par des séries composées d'un nombre indéfini de termes ou de fractions rationnelles du premier , ou du second , ou du troisième , &c. genres.

J'appelle série de fractions rationnelles du *premier* genre , celles dont les numérateurs & les dénominateurs sont des nombres rationnaux que l'on trouve directement & immédiatement par une méthode réglée & déterminée.

Les séries des fractions rationnelles du *second* genre sont celles qui sont produites par la multiplication respective de tous les termes d'une série du premier genre par les termes d'une autre série du premier genre.

Les séries des fractions rationnelles du *troisième* genre sont celles qui sont produites par la multiplication respective d'une série du second genre par une série du premier , ou par la multiplication continue d'une série du premier genre par deux autres du premier genre , & ainsi de suite à l'infini.

Ces séries sont d'autant plus parfaites , qu'elles approchent



plus près & plus *facilement* du rapport cherché. Ceci s'entendra mieux par quelques exemples choisis & curieux.

1°. Le rapport du côté du carré à sa diagonale est irrationnel, c'est comme 1 à  $\sqrt{2}$ . On peut exprimer indéfiniment ce rapport par une série primitive & du premier genre, construite sur cette formule exemplaire  $\frac{a}{b}$  &  $\frac{a+b}{a+2b}$  en commençant par  $a = 1$ .

$$b = 1.$$

Cette série primitive est telle.

Les côtés du carré sont représentés par la série des numérateurs, & les diagonales par la série des dénominateurs correspondans.

Côtés . . . . .  $\frac{1}{1+}$ ,  $\frac{2}{3+}$ ,  $\frac{5}{7+}$ ,  $\frac{12}{17+}$  &c. à l'infini.

Diagonales . . .

2°. Le rapport du rayon du cercle au côté du triangle équilatéral inscrit & irrationnel, c'est comme 1 à  $\sqrt{3}$ . On peut exprimer indéfiniment ce rapport par deux séries primitives & chacune du premier genre, & construites sur la même formule exemplaire  $\frac{a}{b}$  &  $\frac{a+2b}{2a+3b}$ .

La première série est formée sur l'hypothèse  $a = 2$ .

$$b = 1.$$

La série des numérateurs approche par excès & indéfiniment près du côté du triangle équilatéral inscrit, & qui correspond aux nombres qui représentent exactement le rayon du cercle dans la série des dénominateurs.

#### P R E M I E R E S É R I E.

$\frac{2-}{1}$ ,  $\frac{7-}{4}$ ,  $\frac{26-}{15}$ ,  $\frac{97-}{56}$ ,  $\frac{362-}{209}$  &c. à l'infini.

La seconde série est formée sur l'hypothèse  $a = 1$ .

$$\& b = 1.$$

#### S E C O N D E S É R I E.

$\frac{1+}{1}$ ,  $\frac{5+}{3}$ ,  $\frac{19+}{11}$ ,  $\frac{71+}{41}$ ,  $\frac{265+}{153}$  &c. à l'infini.

La série des numérateurs approche par défaut, & indéfiniment près du côté du triangle équilatéral inscrit, & qui

272 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
correspond aux nombres qui représentent exactement le rayon  
du cercle de la série des dénominateurs.

La série complete (telle que la donne le triangle des  
rapports) est formée de l'assemblage de ces deux premieres  
séries, dont les termes sont mêlés alternativement.

C'est  $\frac{1+}{1}, \frac{2-}{1}, \frac{5+}{3}, \frac{7-}{4}, \frac{19+}{11}, \frac{26-}{15}, \frac{71+}{41}, \frac{97-}{56}$   
 $\frac{265+}{153}, \frac{362-}{209}$  &c. à l'infini.

On verra dans la seconde partie de ce Mémoire, que toute  
la Goniométrie purement analytique, de même que la qua-  
drature numérique du cercle est entierement & nécessairement  
fondée sur cette transformation du nombre irrationnel  $\sqrt{3}$   
en cette série rationnelle  $\frac{1+}{1}, \frac{2-}{1}, \frac{5+}{3}, \frac{7-}{4}$  &c.

3°. Le rapport du rayon du cercle au côté du décagone  
inscrit est irrationnel, & comme 2 à  $\sqrt{5} - 1$ .

On peut exprimer ce rapport indéfiniment par la série  
suivante primitive & du premier genre, formée sur la for-  
mule exemplaire  $\frac{a}{b}$  &  $\frac{3a+2b}{2a+b}$  en commençant par  $a = 13$ .  
&  $b = 8$ .

Rayon du cercle  $\frac{13}{8}, \frac{55}{34}, \frac{233}{144}, \frac{987}{610}$  &c. à l'infini.  
Côté du décagone

Chacune de ces séries primitives a sous soi une infinité de  
séries dérivées qui approchent indéfiniment plus prompte-  
ment du rapport cherché que les primitives.

Il y a deux manieres de trouver ces séries dérivées.

La premiere est de trouver la formule exemplaire pour les  
séries dont les termes, au lieu d'avoir pour exposans, comme  
toutes les séries ci-dessus, la suite des nombres naturels 1. 2.  
3. 4. 5. 6. 7 &c. ont pour exposans une progression arith-  
métique continue quelconque, & en prenant pour premier  
terme de la progression dérivée un terme quelconque de la  
progression primitive. Par exemple,

1. 3. 5. 7. 9. 11 &c.

ou 1. 4. 7. 10. 13. 16 &c.

ou 13 : 21 : 29 : 37 : 45 : 53 &c. ou 10, 20, 30, 40, &c.

Ces formules sont aisées à trouver.

La

La seconde maniere, qui est indéfiniment plus prompte & plus élégante que la premiere, consiste à trouver la formule exemplaire pour les séries dont les termes ont pour exposans une progression géométrique continue quelconque.

Comme 1. 2. 4. 8. 16 &c.

ou 1. 3. 9. 27. 81 &c.

ou 10. 100. 1000. &c.

Chaque nouvelle série dérivée a sa propre formule exemplaire : mais ce n'est pas ici le lieu d'en dire davantage.

Je finis cet article des séries rationnelles du premier genre par le plus fameux exemple que l'on puisse choisir. C'est par le rapport du périmetre du triangle équilatéral à la circonférence du cercle inscrit dans ce triangle.

Cette série est telle.

Le périmetre du triangle équilatéral étant  $= 1$ , la circonférence du cercle inscrit est  $\frac{16}{27} + \frac{32}{2835} + \frac{48}{72171} + \frac{64}{1279395} \&c.$

La série des numérateurs est donnée, car c'est la suite des multiples de 16 ; sçavoir 32, 48, 64, &c.

Celle des dénominateurs est aussi fort aisée à continuer à l'infini.

$$\begin{array}{rclclclcl} \text{Car } 27 & = & 1 \times 3 \times 3^2 & = & 3 \times & 9 & = & 27 \\ 2835 & = & 5 \times 7 \times 3^4 & = & 35 \times & 81 & = & 2835 \\ 72171 & = & 9 \times 11 \times 3^6 & = & 99 \times & 729 & = & 72171 \\ 1279395 & = & 13 \times 15 \times 3^8 & = & 195 \times & 6561 & = & 1279395 \\ \&c. & & \&c. & & \&c. & & \&c. \end{array}$$

Ensorte que la formule générale & exemplaire qui représente seule tous les termes de la série est  $\frac{16a + 16}{16aa + 16a + 3 \times 3^{2a+2}}$ .

En supposant successivement  $a = 0$

$$a = 1$$

$$a = 2$$

$$a = 3$$

$$\&c.$$

L'on trouve par  $a = 0 :: 16a + 16 = 16$ , numérateur de la premiere fraction.

Mem. 1724.

M m

Et  $16aa + 16a + 3 \times 3^{2 \times 0 + 2} = 3 \times 3^2 = 3 \times 9 = 27$ , dénominateur de la premiere fraction.

Par  $a = 1$ , l'on trouve  $16a + 16 = 32$ , numérateur de la seconde fraction.

Et  $16aa + 16a + 3 \times 3^{2 \times 1 + 2} = 32 + 3 \times 3^4 = 35 \times 81 = 2835$ , dénominateur de la seconde fraction.

Par  $a = 2$ , l'on trouve  $16a + 16 = 48$ , numérateur de la troisieme fraction.

Et  $16aa + 16a + 3 = 64 + 32 + 3 = 99$  &  $3^{2 \times 2 + 2} = 99 \times 3^6 = 99 \times 729 = 72171$ , dénominateur de la troisieme fraction. Et ainsi de suite.

Ces dénominateurs sont donc formés par la multiplication respective des deux séries.

$$\begin{array}{rcl} 3 & \times & 9 \\ 35 & \times & 81 \\ 99 & \times & 729 \\ 195 & \times & 6561 \\ \&c. & & \&c. \end{array}$$

La série  $3 \dots 35 \dots 99 \dots 195 \&c.$  se peut former aisément en deux manieres.

1°. Par l'addition simple & continuelle de 32, & de ses multiples 64, 96, + &c. ajoutés au premier terme 3.

$$\begin{array}{rcl} \text{Car} & 35 & = 3 + 32 \\ & 99 & = 35 + 64 \\ & 195 & = 99 + 96 \\ & & \&c. \end{array}$$

Or on a par la simple addition continuelle; cette série des multiples de 32, comme on peut voir dans l'opération suivante.



## O P É R A T I O N.

	3...	... premier facteur.
32...	.. 32	
32...	.. 35...	... second facteur.
64...	.. 64	
32...	.. 99...	... troisieme facteur.
96...	.. 96	
32...	.. 195...	... quatrieme facteur.
128...	.. 128	
32...	.. 323...	... cinquieme facteur.
160...	.. 160	
&c.	483...	... sixieme facteur.
	&c.	

20. Ces mêmes facteurs 3... 35... 99... 195... 323... 483 &c. sont les quarrés des nombres en progression arithmétique continue qui commence par 2, & dont la différence continue est 4; diminués d'une unité, sçavoir

2... 6... 10... 14... 18... 22 &c.

Car ces quarrés sont

4... 36... 100... 196... 324... 484 &c.

Qui surpassent d'une unité

3... 35... 99... 195... 323... 483 &c.

Et à l'égard de l'autre série des facteurs qui sont la suite des puissances paires de 3, il est aisé de les former toutes, en ajoutant seulement un zero au terme précédent, & en ôtant ensuite le même terme précédent pour avoir le terme suivant, comme on voit dans la page suivante.

9 | 0 premier des seconds facteurs sans zero.

— 9

81 | 0 second des seconds facteurs sans zero.

— 81

729 | 0 troisieme des seconds facteurs sans zero.

— 729

6561 | 0

— 6561

59049 quatrieme des seconds facteurs sans zero.

&amp;c.

&amp;c.

Desorte qu'on formera la premiere série des facteurs 3... 35... 99... 195 &c. par addition simple & continue de 32 au premier terme 3, & la seconde série des facteurs se formera par la soustraction simple & continue du facteur précédent ôté du décuple de ce même facteur pour avoir le facteur suivant, & l'on a ce décuple, en ajoutant simplement un zero à droite du facteur précédent.

Il est aisé de démontrer ce rapport du périmetre du triangle équilatéral à la circonférence du cercle inscrit dans ce triangle, car ce n'est qu'un corollaire de la rectification générale de tout arc de cercle par sa tangente. Voyez les Memoires de l'Académie de l'année 1719 p. 143, où je démontre qu'en général si le rayon est supposé  $= r$ , & la tangente  $= t$ , l'arc de cercle correspondant est  $= \frac{3rr^3 - t^3}{3r^2} + \frac{7r^2t^5 - 5t^7}{35r^4} + \frac{11r^2t^9 - 9t^{11}}{99r^6} \&c.$  car supposant  $r=1$ , l'on aura ce même arc  $= \frac{3t^3 - 1}{3} + \frac{7t^5 - 5}{35} + \frac{11t^9 - 9}{99} \&c.$

Et supposant que l'arc donné soit la douzieme partie de la circonférence entiere, l'on sçait que sa tangente  $t = \sqrt{\frac{1}{3}}$ ; & substituant cette valeur dans la formule de la série précédente, l'on aura l'arc donné rectifié, & par conséquent en le multipliant par 12, l'on aura la circonférence entiere du cercle, dont le rayon est 1, exprimée en série, dont tous les termes

sont divisés par  $\sqrt{3}$  : mais le rayon du cercle est au périmètre du triangle équilatéral circonscrit comme 1 est à  $6\sqrt{3}$ . Donc enfin cet irrationnel  $\sqrt{3}$  s'évanouira dans tous les termes de la série qui exprimera le rapport du périmètre du triangle équilatéral à la circonférence du cercle inscrit, & il restera le rapport ci-dessus de 1 à  $\frac{16}{27} + \frac{32}{2835} + \frac{48}{72171} + \frac{64}{1.279.395}$  &c.

Ce rapport est le plus simple & le plus convergent qu'il soit possible. C'est aussi le rapport du périmètre du premier & du plus simple des polygones réguliers rectilignes au périmètre du dernier & de l'infinitième polygone régulier qui est le cercle, & ce rapport est exprimé par une série toute rationnelle. Le triangle équilatéral est évidemment le premier & le plus simple des polygones réguliers rectilignes, soit par rapport au nombre de ses côtés, qui est le plus petit qu'il soit possible, soit par rapport à la facilité & à la simplicité de sa construction régulière & géométrique, qui est telle qu'Euclide en fait le premier de ses problèmes, & la première proposition de ses élémens. Il est vrai que par rapport à son aire, elle est moins simple que l'aire du quarré auquel on doit rapporter la mesure de toutes les surfaces planes, &c.

Il n'est pas moins évident que ce dernier ou infinitième polygone régulier rectiligne qui est le cercle, est le plus simple de tous ces polygones par rapport à la facilité & à la simplicité de sa construction ; & au lieu que les rapports des périmètres de tous les autres polygones réguliers, après le quarré circonscrit, deviennent de plus en plus composés & indéfiniment composés entr'eux, à proportion que le nombre des côtés augmente, il arrive tout d'un coup le contraire, en passant du fini à l'infini, ou du premier terme à l'infinitième ; car ce dernier rapport s'exprime par une série toute rationnelle.

On pourroit trouver, par une infinité de différentes méthodes, d'autres séries, pour approcher indéfiniment du rapport du diamètre à la circonférence : mais on ne les doit regarder que comme des moyens de trouver, pour ainsi dire, les matériaux nécessaires à la construction du triangle des

rapports, qui seul & dans cet exemple & dans tout autre où l'intégration est ou impossible ou inconnue, peut fournir la série la plus parfaite de tous les nombres entiers qui expriment le rapport cherché en plus petits termes, & le plus parfaitement qu'il est possible, alternativement par excès & par défaut.

Voici donc comment il faut opérer.

Je suppose ce que j'ai démontré dans les Memoires déjà cités de l'année 1719.

Que le diametre du cercle étant, par exemple, de... 1.000.000.000.000.000, la circonférence est entre 3.141.592.653.589.793 +  
& 3.141.592.653.589.794 — limites qui diffèrent de moins d'une unité, & sur lesquelles il faut former le triangle des rapports.

Je cherche 1<sup>o</sup>. les quotients générateurs du rapport de 3.141.592.653.589.793 à 1.000.000.000.000.000, & je trouve, en divisant continuellement, la grandeur  $A = 3, 141$  &c. par la moindre grandeur  $B = 1.000$  &c. & la grandeur  $B$  par le premier reste  $C$ , & ce premier reste  $C$  par le second reste  $D$ , & ainsi de suite, en opérant comme si je voulois en trouver la commune mesure jusqu'à ce que le dernier reste soit l'unité, ou que ce dernier reste mesure le reste précédent, ou plutôt je continue seulement cette premiere opération jusqu'à ce que les quotients générateurs ne s'accordent plus avec ceux de l'opération suivante.

Je réitere la même opération sur 3.141.592.653.589.794, & sur 1.000.000.000.000.000, & je m'arrête au quotient qui se trouve différent du quotient correspondant dans la premiere opération, laquelle doit, pour ne pas pousser inutilement le calcul trop loin, être en quelque maniere simultanée avec la seconde, & pour lors les quotients générateurs communs aux deux opérations qui se servent de preuve l'une à l'autre, seront des quotients certains, & formeront le triangle des rapports, comme on va le voir dans l'opération suivante.



## PREMIERE OPERATION.

CERCLE & 1<sup>re</sup>. Dividende  $A. 3141 . 5926 . 6358 . 9793 = A. | 3.$  1<sup>re</sup>. quotient  
générateur.

DIAMETRE. 1<sup>re</sup>. Diviseur &  
2<sup>d</sup>. Dividende à multiplier

par le 1<sup>re</sup>. quotient 3 . . . . .  $1000 . 0000 . 0000 . 0000 = B.$

1<sup>re</sup>. produit  $3B$  à ôter du 1<sup>re</sup>.

Dividende  $A . . . . . 3000 . 0000 . 0000 . 0000 = 3B. | 7.$  2<sup>d</sup>. quotient  
générateur.

1<sup>re</sup>. RESTE. 2<sup>d</sup>. Diviseur &

3<sup>e</sup>. Dividende . . . . .  $141 . 5926 . 6358 . 9793 = C.$

C'est  $A - 3B = C$  à multiplier

par le 2<sup>d</sup>. quot. 7, le produit est  $991 . 1485 . 7512 . 8551 = 7C. | 15.$

à ôter du 2<sup>d</sup>. Divid.  $B$ . C'est  $7C$ .

3<sup>e</sup>. quotient.

11<sup>d</sup>. RESTE. 3<sup>e</sup>. Divif. & 4<sup>e</sup>. Divid.  $8 . 8514 . 2487 . 1449 = D.$

C'est  $B - 7C = D$  à multiplier

par le 3<sup>e</sup>. quot. 15 ou 10 + 5,

le produit est . . . . .  $88 . 5142 . 4871 . 449 . = 10D.$

à ôter du 3<sup>e</sup>. Dividende.

$53 . 0784 . 0487 . 530 : 3$  reste partiel.

$44 . 2571 . 2435 . 7245 = 5D. | 1.$  4<sup>e</sup>. quotient.

III<sup>e</sup>. RESTE. 4<sup>e</sup>. Divif. & 5<sup>e</sup>. Divid.  $8 . 8212 . 8051 . 8058 = E.$

C'est  $C - 15D$  à multiplier par le

4<sup>e</sup>. quotient 1, le produit est . . . . .  $8 . 8212 . 8051 . 8058 = 1E. | 292.$  5<sup>e</sup>. quotient.

à ôter du 4<sup>e</sup>. Dividende  $D$ .

IV<sup>e</sup>. RESTE. 5<sup>e</sup>. Divif. & 6<sup>e</sup>. Divid.

$301 . 4435 . 3391 = F.$

$6 . 0288 . 7067 . 82 . . = 200F.$

$2 . 7924 . 0983 . 98 : 5$  reste partiel.

$2 . 7129 . 9180 . 519 . = 90F.$

$794 . 1803 . 466 : 8$  reste partiel.

$602 . 8870 . 6782$

$| 1.$  6<sup>e</sup>. quotient.

V<sup>e</sup>. RESTE. 6<sup>e</sup>. Divif. & 7<sup>e</sup>. Divid. . . . .  $191 . 2932 . 7886 = G.$

& ainsi de suite.

$191 . 2932 . 7886$

$| 1.$  7<sup>e</sup>. quotient.

VI<sup>e</sup>. RESTE, &c. . . . .  $110 . 1502 . 5505$

$110 . 1502 . 5505$

$| 1.$  8<sup>e</sup>. quotient.

VII<sup>e</sup>. RESTE . . . . .  $81 . 1430 . 2381$

$81 . 1430 . 2381$

$| 2.$  9<sup>e</sup>. quotient.

VIII<sup>e</sup>. RESTE . . . . .  $29 . 0072 . 3124$

$58 . 0144 . 6248$

$| 1.$  10<sup>e</sup>. quotient.

IX <sup>e</sup> . RESTE. ....	23 . 1285 . 6133		
	23 . 1285 . 6133	3.	11 <sup>e</sup> . quotient
X <sup>e</sup> . RESTE. ....	5 . 8786 . 6991		
	17 . 6360 . 0973	1.	12 <sup>e</sup> . & dernier quotient certain.
XI <sup>e</sup> . RESTE. ....	5 . 4925 . 5160		
	5 . 4925 . 5160	14 +.	13 <sup>e</sup> . quotient incertain.
XII <sup>e</sup> . RESTE. ....	3861 . 1831		
	3 . 8611 . 831.		
	1 . 6313 . 6850		
	1 . 5444 . 7324		

&amp;c.

Il est inutile de pousser l'opération plus loin, parce que la seconde opération suivante donne bien les douze mêmes premiers quotients, sçavoir 3... 7... 15... 1... 292... 1... 1... 1... 2... 1... 3... 1: mais le treizieme au lieu d'être 14 + comme dans cette premiere opération, se trouve moindre que 13, & cela doit toujours arriver ainsi, parce que le premier dividende 3141 &c. 9793 a été pris seulement approché par défaut à moins d'une unité près, & que le premier dividende, dans la seconde opération, est 3141 &c. 9794 qui a été pris seulement approché par excès à moins d'une unité près; & c'est tout ce qu'il est possible de faire dans les rapports de même genre: mais comme l'on peut par des series rationnelles du second genre approcher à l'infini de ce rapport cherché entre le diametre & la circonférence du cercle, au lieu de se borner au dividende ci-dessus, qui ne comprend que seize chiffres, 3141 &c. 9793. On peut prendre un autre dividende plus grand à discrétion, par exemple de vingt, de trente, &c. chiffres, & sur ce plus grand dividende, l'on trouvera un plus grand nombre de quotients générateurs certains, qui par le moyen du triangle des rapports, donneront la série indéfinie la plus parfaite qu'il soit possible, de tous les nombres qui expriment en moindres termes & le plus exactement le rapport cherché, & cela alternativement par excès & par défaut à l'infini.

La seconde opération doit être faite conjointement avec la premiere,

premiere, afin d'éviter les calculs inutiles dans la premiere, en s'arrêtant & finissant le calcul dans l'endroit où les quotiens générateurs commencent à être différens.

Cette seconde opération sert aussi, en quelque maniere, de preuve à la premiere par les différences de chaque deux restes correspondans dans les deux opérations. Ces restes se surpassent & sont surpassés alternativement suivant l'ordre des quotiens générateurs, & leurs différences se forment précisément comme la derniere colonne du triangle des rapports formés sur les quotiens générateurs. Ainsi les dividendes augmentant, & les diviseurs diminuant; ou les dividendes diminuant, & les diviseurs augmentant continuellement, il est évident que les quotiens générateurs doivent en général cesser plutôt ou plus tard d'être égaux & certains, selon que les deux premiers nombres qu'on a pris pour diviseurs & pour dividendes sont moins grands ou plus grands.

Comme cette seconde opération n'est en quelque maniere qu'une répétition & une preuve de la premiere, je n'y mettrai simplement que les chiffres, sans autre explication, qui seroit inutile.

## SECONDE OPÉRATION.

CERCLE.... 3141 . 5926 . 5358 . 9794 — | 3 quotient.

DIAMETRE.. 1000 . 0000 . 0000 . 0000  
3000 . 0000 . 0000 . 0000 | 7 quotient.

141 . 5926 . 5358 . 9794  
991 . 1485 . 7512 . 8558 | 15.

8 . 8514 . 2487 . 1442  
88 . 5142 . 4871 . 442 .  
53 . 0784 . 0487 . 5374  
44 . 2571 . 2435 . 7210 | 1.

8 . 8212 . 8051 . 8164  
8 . 8212 . 8051 . 8164 | 292.

301 . 4435 . 3278

301 . 4435 . 3278	
6 . 0288 . 7065 . 56..	
2 . 7924 . 0986 . 25:6.	
2 . 7129 . 9179 . 502 .	
794 . 1806 . 7544	
602 . 8870 . 6556	1.
191 . 2936 . 0988	
191 . 2936 . 0988	1.
110 . 1499 . 2290	
110 . 1499 . 2290	1.
81 . 1436 . 8698	
81 . 1436 . 8698	2.
29 . 0062 . 3592	
58 . 0124 . 7184	1.
23 . 1312 . 1514	
23 . 1312 . 1514	3.
5 . 8750 . 2078	
17 . 6250 . 6234	1 dernier quot: certain.
5 . 5061 . 5280	
5 . 5061 . 5280	13 — quotient incertain.
3688 . 6798	
3 . 6886 . 798 .	
8174 . 7300	
1 . 1066 . 0394 —	

En se servant de ces douze quotiens générateurs certains ,  
 3... 7... 15... 1... 292... 1... 1... 1... 2... 1... 3... 1  
 pour en former un triangle particulier & numérique , comme  
 on a fait ci-dessus , page 265 , sur les six quotiens 4... 1...  
 7... 2... 10... 3 , on trouvera la série résultante pour le  
 rapport cherché du diametre à la circonférence , telle qu'on





## REMARQUE I.

Cette premiere série fondamentale étant trouvée par le triangle des rapports, sçavoir

Pour le diametre

$$1 \dots 7 \dots 106 \dots 113 \dots 33102 \dots 33215 \quad \&c.$$

Pour la circonférence du cercle

$$3 + 22 - 333 + 355 - 103993 + 104348 - \&c.$$

On formera une seconde série plus utile & plus élégante, sçavoir pour le cercle dont le diametre est constamment = 1, la circonférence du cercle est  $\frac{3}{1} + \frac{22}{7} - \frac{1}{742} + \frac{1}{11.978} - \frac{1}{3.740.526} + \frac{1}{1.099.481.930} \&c.$  & ainsi de suite.

Toutes les fractions à ajouter & à ôter alternativement ont constamment l'unité pour numérateur, & le produit de chaque deux termes qui se suivent immédiatement dans la série fondamentale 1.. 7.. 106.. 113.. 33102.. 33215 &c. ce produit, dis-je, donne la suite des dénominateurs.

Car  $1 \times 7 = 7$ , dénominateur de la premiere fraction  $\frac{1}{7}$ .

$7 \times 106 = 742$ , dénominateur de la 2<sup>de</sup>. fraction  $\frac{1}{742}$ .

$106 \times 113 = 11.978$ , dénomin. de la 3<sup>e</sup>. fraction  $\frac{1}{11.978}$ . &c.

Or par la construction du triangle des rapports, le premier terme  $\frac{3}{1}$  donne la circonférence du cercle trop petite, & le second terme  $\frac{22}{7}$  la donne trop grande : donc pour avoir le résultat de ces deux premiers termes, il faut ajouter au premier terme l'excès dont le second terme surpasse le premier, c'est-à-dire, qu'il faut ajouter à  $\frac{3}{1}$ , ou à 3 l'excès de  $\frac{22}{7}$  sur  $\frac{3}{1}$ . Or l'excès de  $\frac{22}{7}$  sur  $\frac{3}{1}$  est, en les réduisant à même dénomination,  $\frac{1 \times 22}{1 \times 7} - \frac{3 \times 7}{1 \times 7} = \frac{22}{7} - \frac{21}{7} = \frac{1}{7}$ .

Et cette somme  $3 + \frac{1}{7}$  donne la circonférence trop grande : mais en ôtant l'excès du second terme  $\frac{22}{7}$  sur le troisieme  $\frac{333}{106}$ , on aura la circonférence trop petite. Or  $\frac{22}{7} - \frac{333}{106}$ , réduits à même dénomination, donnent  $\frac{22 \times 106}{7 \times 106} - \frac{7 \times 333}{7 \times 106} = \frac{2332}{742} - \frac{2331}{742} = \frac{1}{742}$ , & ainsi de suite.

L'on suppose ici que le diametre est donné en nombre, & qu'il faille trouver la circonférence : mais si au contraire la circonférence étoit donnée en nombre, & qu'il fallut trouver le diametre correspondant, la même série fondamentale renversée donneroit ce qu'on cherche, c'est-à-dire, qu'au lieu de la série

$\frac{3+}{1}, \frac{22-}{7}, \frac{333+}{106}, \frac{355-}{113}$  &c. on auroit celle-ci, que donne même directement le triangle des rapports,  $\frac{1-}{3}, \frac{7+}{22}, \frac{106-}{333}, \frac{113+}{355}$  &c. Ce cas peut arriver en supposant un cylindre, dont

on peut mesurer le tour sans pouvoir mesurer les deux bases engagées, par exemple, dans une colonnade. Or en ce cas la seconde série seroit  $\frac{1}{3} - \frac{1}{66} + \frac{1}{7326} - \frac{1}{118215} + \frac{1}{36.917.515} - \frac{1}{10.851.461.564} + \text{&c.}$

Cette propriété constante & générale de ces deux séries formées par le triangle des rapports, qui est telle que toutes les fractions ont l'unité seule pour numérateur, cette propriété, dis-je, prouve que ces séries sont en même-tems & les plus simples & les plus convergentes, ou les plus promptes & les plus approchantes qu'il soit possible.

## REMARQUE II.

Si l'on veut s'exercer sur le rapport du perimetre du triangle équilatéral à la circonférence du cercle inscrit, on pourra prendre pour matériaux les deux nombres suivans.

Perimetre

du triangle 5196 . 1524 . 2270 . 6631 . 8805 + = A +

& 8806 - = A -

Cercle.... 3141 . 5926 . 5358 . 2793 . 2384 + = B +

& 2485 - = B -

En divisant continuellement A + par B -, & A - par B +, & B par le premier reste C, & le premier reste C par le second reste D, & ainsi de suite, on trouvera par cette double opération une série de quotiens générateurs certains, 1, 1, 1, 1, 10, 2, 2, 3, 3, 1, &c. sur lesquels on formera un triangle des rapports, dont la premiere série résultante

N n iij

fera  $\frac{2-}{1}$ ,  $\frac{3+}{2}$ ,  $\frac{5-}{3}$ ,  $\frac{53+}{32}$ ,  $\frac{111-}{67}$ ,  $\frac{275+}{166}$ ,  $\frac{936-}{565}$ ,  $\frac{2083+}{1861}$   
 $\frac{4019-}{2426}$ , &c.

La seconde sera aussi alternative par  $+$  &  $-$ .  $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}$   
 $+$   $\frac{1}{6} - \frac{1}{96} + \frac{1}{2144} - \frac{1}{111121} + \frac{1}{93790} - \frac{1}{1.051.465}$  &c.

On pourroit en former une troisieme toute additive;  
 savoir,  $\frac{1}{2} + \frac{90}{576} + \frac{9.978}{23.841.568}$  &c. on néglige de réduire  
 à moindres termes ces fractions.

Une quatrieme toute soustractive, savoir,  $\frac{1}{2} - \frac{4}{11} -$   
 $\frac{2048}{206.824}$  &c.

Une cinquieme toute additive en un seul terme.

Et enfin une sixieme toute soustractive, réduite à un seul  
 même terme.

Mais je craindrois de m'étendre trop sur ce sujet. Il ne  
 me reste qu'à donner le triangle des rapports, universel &  
 analytique.

(VOYEZ LA FIGURE DE CE TRIANGLE.)

*Premiere série réglée, résultante du triangle  
 des rapports.*

$$\begin{array}{ccccccc} \frac{a}{1} \dots \frac{ab+1}{b} \dots \frac{ab+a+c}{bc+1} \dots \frac{abcd+ab+ad+cd+1}{bcd+b+d} \dots \dots & & & & & & \\ 1^{\text{er}}. & 2^{\text{d}}. & 3^{\text{e}}. & & 4^{\text{e}}. & & \\ \frac{abcde+abc+abe+ade+a+cde+c+e}{bcde+bc+be+de+1} & & & & & & \text{\&c.} \\ & & 5^{\text{e}}. \text{ termes, \&c.} & & & & \end{array}$$


*Seconde série réglée.*

$$\begin{array}{ccccccc} \frac{a}{1} + \frac{1}{b} - \frac{1}{bbc+b} \dots \dots + \frac{1}{bbccd+bbc+2bcd+1b+1d} & & & & & & \\ - \frac{1}{bbccdde+bbccd} & & & & & & \text{\&c.} \end{array}$$

Les numérateurs de cette seconde série sont tous alterna-  
 tivement  $+$  &  $-$  après le premier terme  $\frac{a}{1}$ , & les déno-  
 minateurs sont les produits continuels des dénominateurs de  
 la premiere série.



ue.

	
I	
.....	&c.
+ I	
+ I	
.....	&c.
e + c	
+ e	
e + c + e	
.....	&c.
de + bc + be	
+ de + I	
Pe	
fo	
de + bc + be + de + I	
.....	&c.
cde + abc + abe + ade + a	
+ cde + c + e	
Derniere	
somme..	
cde + abc + abe + ade + a + cde + c + e	
	&c.

TRIANGLE des Rapports, universel & analytique.

Les Quotiens générateurs sont  $a, b, c, d, e$ , &c.

				I	e d . . . de + I	&c.
				I	d c . . . cd + I	&c.
		I		c b . . . bc + I	cd + I b . . . bcd + b + d	&c.
Pennultième somme.....	I	b a . . . ab + I	bc + I a . . . abc + a + c	bcd + b + d a . . . abcd + ab + ad + cd + I	cde + c + e b . . . bcde + bc + be + de + I	&c.
Dernière somme..	I	a ab + I	abc + a + c abcd + ab + a + d + cd + I	abcde + abc + abe + ade + a + cde + c + e	abcde + abc + abe + ade + a + cde + c + e	&c.

## REMARQUE I.

*Sur la premiere série.*

La principale propriété de cette série est que chacun de ses termes exprime en plus petits nombres, toujours premiers entr'eux, le plus exactement qu'il est possible, le rapport cherché entre les deux grandeurs proposées, comme, par exemple, entre le diametre & la circonférence du cercle; chaque numérateur représente cette circonférence, & chaque dénominateur représente le diametre, & les lettres  $a, b, c, d$ , &c. représentent les quotiens générateurs donnés & connus,  $a=3$ ,  $b=7$ ,  $c=15$ ,  $d=1$ , &c.

$$\frac{a}{1} = \frac{3}{1}, \text{ premier terme.}$$

$$\frac{ab+1}{b} = \frac{3 \times 7 + 1}{7} = \frac{22}{7}, \text{ second terme.}$$

$$\frac{abc+a+c}{bc+1} = \frac{3 \times 7 \times 15 + 3 + 15}{7 \times 15 + 1} = \frac{21 \times 15 + 3 + 15}{106} = \frac{333}{106}, \text{ troi-}$$

sieme terme.

$$\frac{abcd+ab+ad+cd+1}{bcd+b+d} = \frac{315 + 21 + 3 + 7 + 1}{105 + 7 + 1} = \frac{355}{113}, \text{ quatrieme}$$

terme.

&c.

C'est-à-dire, qu'en prenant pour diametre le nombre ou le dénominateur 1, le nombre ou numérateur 3 est celui de tous les nombres entiers qui exprime le plus exactement qu'il est possible, ou de la maniere la plus approchée qu'il est possible par défaut, la valeur de la circonférence du cercle correspondant au diametre 1.

Et de même 22 est le nombre entier qui exprime le plus exactement qu'il est possible par excès la valeur de la circonférence du cercle correspondant au diametre 7, & ainsi de suite, alternativement par défaut & par excès.

Ensorte que si l'on prend pour diametre quelqu'autre nombre que ce soit non compris dans la série des dénominateurs, & qui soit plus grand que 1, & plus petit que 7 : ou plus grand que 7, & plus petit que 106 : ou plus grand que 106, & plus petit que 113 : aucun nombre entier compris entre 3

& 22 : entre 22 & 333 : entre 333 & 355 &c. qui forment la série des numérateurs, n'exprimera si exactement le rapport cherché soit par excès soit par défaut que les deux termes de la série.

Ainsi entre 1 & 7, si l'on choisit pour diamètre un des cinq nombres, tel qu'on voudra, comme 2.. 3.. 4.. 5 ou 6, les circonférences des cercles correspondans seront 7.. 10.. 13.. 16.. 19. Tous ces rapports donneront la circonférence trop grande, en sorte que l'excès sera toujours plus grand que celui qui résulte du rapport du second terme de la série  $\frac{12}{7}$ .

On a démontré que le diamètre étant de .. 1.000.000 la circonférence du cercle est entre ..... 3.141.592 +  
& ... 3.141.593 —

Or toutes les analogies possibles en nombres entiers entre  $\frac{3}{7}$  qui est le premier terme, &  $\frac{12}{7}$  qui est le second terme compris, sont les suivantes.

1 <sup>re</sup>	Epoque. .. 1 : 3 :: 1.000.000 : 3.000.000	{ Circonférence trop petite.
	2 : 7 :: 1.000.000 : 3.500.000	trop grande.
	3 : 10 :: 1.000.000 : 3.333.333 +	{ trop grande, en diminuant l'excès continuellement.
	4 : 13 :: 1.000.000 : 3.250.000	
	5 : 16 :: 1.000.000 : 3.200.000	
	6 : 19 :: 1.000.000 : 3.166.666 +	
2 <sup>de</sup>	Epoque. .. 7 : 22 :: 1.000.000 : 3.142.857 +	{ Circonférence trop grande, avec le plus petit excès.
	8 : 25 :: 1.000.000 : 3.125.000	{ trop petite, avec un plus grand défaut.
	9 : 28 :: 1.000.000 : 3.111.111 +	{ trop petite, avec encore un plus grand défaut.
	9 ; 29 :: 1.000.000 : 3.222.222 +	{ trop grande, avec un plus grand excès que celui qui résulte de 7 à 22.



$$9 : 31 :: 1.000.000 : 3.444.444 + \\ \&c. \qquad \qquad \&c. \qquad \qquad \&c.$$

$$14 : 43 :: 1.000.000 : 3.071.428 + \left\{ \begin{array}{l} \text{trop petite, avec} \\ \text{un plus grand} \\ \text{défaut.} \end{array} \right.$$

$$\&c. \qquad \qquad \&c. \qquad \qquad \&c.$$

$$3^e \quad 106 : 333 :: 1.000.000 : 3.141.509 + \left\{ \begin{array}{l} \text{Circonférence} \\ \text{trop petite, avec} \\ \text{le plus petit} \\ \text{défaut.} \end{array} \right.$$

$$\text{Epoque} \&c. \quad \&c. \qquad \qquad \&c. \qquad \qquad \&c.$$

$$4^e \quad 113 : 355 :: 1.000.000 : 3.141.509 \frac{9+}{10} \left\{ \begin{array}{l} \text{Circonférence} \\ \text{trop grande,} \\ \text{avec le plus} \\ \text{petit excès.} \end{array} \right.$$

$$\text{Epoque} \&c. \quad \&c. \qquad \qquad \&c. \qquad \qquad \&c.$$

Ainsi quelque nombre qu'on prenne pour le diamètre, autre que ceux de la série  $1 : 7 : 106 : 113 : 33102$ , &c. il sera impossible de trouver aucun autre nombre correspondant pour la circonférence, que ceux de la même série ; sçavoir,  $3 : 22 : 333 : 355 : 103993$ , &c. sans tomber dans l'inconvénient d'approcher moins ou par excès ou par défaut, avec de plus grands nombres qu'on n'en approche, avec deux nombres plus petits compris dans la série ; ce qu'il seroit aisé de démontrer en général par lettres : mais ceci doit suffire.

### R E M A R Q U E I I.

Le nombre des termes qui composent chaque terme particulier de cette même première série  $\frac{a}{1}, \frac{ab+1}{b}, \frac{abc+a+c}{bc+1}$ , &c.

est pour les numérateurs .....  $1, 2, 3, 5, 8, 13, 21$ , &c.

Et pour les dénominateurs, c'est  $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13$ , &c.

Cette série est la même que celle ci-dessus des nombres primitifs qui expriment le plus simple rapport de la première espèce de chaque genre, où tous les quotients générateurs sont 1, excepté le dernier qui est 2.

Ce nombre de termes augmente si prodigieusement dans l'expression littérale, qu'on ne pourroit exprimer le dernier numérateur résultant de *trente* quotients générateurs, que par trois millions cent cinquante-deux mille quatre cents soixante-

dix huit termes littéraux, & le dénominateur par deux millions cent soixante-dix-huit mille trois cents neuf termes littéraux, dont encore chaque terme contiendrait un nombre prodigieux de lettres; ce qui est un véritable paradoxe, mais trop peu important pour s'arrêter à le démontrer. Il n'y a qu'à comparer les termes de la table suivante.

Nombres de quotients générateurs :

1..2..3..4..5.. 6.. 7.. 8.. 9.. 10.. 11.. 12 &c.

Nombres des termes correspondans dans les numérateurs :

1..2..3..5..8..13..34..55..89..144..233..377 &c.

Nombres des termes correspondans dans les dénominateurs :

1..1..2..3..5.. 8..13..34..55.. 89..144..233 &c.

Et en général, lorsque le nombre des quotients générateurs donnés est  $= A$ , & la fraction qui sert d'exposant pour le nombre des termes correspondans dans la série est  $\frac{a}{b}$ , on aura pour le nombre des quotients  $= A + 1$  la fraction  $\frac{a+b}{a}$  qui servira d'exposant pour le nombre des termes correspondans.

Mais si l'on veut trouver tout d'un coup la fraction qui répond à  $2 A$ , c'est-à-dire, au nombre double de quotients générateurs, les deux fractions exemplaires sont  $\frac{a}{b}$  pour  $A$ ,

&  $\frac{aa+bb}{2ab-bb}$  pour  $2 A$ .

Ainsi le quinzième terme ayant pour exposant cette fraction  $\frac{1197}{987} = \frac{a}{b}$ , on trouvera que la fraction qui répond au trentième terme est  $\frac{3 \cdot 152 \cdot 478}{2 \cdot 178 \cdot 309} = \frac{aa+bb}{2ab-bb}$ .

Ce qui sera évident, si l'on compare le premier terme au second, le second au quatrième, le quatrième au huitième, &c. ou le troisième au sixième, le sixième au douzième, &c. ou le cinquième au dixième, le dixième au vingtième, &c.

La conséquence naturelle qu'on doit tirer de tout ceci est que les formules littérales ont un grand avantage sur les formules purement numériques, lorsqu'il s'agit de formules par multiplication ou division; mais qu'au contraire lorsqu'il s'agit

de formules par addition & soustraction , les formules numériques données en exemple ont un grand avantage sur les formules littérales.

*De la mesure purement géométrique des angles sphériques ou linéaires quelconques.*

Il ne me reste qu'un mot à dire sur la mesure purement géométrique de ces sortes d'angles.

Deux lignes, soit droites, soit courbes, convexes ou concaves, soit que l'une soit droite, & l'autre courbe, ne peuvent former d'angle que lorsque ces deux lignes sont dans une même surface plane ou courbe, convexe ou concave.

A l'égard de tout angle linéaire non sphérique, il faut tirer par le point auquel les deux lignes se rencontrent, une tangente à chaque courbe dans la surface où sont les lignes & l'angle formé par ces deux tangentes, ou par la ligne droite, & la tangente de la seule courbe sera égale à l'angle cherché, & cet angle étant rectiligne, sera ou nul dans le cas de coïncidence, ou sera mesuré comme l'a été ci-dessus tout angle rectiligne donné de position.

Enfin si l'angle donné de position est un angle sphérique formé par deux arcs de grand cercle, ou réduit à deux arcs de grand cercle qui se coupent au sommet de l'angle, on décrira de ce sommet, à distance égale, un cercle grand ou petit à discrétion, & l'on comparera, comme ci-dessus, l'arc de ce dernier cercle intercepté par les deux arcs de grand cercle; l'on comparera, dis-je, par la même méthode que ci-dessus, cet arc intercepté avec la circonférence entière, & l'on trouvera la valeur de l'angle sphérique donné de position.

*Seconde méthode goniométrique , purement analytique , pour trouver la valeur des angles , ou exactement toutes les fois qu'il est possible , ou indéfiniment près dans tous les autres cas , & cela sans aucunes tables de sinus tangentes ou secantes.*

Entre l'infinité des différentes especes de triangles rectilignes , il n'y en a précisément que trois dont on puisse connoître exactement la valeur des angles sans aucun calcul ; sçavoir ,

1°. Le triangle équilatéral , dont chacun des angles est les deux tiers de l'angle droit.

2°. Le triangle rectangle & isoscele , dont chacun des angles aigus est un demi-droit.

3°. Le triangle rectangle & scalene , dont l'hypotenuse est double du plus petit côté ; un des angles aigus est le tiers , & l'autre les deux tiers de l'angle droit.

Il reste deux cas qui comprennent généralement tous les autres cas possibles des triangles rectangles , & par conséquent aussi tous les cas des triangles obliqu'angles , puisque la mesure des angles de ceux-ci se peut toujours réduire à la mesure des angles de ceux-là par des méthodes connues & ordinaires.

3°. Lorsque l'hypotenuse est moindre que le double du plus petit côté , comme dans le triangle 3 : 4 : 5 , l'hypotenuse 5 est moindre que le double du petit côté 3 : il faut en ce cas faire cette analogie :

Comme la somme  
des deux côtés d'autour de l'angle droit ;  
est à leur différence ;

ainsi l'unité prise constamment pour sinus total est à un quatrieme terme qui sera la tangente d'un arc de cercle moindre que la vingt-quatrieme partie de la circonférence entiere , ou moindre que 15 degrés. Or cet arc ou l'angle qu'il mesure , étant connu par la série suivante , il n'y a qu'à l'ôter du demi-droit , & l'y ajouter pour avoir les deux angles



cherchés. Cette analogie est démontrée dans tous les traités de trigonométrie.

Or l'on trouvera très-promptement & indéfiniment près le rapport de cet arc au rayon par le moyen d'une série qui rectifie l'arc par la tangente ; & sachant d'ailleurs indéfiniment près le rapport du rayon à la circonférence , on aura le rapport de l'arc à cette même circonférence , & par conséquent le rapport de l'angle cherché à quatre angles droits : cet angle sera donc connu indéfiniment près , lorsqu'il ne pourra l'être exactement.

La série pour la rectification de l'arc par la tangente, dont le rapport au rayon est donné, est une série connue. Car le rayon étant 1 , & la tangente  $t$ , il est démontré que l'arc correspondant est égal à la somme de cette série  $\frac{t}{1} - \frac{t^3}{3} + \frac{t^5}{5} - \frac{t^7}{7}$  &c. ou  $\frac{3t-t^3}{3} + \frac{7t^5-5t^7}{35}$  &c. à l'infini ; & il est aisé de marquer les limites d'approximation à chaque terme.

Si l'on veut avoir la valeur de l'angle cherché, suivant l'expression ordinaire, en degrés, minutes, secondes, tierces, &c. il n'y a qu'à faire une seconde analogie, en supposant le rayon  $= 1$ , ou  $= 100000$ , ou  $= 1000000$ , &c. & l'arc rectifié égal au nombre trouvé par l'intégration de la série ci-dessus ; car si le rayon  $= 100000$ , &c. donne 314159, &c. pour la circonférence entière, & tel nombre pour l'arc rectifié. Donc comme 314159, &c. est à 360 degrés, ainsi ce tel nombre est à tant de degrés, tant de minutes, tant de secondes, tant de tierces, &c. valeur de l'angle cherché.

Dans l'exemple du triangle 3 : 4 : 5, l'analogie est

$$\text{Comme } 4 + 3 = 7$$

$$\text{est à } 4 - 3 = 1$$

Ainsi 1, sinus total constant,

est à  $\frac{1}{7}$  tangente d'un arc,

dont on aura, si près qu'on voudra, la valeur par la série ci-dessus  $\frac{t}{1} - \frac{t^3}{3} + \frac{t^5}{5}$  &c. ou  $\frac{3t-t^3}{3}$  &c. l'angle cherché sera de 36 degrés 52' 11" 37''' &c.

5°. Si dans le triangle rectangle donné en nombres, l'hypoténuse est plus grande que le double du petit côté, comme dans le triangle 5 : 12 : 13, on préparera le problème par cette analogie :

Comme le plus petit côté du triangle,  
est à l'excès de l'hypoténuse sur le côté moyen,  
ainsi 1, sinus total constant,  
est à la tangente de la moitié du petit angle aigu cherché.  
Cette analogie est aisée à démontrer.

Dans l'exemple de ce triangle 5 : 12 : 13,

C'est comme 5  
est à 13 — 12 = 1,  
ainsi 1, sinus total constant,

est à la tangente de la moitié de l'arc qui sert de mesure à l'angle cherché; on rectifiera cet arc par sa tangente, & l'on aura ainsi l'angle cherché.

On laisse au lecteur le plaisir de faire l'application de la règle, dont la démonstration est trop aisée pour s'y arrêter.

Tout le mérite de cette méthode goniométrique, & purement analytique, qui manquoit à la perfection de la théorie de la mesure des angles, consiste dans la réduction de la mesure de tout angle, à la seule mesure des angles moindres que 15 degrés par les deux analogies ci-dessus, parce qu'au moyen de cette réduction, la série de rectification de l'arc par la tangente devient très-convergente & très-pratiquable.

Entre l'infinité d'espèces différentes de triangles sphériques, il n'y en a précisément qu'une seule dont on puisse connoître les trois angles sans aucun calcul, c'est le triangle sphérique, dont deux côtés sont chacun un grand quart de cercle, & le troisième qui sert de base, un arc connu quelconque de grand cercle. Car comme la circonférence entière du grand cercle est à cet arc connu, ainsi quatre angles droits sont au troisième angle du triangle, dont les deux autres sont chacun un angle droit.

Dans toutes les autres espèces de triangles sphériques, suffisamment déterminés, l'on peut toujours réduire la con-

noissance de l'angle cherché, & par conséquent sa mesure, à un rapport connu entre le rayon & le sinus, la tangente, la secante ou le sinus versé de l'arc ou de l'angle cherché. Or on sçait rectifier par séries tout arc par son sinus, sa tangente, &c. Donc on pourra, de même que dans les triangles rectilignes, connoître l'angle cherché, indépendamment de toutes tables trigonométriques. Ce que je me contente présentement d'indiquer. Il ne s'agit que de rendre les séries les plus convergentes qu'il est possible.

## DESCRIPTION

### D'UNE

## NOUVELLE ESPECE D'ERUCA.

Par M. DANTY D'ISNARD.

**E**TANT sorti de Paris pour herboriser, le Lundi 27<sup>me</sup>. 1. Août 1724. jour du mois de juin de l'année 1701, je découvris une plante nouvelle, presque vis-à-vis l'Hôtel des Invalides, sur le terrain relevé autour des fossés, qui séparent les terres labourables & cultivées du grand chemin, qui est proche du bord de la rivière de Seine. J'ai même trouvé cette plante depuis, dans plusieurs autres endroits le long du rivage en descendant cette rivière.

La plante dont je vais donner l'histoire n'a été décrite, que je sçache par aucun Auteur, & personne n'ayant encore donné sa figure, je l'ai fait graver.

J'ai donné à cette nouvelle espece de plante le nom de *Eruca supina, alba, Siliquâ singulari è foliorum alis erumpente.*

La racine *a* de cette espece de Roquette est quelquefois simple & quelquefois fourchue; la simple est grosse à son collet d'une ligne & demie ou deux lignes de diametre, allant de - là en diminuant insensiblement de grosseur jusqu'à son

extrémité, qui se termine par un filet; sa longueur est de cinq à six pouces, accompagnée le plus souvent d'espace en espace & sans ordre, de plusieurs fibres un peu onduées, garnies de chevelu. Elle est revêtue d'une écorce blanche assez mince, qui recouvre un parenchyme de couleur verdâtre, on les peut dépouiller assez facilement de dessus la partie ligneuse, qui est assez dure, & elle m'a paru solide ou pleine. La racine fourchue ne diffère de la simple, qu'en ce que la fourchue se divise en deux bras, qui quelquefois sont un peu écartés sur les côtés.

On sçait que la racine reçoit d'abord le suc de la terre qui l'environne, & le transmet à toutes les autres parties de la plante, tant pour leur nourriture, que pour leur accroissement.

Du collet de cette racine sortent plusieurs tiges *b, b, b*, disposées en rond, couchées par terre, dont les plus longues ont douze ou quinze pouces sur une ligne & demie ou deux lignes de diametre proche du collet, lesquelles diminuent peu-à-peu de grosseur jusqu'à leur extrémité; elles sont couvertes d'une écorce fine, verte, quelquefois teinte d'un peu de purpurin, mais seulement dans les endroits les plus frappés du soleil parsemée de poils blancs, fins & courts. Ces tiges sont légèrement sillonnées selon leur longueur; elles sont quelquefois branchues, leurs branches s'élèvent ordinairement un peu au dessus de la racine, & sortent de l'aisselle d'une feuille. Toutes ces tiges & ces branches sont un peu renflées dans les endroits où les bases des feuilles prennent naissance. On remarque sous leur écorce, un canal ou tuyau ligneux, rempli dans toute sa longueur d'une moelle verte.

Toutes les feuilles qui accompagnent les tiges & les branches, y sont rangées alternativement; elles naissent par intervalles inégaux, dont les plus grands, qui sont les plus proches de la racine, ont le plus souvent quinze ou seize lignes. Les plus grandes feuilles *c* occupent le bas des tiges, leur base pliée en goutiere, embrasse à-peu-près la troisième ou la quatrième partie de leur grosseur. Ces feuilles ont jusqu'à cinq pouces de long sur quinze ou seize lignes de large, elles se  
découpent



découpent de chaque côté très-profondément en quatre, cinq, six & sept lobes, leurs découpures se terminent à une demi-ligne ou une ligne près de la côte, les plus longs de ces lobes ont six à sept lignes sur deux ou trois de largeur, recoupés chacun en quelques parties ordinairement arrondies & quelquefois anguleuses; les deux lobes qui conjointement terminent chaque feuille, sont aussi recoupés dans leur contour de la même manière. La base des plus grandes feuilles est quelquefois éloignée du lobe qui en est le plus proche d'environ douze ou quinze lignes, tantôt ces lobes sont alternes & tantôt opposés, ils sont écartés les uns des autres depuis une demi-ligne jusqu'à deux ou trois lignes. La côte qui partage la feuille selon sa longueur, distribue de chaque côté une nervure qui divise aussi chaque lobe en deux; cette nervure en s'étendant peu-à-peu, se perd au bord de la feuille, elle en fournit encore d'autres aux parties des lobes recoupés. Toutes ces nervures & la côte d'où elles partent sont d'un verd-blanchâtre, creusées en dessus de sillons, & arrondies par dessous.

Plus ces feuilles sont écartées de la racine, plus elles s'éloignent de ces dimensions, leur grandeur diminuant à mesure qu'elles s'approchent de l'extrémité des tiges & des branches, les supérieures qui sont aussi découpées profondément n'ayant pas une ou deux lignes de long sur un tiers ou trois quarts de lignes de large. Toutes les feuilles sont un peu épaisses, leur couleur est d'un verd foncé en dessus, plus pâles en dessous, parsemées de poils blancs, fins & courts.

Les boutons des fleurs sont ramassés en grand nombre, & disposés en manière d'ombelle à l'extrémité des tiges & des branches *b, b, b, b, b*. Ils sont fort serrés les uns près des autres, & entremêlés à leur base de petites feuilles. De chaque bouton sort une fleur; ceux qui occupent la circonférence, fleurissent les premiers, les boutons voisins ou les plus proches de ceux qui défleurissent s'ouvrent ensuite successivement les uns après les autres dans le même ordre & de la même manière, jusqu'à ce qu'enfin les boutons du centre fleurissent à leur tour. Ces boutons sont ovales, verds, parsemés de poils

blancs, fins & courts, ayant depuis environ une ligne & un quart jusqu'à une ligne & demie de longueur sur près de trois quarts de ligne d'épaisseur.

De l'aisselle de chaque feuille sort une seule fleur *d, e, s*, complete, régulière, tétrapétale & androgyne contenant l'ovaire, qui étant ouvert a deux lignes ou environ de diamètre; elle est composée de quatre pétales *f, g, t, u*, blancs, disposés en croix, qui débordent le calyce d'environ une demi-ligne; la portion de ces pétales qui se trouve plongée dans le calyce est très-étroite à sa base, elle augmente insensiblement de largeur jusqu'à son extrémité qui est obtuse par le bout. Ces pétales *t, u*, sont coupés selon leur longueur en deux parties égales par un léger sillon blanc-verdâtre, dont il en part d'autres de la même couleur, qui s'étendent obliquement, & se perdent au bord de leur marge: ces pétales ont depuis une ligne trois quarts jusqu'à deux lignes de long sur environ une demi-ligne dans le fort de leur largeur, ils sont placés dans les intervalles de chaque lobe du calyce.

Cette fleur contient un ovaire *k*  $\frac{1}{2}$  coloré d'un verd-pâle, long d'environ une ligne ou une ligne un quart sur presque une demi-ligne de diamètre, surmonté par une trompe simple, verte, longue pour lors d'environ un quart de ligne sur près d'un tiers de ligne de diamètre. Cette trompe reçoit & transmet à l'ovaire l'esprit prolifique qui s'est dégagé des grains de poussière répandus des sommets des étamines pour féconder les sémences.

Cet ovaire est environné de six étamines de *h, x, y*, à filets blanchâtres, terminés chacun par un sommet couleur de soufre, dont quatre sont d'égale grandeur & à peu-près de même hauteur que la trompe de l'ovaire naissant, leur longueur est d'environ une ligne ou une ligne un quart sur une sixième partie de ligne de diamètre. Ces quatre étamines d'égale grandeur sont accouplées deux à deux & les deux autres sont séparées une à une; celles-là étant diamétralement opposées forment un carré; & elles-ci sont moins longues que les précédentes d'environ une cinquième ou une sixième partie

de ligne, & prennent naissance un peu plus bas que les quatre autres; elles sont aussi opposées diamétralement comme les accouplées. Ces étamines sont placées alternativement dans les intervalles des pétales de la fleur, de manière que deux des accouplées sont rangées dans un de ces intervalles, & l'espace suivant se trouve rempli d'une seule de ces étamines; les autres sont placées ensuite alternativement & circulairement dans le même ordre.

La fleur sort d'un calice cylindrique *i, z*, long depuis une ligne & un quart jusqu'à une ligne & demie, sur trois quarts de ligne ou près d'une ligne de diamètre, composé de quatre pièces égales convexes en dehors, vertes, parsemées de quelques poils blancs fins & courts, concaves & verdâtres en dedans; chacune de ces pièces est longue depuis une ligne jusqu'à une ligne & un tiers sur un tiers ou une demi-ligne de diamètre dans le fort de sa largeur. Ce calice est soutenu par un pédicule long pour lors depuis une ligne & demie jusqu'à deux lignes, sur près d'une sixième partie de ligne de grosseur.

Quoique tous les boutons des fleurs *b, b, b, b, b*, soient d'abord ramassés en manière d'ombelle à l'extrémité des tiges & des branches, néanmoins toutes les siliques qui succèdent aux fleurs, se trouvent ensuite éloignées les unes des autres, & dispersées le long de ces tiges & de ces branches, ce qui n'arrive que par leur prolongement. Car lorsque le calyce & les pétales de la fleur sont près à tomber, l'ovaire qui prend naissance du fond du calyce, s'élève & croît peu-à-peu, & alors l'on s'aperçoit en fort peu de tems, que le petit espace de la tige ou de la branche, qui est contenu entre le pédicule de la nouvelle silique & celui du bouton qui fleurit ensuite, s'est allongé, & c'est ce prolongement qui est cause que les siliques se trouvent ensuite éloignées les unes des autres.

La silique naissante *l, 2*, est au commencement d'un verd pâle, ensuite elle se colore le plus souvent de purpurin, qui s'éteint après à mesure qu'elle croît, & alors la silique devient d'une couleur verte; en s'allongeant elle se courbe un peu, & elle est presque ronde dans sa circonférence, parsemée de poils



blancs fins & courts, relevée de quelques bossettes & de quatre petites nervures, dont deux coupent par la moitié, selon leur longueur, les lames ou panneaux de la filique *m*, *n*, & les deux autres nervures regnent le long des bords des panneaux, dans l'endroit où ils sont joints & appliqués l'un sur l'autre. Lorsque la filique *m*, *n*, est parvenue à sa grandeur ordinaire, elle a depuis neuf jusqu'à dix lignes de long sur une ligne ou environ de diametre à sa base; allant peu-à-peu en diminuant jusqu'à son bout, lequel est terminé par une trompe simple verte qui paroît comme un peu tronquée par son extrémité, & creusée dans son centre d'un petit nombril; cette trompe est alors longue d'environ une ligne, sur plus d'un tiers de ligne d'épaisseur à son extrémité. La filique est pour lors soutenue d'un pédicule vert, parsemé de poils blancs, fins, & courts, long depuis deux lignes & demie, jusqu'à trois lignes sur un quart ou un tiers de ligne de diametre.

Ayant décrit les parties extérieures de la filique, je vais maintenant anatomiser & rendre compte des intérieures; pour y mieux réussir, je suivrai le même ordre que la nature me prescrit: je commencerai donc par détacher du pédicule de la filique *n*, le bord du bout d'en-bas d'un des deux panneaux qui y sont appliqués parallèlement l'un sur l'autre, & je continuerai de le lever selon sa longueur, jusqu'à ce qu'enfin il soit parvenu au bout d'en-haut, qui se termine à la base de la trompe. Ce panneau *o*, étant levé, je détacherai ensuite l'autre *p* de la même maniere que le précédent, & alors je m'apperçois qu'ils sont blanchâtres dans leur concavité *p*, 3; je remarque aussi en même tems que la filique est divisée selon sa longueur en deux loges par une cloison mitoyenne ou médiafin, composé d'un placenta ou chassis garni d'une pellicule.

Le placenta *q*, 4, qui n'est qu'un prolongement des fibres du pédicule de la filique, se divise dès son origine en deux branches, lesquelles se réunissent ensuite à la base de la trompe, l'intervalle qui est contenu entre ces branches se trouve rempli d'une pellicule membraneuse, blanche, fine & déliée, presque transparente & creusée de quelques cavités; ce placenta



est exactement, appliqué, & pour ainsi dire collé, par les bords extérieurs de ses branches à l'endroit où les lames ou panneaux qui le recouvrent sont réunis & joints parallèlement par leurs bords posés l'un sur l'autre.

Dans toute la longueur des bords intérieurs de chacune des deux branches du placenta *q*, *4*, s'élevent deux rangs de pédicules qui soutiennent des semences *r*, *5*, *7*, *8*, l'un desquels est placé dans une des loges, & l'autre est rangé dans l'autre.

Selon la longueur & la largeur des filiques elles contiennent plus ou moins de semences, & le bas de la filique étant plus large que le haut, en est rempli d'un plus grand nombre. J'en ai compté dans chaque loge depuis vingt-cinq jusqu'à quarante-deux, & chaque filique étant divisée en deux cellules, en contenoit le double.

Chacune de ces semences est soutenue par un pédicule ou cordon ombilical verd, long d'environ une sixieme partie de ligne, lequel prend naissance & s'éleve du placenta. Ce cordon ombilical reçoit la nourriture préparée par le placenta, qu'il transmet à la semence.

Les filiques *m*, *n*, étant mûres, les panneaux *o*, *p*, *3*, se détachent facilement d'eux-mêmes selon leur longueur, & tombent aussi-bien que les semences *r*, *5*, *7*, *8*, qui dans leur maturité sont brunes, ovales, un peu pointues par le bout attaché au cordon ombilical, ce bout de la semence *5*, *7*, est creusé d'une petite cavité ou cicatrice; elles sont longues d'environ un tiers de ligne sur près d'une cinquieme partie de ligne de diametre dans le fort de leur épaisseur. Ces semences en tombant se sement d'elles-mêmes, pour produire ensuite des plantes de leur même espece, par le développement des parties contenues dans leur germe.

Cette plante est annuelle, elle fleurit en Juin, Juillet & Août. Ses semences mûrissent successivement les unes après les autres; elles acquierent premierement leur maturité dans les filiques placées proche de la racine; ensuite dans celles qui se trouvent dispersées vers le milieu des tiges & des branches, & enfin dans les filiques qui occupent leur sommité: les

302 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
semences de ces dernières siliques ne sont mûres que dans les  
mois d'Août & de Septembre.

Si on souhaite cultiver cette plante, il faut la semer & l'élever en pleine terre, laquelle soit disposée en pente, & exposée du levant au midi.

Toute la plante étant froissée entre les doigts, a une odeur désagréable & un peu puante, qui approche de celle de l'ail. Si on la mâche, elle a une saveur particulière, acre & piquante comme la moutarde, accompagnée d'un goût d'ail.

Le suc de ses racines, de ses feuilles & de ses fleurs, rougit le papier bleu.

Pour guérir l'enrouement, on cueille à la fin de Mai ou au commencement de Juin telle quantité que l'on souhaite de feuilles & de fleurs de cette roquette verte, que l'on pile, puis on en exprime le suc, que l'on fait un peu bouillir sur un feu clair, ensuite on le passe à travers la chausse, & on y ajoute autant pesant de sucre, que l'on a de suc de cette plante: enfin on fait cuire le tout en consistance de sirop, dont on avalera quatre gouttes, successivement les unes après les autres; ce que l'on réitérera de quart d'heure en quart d'heure, jusqu'à parfaite guérison.

Les feuilles vertes de cette plante naissante, fraîchement cueillies, étant mêlées avec de la salade, sont moins désagréables à manger, que celles de l'*Eruca tenuifolia*, *perennis*, *flore luteo*. J. B. 2. lib. 21. pag. 861. dont les habitans de la ville de Namur en Flandre se servent, lorsqu'elle est jeune. Et quelques personnes m'ont assuré qu'on en mangeoit aussi à Paris, & même dans plusieurs autres endroits de ce Royaume en place de l'*Eruca latifolia*, *alba*, *sativa Dioscoridis*. C. B. Pin. 98. la roquette.

Je dis ensuite à l'Académie, que je m'étois assuré par beaucoup d'expériences, que le sirop de *Eryfimo Löbelii* guérissoit l'enrouement des prédicateurs, des avocats, & de ceux qui sont obligés de parler long-tems en public, & même celui des chantres: beaucoup de ces derniers, ayant été guéris par ce remede, lui ont donné le nom de *sirop du chantre*. La

Compagnie me témoigna qu'elle fouhaiteroit que j'ajoutasse cette observation à mon Mémoire, ce que je fais d'autant plus volontiers, que ce remede surpasse en vertu le sirop d'*Eruca* ci-devant décrit, & qu'il peut être d'une très-grande utilité au public.

Ayant ci-dessus rapporté la vertu du sirop de *Eryfimo Lobelii*, je vais maintenant prescrire la maniere de s'en servir.

Je fais prendre à la personne indisposée, du sirop de *Eryfimo Lobelii* pur & sans mélange, quatre gouttes, que cette personne incommodée laisse couler doucement les unes après les autres de la phiole sur sa langue, & elle avale ces gouttes à mesure qu'elles sortent de la phiole dans laquelle ce sirop est tenu, ce quelle réitere de quart-d'heure en quart-d'heure, jusqu'à ce qu'elle soit parfaitement guérie.

J'ai aussi guéri avec ce sirop, pris de la même maniere, des personnes incommodées d'une extinction de voix, lesquelles n'avoient reçu aucun soulagement des saignées, ni de tous les autres remedes qu'on leur avoit prescrits.

J'ai mis en pratique ce remede pour guérir l'enrouement, sur ce qui en est rapporté dans le livre intitulé, *Plantarum seu Stirpium historia Matthiæ de Lobel. pagina 103. linea 35.* dont voici les termes : *Syrupus de Eryfimo efficacissimus ; cujus beneficio juvenculas decennio raucedine laborentes percuravi.*

Ce sirop dont la description est rapportée par Lobel dans *Plantarum seu Stirpium historia, pagina 103. linea 38.* ayant été ordonné si souvent avec tant de succès, confirme l'excellence de ce remede.

Louïs Pénicher dans son *Collectanea Pharmaceutica, pag. 71.* rapporte aussi la formule du sirop de *Eryfimo Lobelii*, à la fin de laquelle il ajoute ces mots : *Imprimis in raucedine commendatur, mucilaginem enim pulmonum incidit & educit.*

A l'occasion de ce que j'avois dit des vertus du sirop de *Eryfimo Lobelii*, M. Boulduc le pere, Pensionnaire de l'Académie Royal des Sciences, me témoigna qu'il fouhaiteroit que j'insérasse dans mon Mémoire, un remede dont il s'étoit servi plusieurs fois très-utilement pour la guérison de l'enroue-



M. Boulduc fait prendre l'infusion des feuilles & des sommités fleuries de l'*Erysimum vulgare* C. B. Pin. 100. Velar ou Tortelle, vertes ou seches à la maniere du thé; si elles sont vertes, il en verse une dragme & demie dans deux tasses d'eau bouillantes, avec un peu de sucre : mais si elles sont seches, il n'y en met qu'une dragme : ensuite il fait boire cette liqueur chaude.

Il dit ensuite qu'il en avoit fait user à un officier de Madame, âgé de plus de quatre-vingts ans, incommodé fréquemment d'une extinction de voix, & d'un enrouement presque continuel, lequel s'est servi de ce remede pendant plusieurs années avec beaucoup de succès.

M. Boulduc assûra aussi qu'il avoit fait prendre très-utilement cette même infusion à beaucoup d'autres personnes indisposées d'extinction de voix & d'enrouement, & dit que ce remede les avoit fait cracher épais.

Toutes ces fréquentes guérisons confirment ce qui est rapporté dans *Stirpium adversaria nova, authoribus Petro Pena & Matthia de Lobel, pagina 69. linea 50.* en ces termes : *Phonastros memini tum juvenes, tum ætatis proventæ, quibus ferme jam amissâ voce & spiritu, limpida sonoraque vox pauculis diebus restituta fuit, unius Erysimi & opera eximii præceptoris Rondelletii qui primus usum monuit.*

M. Boulduc ajouta ensuite, qu'il purgeoit ces même malades, avec deux onces de manne fondue dans deux tasses de cette infusion.

M. Antoine de Jussieu m'ayant prêté il y a environ six semaines, un ouvrage du célèbre M. Vaillant, imprimé en 1723, par les soins de l'illustre M. Boerhaave Professeur en Médecine, Botanique & Chymie à Leyde, sous le titre de

*Sebastiani Vaillant Academiæ Regiæ Scientiarum Socii, & Plantarum in Horto Regio Parisino Demonstratoris, Botanicon Parisiense, operis majoris prodituri Prodrömus. Lugduni Batavorum apud Petrum Vander Aa 1723. in 8°. pag. 131.*  
M.



M. Boerhaave, dans la préface de ce livre, fait un éloge digne de ce sçavant Auteur ; elle annonce un plus grand ouvrage *in-folio*, qui sera enrichi d'un nombre considérable de plantes, gravées avec beaucoup de soin, sur les desseins très-déliés, représentans bien le naturel, faits par M. Claude Aubriet de Châlons en Champagne, Dessinateur & Peintre ordinaire du Roi en miniature.

J'ai trouvé dans ce prodrome des plantes des environs de Paris, que la roquette que j'avois décrite, & dont j'avois autrefois fait présent tant au célèbre M. Tournefort, qu'à M. Vailant, y étoit rapportée sous le nom d'*Eruca procumbens, alba, siliquis singularibus in foliorum alis. Prodromo Botanici Parisiensis, pag. 38. n°. 5.*

## EXPLICATION DES FIGURES

*qui representent une nouvelle espece d'ERUCA,  
& ses différentes parties.*

- a. La plante entiere diminuée dans toutes ses parties.
- b. Les sommités des tiges garnies de boutons de fleurs, & de fleurs épanouies.
- c. Une des grandes feuilles du bas de la tige, vûe en dessus, plus petite que nature.

*Les parties suivantes sont à peu-près grandes  
comme nature.*

- d. Une fleur contenue dans son calyce, vûe en dessus.
- e. Une fleur enchassée dans son calyce, renversée sur le côté, vûe en dessous.
- f. Un pétale de la fleur, vû en dessus.
- g. Un pétale de la fleur, vû en dessous.
- h. Une étamine garnie de son sommet.
- i. Le calyce.
- k. Le calyce ouvert en devant, dans lequel on voit la silique naissante.
- l. Une silique naissante chargée de sa trompe.

- m. Une filique entiere, soutenue sur son pédicule, & chargée de sa trompe.
- n. Une filique ouverte d'un côté.
- o. Un panneau séparé de la filique, vû du côté de sa convexité.
- p. Un panneau séparé de la filique, vû du côté de sa concavité.
- q. La cloison mitoyenne, dont le placenta est garni de deux rangs de semences.
- r. Les semences.

*Les parties suivantes sont plus grandes que nature.*

- s. Une fleur contenue dans son calice, vûe en dessus.
- t. Un pétale de la fleur, vû en dessus.
- u. Un pétale de la fleur, vû en dessous.
- x. Une étamine chargée de son sommet.
- y. Six étamines garnies de leurs sommets, rangées selon leur position naturelle autour de la filique naissante.
- z. Le calyce.
- 2. Une filique naissante chargée de sa trompe.
- 3. Un panneau séparé de la filique, vû du côté de sa concavité.
- 4. La cloison mitoyenne, dont le placenta est garni de deux ordres de semences.
- 5. Une semence, dont la cicatrice paroît, vûe en dessus.
- 7. Une semence, dont la cicatrice paroît, vûe de profil.
- 8. Une semence vûe de côté.







*Truca Supina, alba.*

*Siliquæ i Siliquis*

*et siliquis albis, ovatis.*



## DE L'ARRANGEMENT

*que prennent les parties des matieres métalliques & minérales, lorsqu'après avoir été mises en fusion, elles viennent à se figer.*

Par M. DE REAUMUR.

**R**IEN n'est plus ordinaire que de voir de longues & brillantes aiguilles sur les cassures de l'Antimoine ; \* pour l'usage, on prend même par préférence celui où elles sont plus distinctes. Quelquefois même elles sont rangées avec tant d'ordre & de régularité sous certaines directions, que ceux à qui ce phénomène est le plus familier, ne sçauroient s'empêcher de l'admirer. La figure des molécules élémentaires de ce minéral entre probablement pour quelque chose dans la formation de ses aiguilles : mais si on cherche la cause de leur disposition, de leur arrangement les unes par rapport aux autres, on trouvera qu'on ne sçauroit la déduire de la seule configuration des parties élémentaires ; car si on casse des culots ou des masses différentes, quoique de même forme, & du même antimoine, on y observera souvent différens arrangemens d'aiguilles. Fixons-nous à des masses d'une figure constante & régulière ; prenons-en de coniques, parce qu'on fond, ou qu'on verse assez ordinairement ce minéral fondu dans des especes de creusets ou de lingotieres qui ont la figure d'un entonnoir ou d'un cône renversé. Qu'on casse plusieurs de ces cônes d'antimoine \*, & chacun en plusieurs endroits, on trouvera les aiguilles disposées dans le même cône sous différentes directions, mais qui ne seront pas les mêmes dans différens culots. Dans l'un, depuis une certaine hauteur, on les verra toutes dirigées vers la pointe du cône \* ; plus haut ces aiguilles seront couchées presque horizontalement, ou seront presque perpendiculaires aux précédentes ; au-dessus de celles-

\* Fig. 1.

\* Fig. 2.  
3. 4. 5. 6.

\* Fig. 2.

Q q ij

ci on en observera d'autres qui se redresseront , & qui tantôt tendront toutes vers quelque point du gros bout de notre culot conique , & tantôt se distribueront en deux cones qui auront des sommets différens \*. Dans un autre culot d'antimoine , on n'en trouvera point de couchées horifontalement , elles seront distribuées en deux paquets coniques , dont l'un  
 \* Fig. 3. sera renversé sur l'autre \* , c'est-à-dire , dont l'un aura son sommet à la pointe , & dont l'autre aura le sien à la base du cone ; dans certains culots on appercevra par-tout des aiguilles ; d'autres n'en feront voir aucune \* ; souvent il y en aura en quelques endroits du culot , & il n'y en aura pas par-tout ailleurs. Assez ordinairement on les verra distribuées par paquets de figure conique , quelle que soit la forme extérieure du culot , car les cones intérieurs ne dépendent nullement du cone extérieur. Quelquefois elles sont couchées le long des côtés du cône , leur direction semble suivre les parois du vase dans lequel le minéral s'est figé.

Malgré tant de variétés , la cause qui contribue à la production & à l'arrangement de ces aiguilles est constante , & pour peu qu'on y pense , elle ne paroît devoir être autre que le refroidissement qui fait passer la matiere minérale de l'état de fluide à celui de solide. C'est à ce refroidissement & à ses progrès que les aiguilles doivent leur formation & leur direction. Une matiere qui ne tient sa fluidité que des parties du feu grossier qui séparent & agitent ses molécules élémentaires , reprend sa premiere solidité , quand elle est abandonnée à elle-même , quand les parties ignées se dissipent ; or elles ne peuvent se dissiper que successivement , & dans un certain ordre , qui est tel que , généralement parlant , les parties de la matiere en fusion les plus proches soit des parois , soit de l'ouverture du creuset , doivent prendre consistance les premieres. C'est ensuite aux molécules les plus proches des molécules déjà figées , à se figer , & ainsi de suite. Or chaque molécule qui se fige , s'applique d'autant mieux , & d'autant plus nécessairement contre sa voisine & dans sa direction , que l'attouchement de la molécule fixée ne contribue pas peu à en fixer une autre , à lui ôter son mouvement.

Des molécules ajoutées successivement les unes au bout des autres, forment des especes de fibres, de filets, d'aiguilles, dont les directions montrent en quelque sorte l'ordre dans lequel le refroidissement s'est fait. Si le creuset avoit la forme d'une boule creuse, que ses parois fussent par-tout également épaisses, également chaudes; de même consistance, qu'elles fussent également frappées par un air également froid, & que la matiere en fusion fût en toutes ses parcelles de nature parfaitement uniforme, toutes les aiguilles, toutes les fibres seroient des rayons dirigés au centre de la boule. Si la matiere étoit telle que ses molécules figées dussent être toutes à peu près de même longueur, on trouveroit encore de plus des couches concentriques faites par des parcelles de chaque rayon qui seroient à égales distances du centre.

Mais il s'en faut beaucoup que tant de circonstances se réunissent dans le refroidissement des creusets ordinaires, & qu'il soit possible de les réunir; de-là naissent nécessairement les irrégularités dont nous avons parlé. J'ai pourtant fait plusieurs expériences avec des creusets coniques, dans lesquels j'ai pour l'ordinaire donné aux aiguilles des directions assez approchantes de celles que je leur voulois. Quand le creuset, après avoir été tiré du feu, plein d'antimoine fluide, a été posé sur un corps plus capable de le refroidir que ne l'est le simple attouchement de l'air, alors le fond & le dessus du creuset ont dû refroidir les premiers: aussi dans ce cas ai-je souvent trouvé les aiguilles distribuées en deux cones, dont l'un avoit son sommet au bas du creuset, & l'autre le sien près de la surface supérieure. \* Quand après avoir retiré le creuset de la forge, je l'ai posé sur quelques charbons, & que j'en ai mis quelques-uns par dessus, afin que les cotés pussent se refroidir aussi vite & plus vite que le reste, alors j'ai eu une partie des aiguilles couchées horizontalement \*, ou au moins il y en a eu des paquets qui formoient des cones, dont les unes étoient presque perpendiculaires à certains endroits des parois. \* J'ai produit encore plus sûrement le même effet, en accélérant le refroidissement de certains endroits du creuset

\* Fig. 3.

\* Fig. 2.

\* Fig. 1.



par l'atouchement d'un linge mouillé. Quelquefois il se fait un creux au milieu du cone d'antimoine, & alors on voit

\* Fig. 6. des aiguilles dirigées du côté de ce creux. \* Les premieres couches figées ont là tenu lieu des parois du creuset.

Pour que les aiguilles s'arrangent avec régularité, il est surtout nécessaire que le refroidissement se fasse avec lenteur, autrement une molécule se fige, avant de s'être bien ajustée, au bout d'une autre molécule figée. Si pourtant le même refroidissement se fait avec une lenteur excessive, on n'aura pas plus d'aiguilles que s'il eût été fait trop brusquement; l'arrangement qui étoit pendant la fusion se conserve, les parties du feu s'échappant de par-tout presque avec égalité, & insensiblement, alors toutes les molécules doivent leurs places comme leur repos à ce que le feu a cessé de les agiter; l'atouchement des molécules déjà fixées, n'est plus, dans ce cas, ce qui contribue beaucoup à arrêter le mouvement des autres molécules. Aussi ayant laissé le creuset plein d'antimoine fondu, au milieu des charbons allumés jusques à ce qu'ils se fussent éteints, il est arrivé quelquefois que je n'ai pu trouver

\* Fig. 4. une seule houppe d'aiguilles dans tout le culot, \* & quand j'y ai trouvé des aiguilles, ç'a été en très-petit nombre.

Enfin il semble si vrai-semblable que la formation & la disposition des aiguilles de l'antimoine sont l'effet d'un refroidissement qui n'a été ni trop subit ni trop lent, qu'il seroit peut-être superflu d'appuyer cette idée par un plus grand détail d'expériences. Au lieu même d'être surpris de ce que ce minéral nous les fait voir, on le sera au contraire de n'en pas trouver de pareilles dans toute autre matiere que le feu aura rendue fluide, & qui se fera ensuite figée peu-à-peu; le refroidissement s'y doit faire dans le même ordre que dans l'antimoine; il y doit donc occasionner des arrangemens semblables, & voila de quoi jeter dans une juste défiance sur la vérité d'un raisonnement très-vrai-semblable. Car, pour nous arrêter à une des especes des différentes matieres qui pourroient s'offrir, les cassures des culots des métaux ne nous font rien voir de pareil à ce que nous montrent les cassures



des culots d'antimoine. Je sçai que d'habiles Physiciens les ont même fait réfrigir à dessein le plus lentement qu'il leur a été possible, sans pouvoir parvenir à rendre sensible l'arrangement de leurs parties.

Mais de ce qu'on ne peut voir cet arrangement dans un culot de métal, comme on le voit dans un culot d'antimoine, s'ensuit-il qu'il ne se trouve pas également dans l'un & dans l'autre ? non assurément. Le culot d'antimoine est cassant, ses parties se détachent avec plus de facilité totalement les unes des autres, qu'elles ne se cedent mutuellement la place qu'elles occupoient. Frappe-t-on sur cette masse, on la partage en morceaux, où les parties sont arrangées comme elles étoient avant que la masse fût frappée. Il n'en est pas de même des culots de métal, leur parties cedent aux coups ; ils leurs font prendre de nouveaux arrangemens. On ne parvient à les casser que quand ces arrangemens nouveaux ont mis les parties en un état où il leur est plus aisé de s'écarter les unes des autres que se disposer autrement qu'elles ne le sont, & par conséquent dans un état très-différent de leur premier état. Tout pourroit donc être arrangé dans un culot ductile, aussi régulièrement que dans un culot cassant, sans qu'on y pût découvrir l'arrangement qu'on ne peut guere s'empêcher d'y concevoir. Mais il y a moyen, malgré la ductilité, & la plus grande ductilité d'un métal, d'observer ce qui jusques ici a échappé à nos yeux ; le plomb même nous le permet, il n'y a qu'à le saisir dans un moment favorable. Tous les métaux sont ductiles à froid, il n'y a que du plus ou du moins. Ils le sont aussi à chaud, mais s'ils sont chauds jusqu'à un certain point, alors ils n'ont point de ductilité, à proprement parler ; leurs molécules trop écartées les unes des autres, tiennent peu ensemble, & peuvent être entièrement séparées par le premier coup qui tombe dessus un peu rudement ; il leur arrive en partie ce qui arrive à tous les corps cassans. Ils sont alors eux-mêmes des corps cassans ; leurs cassures peuvent nous faire voir dans cette circonstance la disposition de leurs parties interieures. C'est ce que j'ai d'abord observé sur le plomb.

Si on le casse à froid, on n'y voit certainement aucune grainure. J'en cassai un culot qui étoit encore très-chaud, & il me parut fort singulier de voir la cassure d'un morceau de plomb aussi grainée que celle d'une bille d'acier trempé. Les morceaux du même plomb étant refroidis, ne se laisserent plus casser que par des coups réitérés, aussi ne montrèrent-ils plus de grains. Or dès que le plomb étant chaud, a des grains, s'il les a dans le tems où il a pris une parfaite consistance, dans le tems où sa chaleur est trop foible pour tenir ses parties en fusion, il est évident qu'il les aura de même étant entièrement froid. Il n'y a plus de cause pour les réunir, qui de plusieurs grains en puisse faire un seul. Mais les coups de marteau feront cette réunion dans le plomb froid, & ne la feront pas dans celui qui sera chaud.

Ayant observé la grainure du plomb, j'esperai de voir aussi un arrangement régulier à cette grainure. Je fis fondre de ce métal dans un creuset conique; je l'y laissai prendre consistance peu-à-peu, & quand il en eut suffisamment, je le tirai encore très-chaud du creuset; alors un coup de marteau le divisa aisément en quelques gros morceaux, dont les cassures me montrèrent les aiguilles, les especes de fibres que je cherchois à voir.\* Les grains appliqués les uns contre les autres, suivant certaines directions, formoient ces fibres. Il y en avoit des paquets de paralleles les unes aux autres, & à peu-près perpendiculaires aux parois du creuset. Dans d'autres paquets toutes les fibres étoient perpendiculaires au fond du creuset, & en un mot je vis dans le plomb des fibres comme on en voit dans l'antimoine, dont la disposition & l'arrangement tendoient à être les mêmes.

Mais en même tems j'observai des différences entre les fibres du plomb, car je conserverai ce nom, & les aiguilles de l'antimoine. Ces dernières\* sont très brillantes, ont un poli vif & éclatant, elles sont comme autant de glaces de miroir, ou de petites glaces ajustées bout à bout, au lieu que les fibres du plomb sont moins éclatantes; non-seulement elles ne sont point plates, mais elles ont visiblement une sorte de

derondeur. \* Elles ne paroissent à la vûe simple, ou avec une loupe foible, qu'une file de petite boules arrangées comme les grains d'un chapelet. Une loupe plus forte ou un microscope ne laissent pas à chacune de ces parcelles des fibres, des figures très-arrondies : mais toujourns paroît-il que la fibre est formée de grains appliqués les uns contre les autres seulement par une partie de leur bout ; qu'au lieu que les côtés des aiguilles de l'antimoine sont droits, ceux des fibres du plomb ont des dentelures. Quand la matiere, que je ne fais qu'ébaucher ici, sera mieux approfondie, peut-être trouvera-t-on que c'est de cette figure des grains & de leur arrangement que dépendent la ductilité des métaux & celle de quelques autres matieres. On voit déjà que cette disposition laisse des vuides, où les parcelles déplacées par le coup du marteau, vont se loger ; qu'à force de coups, ces vuides doivent se remplir en partie, & que c'est alors que le métal devient moins malléable, & est ce qu'on appelle *écroui*. Enfin des lames appliquées les unes sur les autres, & les unes contre les autres sans laisser entr'elles des vuides proportionnés à leur grandeur, ne peuvent faire que des masses cassantes comme celles de l'antimoine.

\* Fig. 9.

Je l'ai déjà insinué, mais je le répète ; pour voir la disposition des fibres du plomb, il faut saisir le moment favorable. Si on frappe un métal trop chaud, il se divise trop sous les coups du marteau, on l'écrase en parcelles, dont la plupart ne sont que comme des grains de sable. Si le métal n'a plus assez de chaleur, il se laisse applatir, & ne montre ni l'arrangement des grains, ni les grains mêmes. Du reste, en répétant l'expérience deux ou trois fois, on rencontrera ce moment.

J'ai cassé des culots d'étain, des culots de cuivre, & des culots de zinc, qui est un minéral assez ductile à froid. Je les ai, dis-je, cassés pendant qu'ils étoient chauds, & il ne m'a pas fallu beaucoup de tâtonnemens sur chacun pour y trouver la grainure que j'avois vûe dans le plomb, & les filets que j'avois trouvés dans le même métal. Il n'y a guere lieu de



douter si l'on trouvera ces mêmes filets dans l'or & dans l'argent, mais je n'en ai pas encore fait l'expérience.

Tous les corps mous, ou trop aïsés à ramollir, comme la cire, le suif, les graisses, le beurre, auroient beau avoir une pareille disposition de fibres, on ne sçauroit jamais l'y appercevoir, jamais ils ne sont assez cassants.

Toutes les masses qui ont été fondues, quoique cassantes, ne doivent pas aussi la faire voir sur leur cassure. Nous avons déjà fait observer qu'un refroidissement trop lent ou très-prompt pouvoit l'empêcher de se produire dans l'antimoine. Les sels qui ont le plus de disposition à former des crystaux, n'en feront pas paroître, si on les fait cristalliser trop promptement, ou si on les agite trop pendant que la cristallisation doit se faire. De même les parties des corps fondus ne prennent pas d'arrangement régulier, si elles sont refroidies brusquement, ou agitées pendant qu'elles se refroidissent. Une autre cause peut encore troubler cet arrangement, ou l'empêcher même totalement; c'est lorsque le corps fondu n'est pas un fluide uniforme, lorsqu'il est composé de parties qui ont plus de disposition à se figer que d'autres, qui n'ont pourtant qu'un degré de chaleur égal au leur. La formation des fibres, des filets, des aiguilles, est l'effet d'un refroidissement successif, ou plus exactement de ce que les parties n'ont pris consistance que successivement. Si des parties éloignées des parois viennent à se figer avant que d'autres, qui en sont plus proches, aient perdu de leur fluidité, il n'y a plus de raison pour que ces parties forment une file droite & continue avec les autres; plus le fluide sera mélangé de parties qui ont d'inégales dispositions à se figer, plus il sera difficile qu'il s'y forme des aiguilles; lorsqu'il prendra consistance, les files y seront plus souvent interrompues. Nous donnerons des exemples d'un fluide métallique, où toutes ces inégalités se trouvent dans la suite de nos observations sur la fonte de fer.



# EXPLICATION DES FIGURES.

La *figure premiere* représente la cassure d'une partie d'un gros culot d'antimoine.

La *figure 2.* représente la cassure d'un creuset conique, & celle du culot d'antimoine qui s'est figé dans ce creuset. *abc*, cassure des parois du creuset. Celle du culot montre des aiguilles d'antimoine arrangées sous certaines directions. Depuis *dd* jusques en *c*, elles forment un cone, dont *c* est le sommet. Au dessus de *dd*, elles sont presque couchées horisontalement. Plus haut elles sont distribuées en deux cones, dont l'un a son sommet vers *f*, & dont l'autre a le sien vers *e*.

La *figure 3.* est encore celle de la cassure d'un creuset, & celle de son culot d'antimoine, où les aiguilles sont arrangées en deux cones, dont l'un a son sommet en *g*, au bas du creuset; & dont l'autre a le sien en *h*, vers le haut de ce même creuset.

La *figure 4* montre la cassure d'un creuset où on a laissé figer l'antimoine, en laissant ce creuset au milieu des charbons; on n'y apperçoit que quelques aiguilles parsemées, *i, i, i, i.*

La *figure 5.* fait voir les aiguilles d'antimoine formant différents cones, dont les axes sont à peu près horizontaux; leurs sommets sont en *k, l, m, n*. On a obligé l'antimoine de ce creuset à commencer à se figer du côté de *k, l, m, n*, & cela en appliquant sur ce côté du creuset un linge mouillé.

La *figure 6.* est encore celle d'un creuset où de l'antimoine s'est figé. Mais ici le minéral, en se refroidissant, a laissé un vuide *oop*, dont les premieres couches ont tenu lieu de parois au reste de la matiere. On voit des aiguilles dirigées vers cet espace, en *o o* par exemple, comme ailleurs il y en a en *s, p*, dirigées vers les parois du creuset.

La *figure 7.* représente une portion d'un culot conique de plomb qui a été tiré chaud du creuset, & cassé avant qu'il ait eu le tems de se refroidir. Le coup de marteau appliqué vers *u*, l'a obligé de s'entr'ouvrir en *x, x*, où on voit les fibres du plomb. Ces mêmes fibres sont entierement à découvert

516 MEMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE  
en y, la partie qui étoit adherante ayant été entierement em-  
portée.

La figure 8. est celle d'un paquet de fibres du culot du plomb. Il est aisé de juger combien elles different de celles de l'antimoine, Fig. 1. On n'a point fait graver de figures pour représenter les directions qu'ont dans le plomb les fibres en différents endroits des culots; on y rencontre autant de variétés que dans ceux d'antimoine.

---

## OBSERVATIONS

*De l'éclipse totale du Soleil du 22 Mai 1724 au soir;  
faites à Paris, dans l'Observatoire Royal & au  
Luxembourg.*

Par M<sup>rs</sup>. DELISLE le cadet & DELISLE  
DE LA CROYERE.

A 5<sup>h</sup> 55' 18" le Soleil paroissoit à l'Observatoire un peu entamé par la Lune; ce qui a été vû avec une fort bonne lunette de 20 pieds. Le Soleil étoit alors couvert d'un léger brouillard, qui n'empêchoit pas de voir son bord assez distinctement terminé.

Mon Frere de la Croyere qui observoit au Luxembourg, a commencé à appercevoir la Lune à 5<sup>h</sup> 55' 43" avec une lunette de 14 pieds. Le dome du Luxembourg où il observoit est de 46" septentrional à l'Observatoire, & ne lui est oriental que d'une seule seconde de tems, comme il a été trouvé par plusieurs opérations géométriques & astronomiques.

Depuis le commencement de l'éclipse jusqu'à l'obscurité totale, j'ai observé la situation des cornes de l'éclipse avec la lunette de mon quart de cercle pour pouvoir déterminer la route apparente de la Lune sur le Soleil.

Pour mon Frere, il avoit préparé au Luxembourg une

fig. 2.

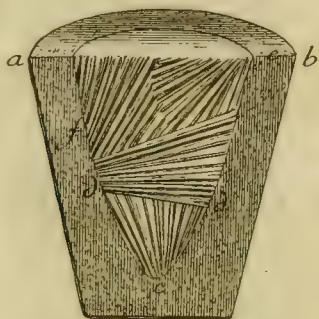


fig. 3.

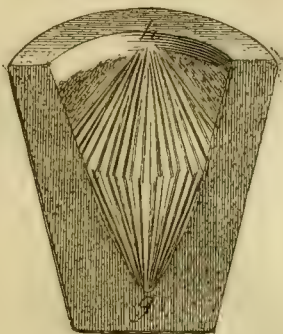


fig. 5.

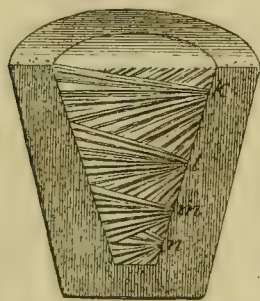


fig. 6.

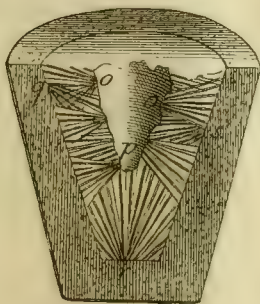


fig. 7.



fig. 8.

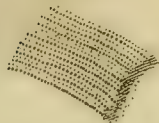


fig 1



fig 2



fig 3

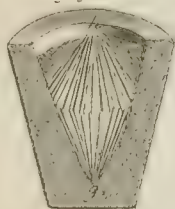


fig 4



fig 5



fig 6



fig 7



fig 8





lunette de 8 pieds à deux verres convexes, au travets de laquelle il faisoit passer les rayons du Soleil qu'il recevoit sur un papier, où l'image du Soleil se trouvoit divisée en doigts par des cercles concentriques à l'ordinaire. Cette image avoit 6 pouces de diametre, & étoit reçue dans un lieu obscur. Il a marqué les doigts éclipsés jusqu'à l'obscurité totale, comme il suit.

Doigts éclipsés.

Temps vrai.

1	.	.	.	.	.	.	.	5 <sup>h</sup>	59'	15"
2	.	.	.	.	.	.	.	6	3	30
3	.	.	.	.	.	.	.	6	8	0
4	.	.	.	.	.	.	.	6	13	0
5	.	.	.	.	.	.	.	6	17	30
6	.	.	.	.	.	.	.	6	22	0
7	.	.	.	.	.	.	.	6	26	0
8	.	.	.	.	.	.	.	6	30	0
9	.	.	.	.	.	.	.	6	34	0
10	.	.	.	.	.	.	.	6	38	30
11	.	.	.	.	.	.	.	6	43	30
12	.	.	.	.	.	.	.	6	48	46

L'obscurité totale a donc paru se faire au Luxembourg à 6<sup>h</sup> 48' 46", & je l'ai estimée à l'Observatoire 8" plus tard. sçavoir à 6<sup>h</sup> 48' 54", en regardant le Soleil directement avec une lunette de 7 pieds. Pour l'émerison ou le recouvrement de lumière, je l'ai estimée avec la même lunette à 6<sup>h</sup> 51' 12", ainsi la durée de l'obscurité totale a été pour moi de 2' 18".

Le bord de la Lune, regardé attentivement avec ma lunette de 7 pieds à l'endroit où devoit se faire le commencement de l'obscurité totale, m'a paru inégal & dentelé.

Pendant l'obscurité totale, j'ai vu l'anneau lumineux autour de la Lune, qui m'a paru blanc au travers de ma lunette, de même qu'à la vûe simple. Il m'a paru d'égale largeur tout autour de la Lune, & d'environ un doigt. Son extrémité extérieure n'étoit pas si tranchée que dans ces anneaux artificiels

que tout le monde peut voir autour de tout corps opaque avec lequel on se couvrira le Soleil, ainsi que je l'ai rapporté dans les Mémoires de l'Académie de 1715. Comme je persiste dans la pensée que ces anneaux artificiels, & celui qui paroît autour de la Lune dans les éclipses totales du Soleil, proviennent d'une même cause, je crois que ce qui m'a empêché d'appercevoir cet anneau lumineux autour de la Lune si tranché qu'à l'ordinaire, a été le brouillard au travers duquel le Soleil étoit vu.

Je me suis aussi appliqué à examiner quel a été le changement de la constitution de l'air pendant toute la durée de l'éclipse. J'avois préparé pour cela quatre thermometres à esprit de vin; que j'avois mis à l'expérience, de l'eau bouillante, & ensuite aux caves de l'Observatoire. Ayant marqué la hauteur de la liqueur dans ces deux différentes températures, j'ai divisé cet intervalle en cent parties égales que j'ai commencé à compter depuis la hauteur à l'eau bouillante. C'est sur ces degrés que j'ai marqué le changement de la température de l'air pendant l'éclipse; ayant porté deux de ces thermometres à l'Observatoire, dont l'un étoit exposé au Soleil, & l'autre étoit à l'abri du Soleil & du vent.

Mon Frere s'est servi au Luxembourg des deux autres thermometres, en ayant de même que moi exposé un au Soleil & laissé l'autre à l'abri. J'ai marqué la hauteur de la liqueur de chaque thermometre porté à l'Observatoire, à chaque quart d'heure, depuis 5<sup>h</sup> jusqu'à 7<sup>h</sup>  $\frac{3}{4}$ , comme il suit.

		Thermometre à l'abri	Thermometre au Soleil	Barometre simple
A	5 <sup>h</sup>	91	82	28 10 $\frac{1}{2}$
	5 $\frac{1}{4}$	90 $\frac{1}{2}$	81	
	5 $\frac{1}{2}$	90 $\frac{1}{2}$	81	
	5 $\frac{3}{4}$	90	83 $\frac{1}{2}$	
	6	90	85 $\frac{1}{2}$	
	6 $\frac{1}{4}$	90	86	
	6 $\frac{1}{2}$	90	87	28 10 $\frac{1}{2}$
	6 $\frac{3}{4}$	90 $\frac{1}{4}$	88 $\frac{1}{2}$	

Dans l'obscurité totale	$90\frac{1}{2}$	.	.	.	.	$90\frac{1}{2}$
7	$90\frac{1}{2}$	.	.	.	.	$90\frac{1}{2}$
$7\frac{1}{4}$	$90\frac{1}{4}$	.	.	.	.	$90\frac{3}{4}$
$7\frac{1}{2}$	91	.	.	.	.	91
$7\frac{3}{4}$	$91\frac{1}{4}$	.	.	.	.	$91\frac{3}{4}$

Mon Frere a marqué la hauteur de la liqueur dans chacun de ses thermometres à chaque doigt de l'éclipse, comme il suit.

Doigts éclipsés.	Thermometre à l'abri.	Thermometre au Soleil
1	$90\frac{1}{2}$	$83\frac{3}{4}$
2	91	$84\frac{1}{4}$
3	91	$84\frac{1}{2}$
4	91	85
5	91	$85\frac{1}{2}$
6	$91\frac{1}{8}$	$85\frac{3}{4}$
7	$91\frac{1}{8}$	86
8	91	$86\frac{1}{2}$
9	91	87
10	91	$87\frac{1}{2}$
11	91	$88\frac{1}{2}$
12	91	89

Quand le Soleil a été un peu plus de la moitié éclipsé, on a senti à l'observatoire un petit vent froid; le thermometre mis à l'abri n'a cependant pas sensiblement baissé: mais je crois que cela vient de la foule du monde qui étoit venu pour voir cette éclipse dans l'endroit où j'observois, & où j'avois mis le thermometre à l'abri de la fenêtre ouverte, par où venoit le vent.

Peu après le recouvrement de lumière, le Soleil est entré dans une vapeur épaisse, ce qui l'a caché le reste de la journée.



## OBSERVATIONS

*Sur les vessies qui viennent aux ormes, & sur une sorte d'excroissance à peu près pareille qui nous est apportée de la Chine.*

Par M. GEOFFROY le Cadet.

L'EXPERIENCE nous apprend combien les piquûres des insectes sont capables de causer de dérangemens dans les parties des animaux ou des plantes qui en sont atteintes.

C'est sur-tout dans les années seches que les plantes & les arbres sont le plus endommagés par ces piquûres, parce que les insectes éclosent alors en plus grande quantité : aussi l'année 1723 a-t-elle été très-séconde en toutes sortes d'excroissances, par le grand nombre de différens insectes qui ont attaqué tous les genres de plantes.

Parmi ces excroissances, je me suis attaché à observer celles qui naissent sur les feuilles des ormes, qu'on appelle ordinairement *vessies d'ormes*.

La conformité qui m'a paru se trouver entre ces vessies & une sorte de drogue propre aux teintures, qui nous a été apportée depuis peu de la Chine avec un grand nombre d'autres, m'a donné occasion de les examiner plus particulièrement.

Au mois de Juin de la présente année, j'ai été frappé de la quantité extraordinaire de ces vessies, dont les ormes étoient chargés en certains endroits comme des pommiers le seroient de leurs fruits en pleine année.

J'ai remarqué sur chaque jet de nouvelle pousse jusques à quatre & six de ces vessies de différente grosseur, les unes vertes, les autres panachées de rouge & de jaune, ou d'un verd plus pâle. Ces vessies membraneuses prennent naissance de l'endroit de la feuille où elle a été piquée par l'insecte. Selon les observations de Malpighi, ce n'est d'abord qu'un  
petit



petit enfoncement qui se fait en dessous de la feuille, & qui s'accroît toujours de plus en plus, jusqu'à devenir quelquefois de la grosseur du poing. Cette excroissance ne détruit pas entierement la feuille, mais elle en dérange considérablement la configuration. Le petit enfoncement qui en a été la première origine se conserve à la base de la vessie, mais il se rétrécit quelquefois si fort, qu'il ne laisse point d'ouverture sensible.

A mesure que la vessie grossit, elle prend sa pente comme une figure qui se mûrit, & elle se gerce à peu-près de même en différens endroits. La superficie en est inégale, irrégulière & hérissée d'un duvet très-serré; & par ses différentes ouvertures, ainsi que par l'orifice inférieur, il en tombe une poussière assez blanche, fort fine, avec des gouttes d'une eau mucilagineuse. Ces gouttes se séparent en tombant, sans mouiller le papier sur lequel on les reçoit, à cause de la poussière dont elles sont mêlées.

On ne remarque dans cette eau qu'une odeur de sève très-légère, & une couleur rousâtre qu'elle prend en s'épaississant.

Par les essais ordinaires que j'ai faits sur cette eau, il n'arrive aucune altération; elle laisse seulement à la bouche un goût douçâtre avec quelque âpreté saline. En se desséchant, elle devient d'une couleur ambrée, & se durcit comme de la gomme de cerisier. Les Auteurs donnent à l'eau des vessies d'ormes une vertu balsamique & vulnéraire dont on loue les bons effets pour la réunion des plaies récentes, & sur-tout de celles des yeux. Comme cette eau est glutineuse, elle peut être très-propre à procurer la réunion des plaies qui souvent se guérissent toutes seules.

Si l'on ouvre une vessie d'orme, on y trouve avec cette eau beaucoup de cette poussière dont j'ai parlé. On y voit aussi, comme dans un duvet, remuer plusieurs petits insectes non-ailés oblongs, d'une couleur tannée. Ils ont six pattes avec deux cornes sur la tête, & sont chargés sur le dos comme de petits flocons de duvet blanc. Cet insecte prend, en se dépouillant, la forme d'un moucheron qu'on appelle *puceron*.

*d'orme*. Sa dépouille reste toute entiere comme un foudreau ouvert en deux dans sa longueur. On voit voler ces pucerons autour de la vessie. Ils ont quatre ailes transparentes, deux courtes & deux longues; celles-ci sont assez larges, & ont au bord extérieur un filet noir qui s'étend depuis leur naissance jusqu'environ les deux tiers de leur longueur, & se termine en forme de palette.

J'ai enfermé de ces moucherons sous une cloche de verre, & au bout de quelques jours ils ont déposé d'autres petits insectes rousâtres, qu'on apperçoit remuer peu-après leur naissance, & qui, autant qu'on en peut juger, sont de la même forme que l'insecte d'où la mere est sortie. Ainsi ces sortes de moucherons sont du nombre des vivipares. Je n'ai pû suivre ce que ces petits insectes auroient pû devenir, parce qu'ils périssent assez vite, apparemment faute de nourriture convenable. Une mouche en produit plusieurs; j'en ai vû sortir jusqu'à dix de la même, & il y en a qui en produisent un plus grand nombre.

Après la sortie de cette espece d'essain, les vessies se flétrissent & se dessèchent. Alors en les ouvrant, on y trouve, sur-tout dans celles qui se sont le mieux conservées, comme un monceau des dépouilles d'où sont sortis les moucherons que j'ai décrits, & la liqueur mucilagineuse se trouve réduite en une petite masse comme de la colle sèche.

On trouve encore dans ces mêmes vessies deux ou trois vers ou chenilles vertes, rondes, un peu applaties, d'environ quatre lignes de longueur sur une & demie de large, dont la tête diminue en forme de trompe. J'avois déjà observé ces vers parmi les petits des mouches que j'avois mis à part, & je les ai retrouvés ensuite dans toutes les vessies. Cet insecte rassemble le reste du duvet interne de la vessie, qui posé sur le monceau des dépouilles des mouches, lui forme une espece de nid sur lequel il est couché. Je présume qu'il sort de ce vers un insecte, lequel au printemps va chercher de nouvelles feuilles pour y déposer ses œufs, ou bien que c'est celui qui par sa piquûre produit les vessies *d'ormes*.

Il nous reste encore à rendre compte d'un autre petit animal qui se trouve dans les mêmes vessies. Cet insecte est à peu-près d'une figure triangulaire, ayant la tête très-petite, & le derriere fort large. Sa tête est garnie comme celle des moucheron, de deux cornes & d'une trompe aiguë, recourbée en dessous. Il se soutient sur six pattes, & marche avec assez de peine, parce qu'il a le derriere plus pesant que le reste; c'est ce qui l'oblige, en marchant, à porter en arriere ses deux dernieres pattes. Il est noir & ridé, & porte sur son dos un petit peloton de duvet, dont il se délivre, aussi-bien que les mouches, en se promenant autour des poils dont la vessie est hérissée extérieurement. Je n'ai point vu cet insecte se dépouiller comme les pucerons : mais ayant trouvé de petites dépouilles un peu différentes des autres, je soupçonne que ce sont les siennes. On n'y découvre aucune apparence d'ailes, peut-être se développent-elles dans la suite, lorsqu'il prend une autre forme, supposé qu'il se dépouille, comme il y a apparence. En écrasant ces insectes, je n'y ai jamais remarqué ni œufs ni petits comme j'en ai trouvé dans le corps de tous les moucheron en les ouvrant, d'où l'on peut conjecturer que ce pourroient être les mâles dont les moucheron sont les femelles; car les uns & les autres prennent également naissance dans le sein de la vessie.

Il s'agit présentement de comparer ce que je viens de rapporter des vessies d'ormes avec une drogue inconnue qui nous est venue de la Chine, comme je l'ai déjà dit.

Elle paroît à la vûe être une excroissance née sur les jeunes branches de quelque arbre. C'est une vessie sèche & cassante qui s'est extrêmement durcie, & qui se ramollit dans l'eau. La branche qui les porte, tient encore à la plupart : mais les feuilles ne s'y trouvent point, on y voit toujours la marque du pédicule par où elles étoient attachées; leur forme est irréguliere & inégale comme celle des vessies d'ormes, excepté qu'elles sont plus allongées & sans rides. Elles sont couvertes au-dehors d'un duvet ras qui les rend douces au toucher. Elles sont aussi rapissées par dedans d'une poussiere blanche ou grise



que l'on y trouve toute semblable à celle qui se trouve dans les vessies d'ormes.

Parmi cette poussiere, on remarque de petits insectes desséchés, dont on distingue la forme au microscope. Ils paroissent semblables à ceux qui se trouvent dans les vessies d'ormes avant que d'être convertis en mouchérons, autant qu'on le peut observer sur des insectes qui sont morts depuis long-tems. On ne remarque à ces vessies aucuns vestiges d'ouverture par où les insectes ayent pû s'échapper, parce qu'apparemment elles ont été cueillies avant leur entiere maturité. On les peut comparer en cet état à nos noix de galles qui ne sont point percées, & qui renferment l'insecte dans leur centre. Je puis donc conjecturer que les petits insectes sont périssés dans ces vessies avant que d'avoir achevé leur métamorphose; ce qui fait qu'on n'y observe point de dépouilles.

Cette vessie doit être plus molle étant sur l'arbre, & plus capable de donner des issues aux animaux qui doivent en sortir. Etant seches, elles n'ont qu'une demi-ligne d'épaisseur, la substance est transparente & cassante comme de la gomme seche & luisante aux endroits où on la casse. Nos vessies d'ormes deviennent aussi assez dures en se desséchant: mais elles se rident beaucoup plus, & restent membraneuses sans prendre de forme résineuse comme les vessies Chinoises.

Les premieres de ces vessies Chinoises que j'ai vûes étoient au cabinet du jardin du Roi avec ce nom Chinois *Oupeytze*. Celles que j'ai eues par le dernier envoi, ont été apportées de la Chine sous le nom d'*Oreilles des Indes*, & les marchands corrompant ce nom, les ont appellées *Oreilles de Judas*, nom qui leur étoit déjà familier, parce qu'on le donne à une espece de *Fungus* qui naît sur le sureau.

Cette vessie est recommandée pour les teintures, & on l'emploie communément à la Chine à cet usage. Elle est très-acerbe au goût, & d'une astringence si forte, qu'elle est en cela préférable à toutes les autres especes de galles qui servent aux Teinturiers, aussi produit-elle les effets de la noix de galle d'une maniere plus prompte & plus vive.



J'en ai mis dans de l'eau, elle s'y est renflée comme la noix de galle, & lui a donné une teinture rousse très-forte. L'esprit de vin en tire aussi une teinture qui la décolore & la rend blanche : mais elle communique également à ces deux liqueurs son goût acerbe.

On peut regarder cette drogue comme un des puissants astringents qui soient dans le regne végétal, & par rapport à cette qualité, elle pourroit avoir quelque usage dans la médecine, dont nous ne sommes point encore informés. Tout ce que nous en sçavons, c'est qu'elle est au nombre des drogues que les Chinois emploient dans les teintures.

Par toutes ces observations, il est évident que ces nouvelles oreilles de Judas, ou oreilles des Indes sont une espèce d'excroissance qui naît de la piquûre d'un insecte, & qu'elles ont assez de rapport avec nos vessies d'ormes pour pouvoir conjecturer que c'est une production à peu-près semblable.

S'il étoit plus aisé d'avoir des Mémoires d'un pays si éloigné, ce seroit le plus sûr moyen d'éclaircir les doutes, & de confirmer ou de rectifier les conjectures qui naissent au sujet des morceaux d'histoire naturelle qui nous en viennent.

Je ne dois pas omettre que Jean Bauhin (Liv. VIII. ch. 3.) rapporte à l'espèce de nos vessies d'ormes une excroissance étrangère bien différente de notre Chinoise, & dont Clusius a fait mention dans ses fruits exotiques (Liv. II. ch. 30. N<sup>o</sup>. 7.) Bauhin en avoit trouvé parmi des drogues venant des Indes orientales. Celle-ci est à peu-près de la forme & de la grosseur d'une châtaigne, & en a même la couleur. Elle a une double écorce, entre lesquelles il se trouve une espèce de liqueur mielée, épaisse, luisante & noirâtre qui se trouve aussi dans la capacité de cette vessie. Elle paroît avoir été attachée à la branche par un pédicule. Je ne connois point cette sorte d'excroissance : mais l'observation de Bauhin m'autorise assez à comparer la vessie Chinoise avec celle qui naît sur nos ormes, avec laquelle elle me semble avoir encore plus de rapport.

La grande quantité d'excroissances qui a paru cette année, a donné lieu à M. de Jussieu de présenter à l'Académie la

plûpart de celles qui ont été observées par Malpighi, & qu'on ne trouve pas toujours à la main. Telles sont principalement celles qui naissent sur l'*Hieracium fruticosum majus hirsutum*, &c. C. B. trouvé à Meudon, celles qui viennent à la naissance des feuilles du peuplier noir, & sur les feuilles mêmes.

J'ai aussi observé une excroissance particuliere sur les feuilles de l'églantier ou rosier sauvage, nommé *Rosa sylvestris canina*, flore albo. Elle étoit de la grosseur d'un gros pois, parfaitement ronde & d'un beau verd, & n'avoit qu'une légère adhérence à la feuille. L'intérieur contenoit un parenchyme à peu-près semblable à la noix de galle.

## O B S E R V A T I O N

Du Diametre du Soleil en apogée, faite en 1724

Par M. le Chevalier DE LOUVILLE.

29. Juillet  
1724.

J'AI observé tous les jours à midi, depuis le 27 Juin jusqu'au 6 Juillet, le diametre du soleil, de deux manieres différentes; sçavoir, par le tems qu'employoit le Soleil à passer par une ligne verticale au foyer d'une lunette, & par la distance de deux fils d'un Micrometre qui comprenoient exactement le diametre vertical du Soleil. Je me suis servi, quand je l'ai pû, d'une lunette de 23 pieds de foyer, dont le tuyau est de la longueur du foyer de l'objectif: mais quand le vent m'a empêché de me servir de cette lunette, j'ai employé une lunette de 7 pieds, armée d'un micrometre, que je posois sur la traverse d'une fenêtre de ma chambre, ayant attention que le fil vertical fût exactement dans le plan du méridien. J'ai observé huit fois, pendant les jours que je viens de dire, que le diametre horisontal du Soleil étoit exactement 2 minutes 16 secondes 48 tierces de tems à passer par le méridien. Je me suis servi, pour faire cette observation, d'une montre à secondes, dont je m'étois déjà servi pour

observer le diamètre du Soleil en périégée ; cette montre fait 5 battemens par seconde, desorte que le diamètre du Soleil a été à passer 2 minutes 16 secondes & 4 battemens, sans qu'il se soit trouvé aucune différence dans toutes les observations, ce que j'ai répété un grand nombre de fois, de crainte que la montre n'eût avancé ou retardé pendant l'observation.

J'ai outre cela mesuré avec le micrometre placé au foyer de la lunette de 7 pieds, la grandeur du diamètre vertical du Soleil. Je n'ai trouvé aucun changement sensible à ce diamètre depuis le 27 Juin jusqu'au 10 de Juillet, & ayant laissé les fils du micrometre dans cette situation, j'ai mesuré le 10 Juillet une base de 95 toises dans une allée de mon jardin fort unie, le long d'un mur fort droit. J'ai mesuré par deux fois cette base avec deux toises mises bout à bout, & je n'ai trouvé qu'environ trois lignes de différence dans les deux opérations. J'ai attaché deux cartes à jouer sur une muraille perpendiculaire à la base, le long d'une ligne verticale ou à plomb que j'y ai tracée, ensorte que les deux extrémités supérieures de ces deux cartes se trouvassent rasées par les fils du Micrometre qui avoient compris dans les observations le diamètre vertical du Soleil. J'ai mesuré cette distance, & je l'ai trouvée de 5 pieds 2 pouces 9 lignes, exactement, à la distance de 95 toises. J'ai eu attention, sur-tout dans les observations, de prendre la grandeur du diamètre du Soleil, lorsqu'il touchoit les deux fils horisontaux du Micrometre dans l'intersection d'un autre fil vertical qui est au même Micrometre qui coupe les deux autres fils à angles droits, de crainte que ces fils ne fussent pas par-tout parfaitement paralleles, & c'est dans ce même endroit que j'ai pris la distance des cartes dont je viens de parler. Il n'est plus question que de faire le calcul de la grandeur de cet angle, & de celui qui résulte du remis du passage du Soleil par le méridien, pour voir si cela s'accorde.

*Calcul du diametre du Soleil par le tems.*

Vrai lieu du Soleil le 5 Juillet à midi, par mes tables, étoit  
au  $13^d 27' 40''$  ☉.

Le 6, au  $14^d 24' 53''$  ☉.

Différence en 24 heures,  $57' 13''$ .

Pour avoir l'ascension droite du Soleil pour ces deux instans, on fera

*pour le 5 Juillet à midi.*

Comme le sinus total

au sinus complément de l'obliquité de l'écliptique,  
qui est de  $23^d 28' 24''$  . . . . . 9.96248.56187.

Ainsi la tangente de la distance  
du ☉ à ☌ qui est de  $76^d 32' 20''$  . . . . . 10.62094.65810.

10.58343.21997.

à la tangente de l'argument de l'ascension droite de  $75^d 22' 28''$ .

*Pour le 6 Juillet.*

Comme le sinus total

au sinus complément de  $23^d 28' 24''$  . . . . . 9.96248.56187.

Ainsi la tangente de la distance à ☌  
qui est de  $75^d 35' 7''$  . . . . . 10.59001.57310.

10.55250.13497.

à la tangente de l'argument  $74^d 20' 46''$ .

La différence de ces deux argumens, qui est aussi la différence d'ascension droite en 24 heures, est de  $1^d 1' 42''$ , ou de  $3702''$ . On dira donc

Si en  $24^h$ , ou en  $86400''$  de tems, ou en  $5184000''$   
le Soleil a fait  $3702''$ , ou  $222120'''$ .

En  $2' 16'' 36''$ , ou en  $8196'''$  de tems que fera-t-il?

Rép. Il fera  $351'''$ , ou  $5'' 51'''$  de degré. Il faut dire ensuite

Si



Si en  $23^h 56' 3'' 27'''$  de tems il passe  $360^d$ , ou  $77760000''$ .

En  $2' 16'' 48'''$ , ou en  $8208'''$  que passe-t-il?

Rép.  $123458'''$ , qui valent  $34' 17'' 38'''$ .

dont il faut ôter . . . . .  $5'' 51'''$ , chemin du Soleil en ascension droite pendant l'observation, & il restera  $34' 11'' 47'''$ , ou  $123107'''$  pour l'arc qu'occupoit le diametre du soleil dans son parallele.

Il faut à présent réduire cet arc en minutes & secondes de grand cercle, en faisant

Comme le sinus total  
au sinus complément de la déclinaison du Soleil  
de  $22^d 41' 32''$  . . . . .  $92259.04675$ .

Ainsi l'arc trouvé  $123107'''$   
a un quatrieme terme  $113577'''$  qui valent  $31' 32'' 57'''$ .

*Calcul du diametre vertical par l'observation  
du Micrometre.*

L'on a trouvé la distance des deux fils horisontaux du micrometre, qui comprenoient, le 6 Juillet, le diametre vertical du Soleil à midi à une distance de 95 toises, de 5 pieds 2 pouces 9 lignes, ou de 753 lignes.

Pour connoître la valeur de cet angle, on fera

Comme 95 toises, ou 82080 lignes.

à 753 lignes,

ainsi le sinus total

a un quatrieme terme . . .  $917.39761$ .

Sinus de  $31' 32'' 17'''$  pour le diametre vertical du Soleil.

Mais selon la table des réfractions de M. Cassini, qui est dans la connoissance des tems, à la hauteur de 65 degrés, la différence pour un degré ou pour 60 minutes, est d'une seconde ou de  $60'''$ . Donc la partie proportionnelle pour  $32'$  fera de  $32'''$  qu'il faut ajouter au diametre vertical, qui est  $31' 32'' 17'''$ , pour avoir le diametre horisontal, qui sera par conséquent de  $31' 32'' 49'''$ .

Mém. 1724.

Tt

*Calcul du diametre du Soleil en apogée ,  
par mes tables.*

Dans l'observation que j'ai donnée à l'Académie, du diametre du Soleil observé dans son périégée, nous avons trouvé ce diametre de  $32' 37'' 7'''$ . pour avoir le diametre en apogée, en supposant l'excentricité ou la distance des foyers du grand orbe, telle que je l'ai trouvée dans la construction de mes tables par une voie fort différente de celle-ci; on a trouvé la distance de la terre au Soleil en apogée, de 10166915, & la distance de la terre au Soleil en périégée de 9833085.

S l'on fait donc

Comme la distance de la terre au Soleil en apogée,  
qui est 10166915,  
à la distance de la terre au Soleil en périégée,  
qui est 9833085:

Ainsi le Sinus du demi-diametre du Soleil en périégée,  
 $16' 18'' 33''' \frac{1}{2}$ , qui est 47441668.  
au sinus du demi-diametre en apogée,  
qui sera de 45883413,  
d'un arc de  $15' 46'' 25'''$ ,  
dont le double est  $31' 32'' 50'''$ .

Mais nous venons de trouver ce même diametre par le tems, de  $31' 32'' 57'''$ . La différence n'est que de  $7'''$  de degré, & par la mesure de l'angle, on l'a trouvé de  $31' 32'' 49'''$ . La différence n'est que d'une seule tierce de degré.

Il est bon d'avertir ici ceux qui voudront vérifier cette observation, en se servant d'une lunette de 7 pieds ou environ, d'un inconvénient qui pourroit arriver, qui est qu'en ne mesurant qu'une base d'environ 100 toises, s'ils placent les fils de leur micrometre précisément au foyer absolu de l'objectif, qui est le point où l'image des objets célestes ou infiniment éloignés se peint dans le tuyau, ils perdront de vûe l'image d'un objet qui ne sera éloigné de l'objectif de la lunette que d'environ 100 toises, lorsque le tuyau qui porte

l'oculaire sera assez enfoncé pour voir distinctement les fils du micrometre; & au contraire si ce même oculaire n'est enfoncé dans le tuyau que de la quantité nécessaire pour voir distinctement l'image de l'objet qui n'est qu'à 100 toises, les fils disparoîtront, à cause que l'image d'un objet proche se peint plus loin de l'objectif que l'image du Soleil, & cette différence va à 12 lignes, à 95 toises de distance dans une lunette dont le foyer absolu est de 1000 lignes, comme est celle dont je me suis servi, desorte que pour éviter cet inconvénient entierement, il faudroit que l'objet fût éloigné de l'objectif de la lunette d'environ 300 toises, ce qui est une distance très-longue à mesurer, outre qu'on ne trouve pas aisément un terrain de cette longueur assez uni pour mesurer exactement cette base; c'est pourquoi au lieu de mettre les fils de mon micrometre au foyer absolu, ou à 1000 lignes de distance de l'objectif, je les ai mis à 1006 lignes, en sorte que je les ai placés à égale distance du foyer absolu, & du foyer de l'objet que je voulois observer; & par ce moyen je voyois en même tems l'image du Soleil assez bien terminée, & les fils, en enfonçant un peu le tuyau qui portoit l'oculaire; & en le reculant un peu, je voyois encore assez distinctement les fils, & l'image des cartes que j'avois placées sur le mur opposé.

Il reste encore un inconvénient à surmonter, qui est celui de la parallaxe, à cause que l'image & les fils ne sont pas dans le même plan, & qu'en changeant un peu l'œil de place, cela peut faire paroître hauffer ou baisser les fils: mais il est aisé d'éviter cet inconvénient, en fermant entierement le bout du tuyau qui porte l'oculaire du côté de l'œil, d'une plaque de cuivre ou de fer blanc un peu convexe vers l'œil, & n'y laissant qu'une ouverture à passer la pointe d'une aiguille; car pourvu que cette ouverture soit placée où il faut, cela ne causera aucune diminution ni dans la clarté, ni dans la grandeur du champ de la lunette, & alors il n'y aura point de parallaxe à craindre, puisque l'œil ne pourra plus changer de situation sans perdre entierement l'objet de vûe.



OBSERVATION NOUVELLE  
ET SINGULIERE*Sur la dissolution successive de plusieurs sels dans l'eau commune.*

Par M. LEMERY.

35. Nov.  
1724.

**C**E n'est pas toujours des opérations les plus longues, les plus difficiles & les plus compliquées qu'on tire des observations singulieres & des éclaircissémens considérables sur une mécanique qu'on cherche à découvrir. Rien n'est à la fois plus simple & plus à la portée de tout le monde que de dissoudre différens sels dans l'eau commune, & d'examiner ce qui résiste de la dissolution de chacun de ces sels. Cependant cet examen nous a déjà valu plusieurs expériences curieuses, dont la théorie a encore le mérite de porter avec elle un caractère de certitude qui n'accompagne pas de même toutes les matieres de Physique.

La Compagnie me permettra de lui représenter succinctement quelques réflexions qui ont été faites sur plusieurs de ces expériences, pour lui procurer par-là une plus parfaite intelligence, & la mettre en quelque sorte dans le fil de ce qui sera dit dans la suite.

On sçait 1°. Que le premier effet de l'eau versée sur un sel, c'est de le réduire en une poussiere d'une finesse inexprimable. 2°. Que ce n'est qu'en conséquence de cette division portée infiniment loin, que chaque partie de sel qui auparavant, en vertu des lois de l'Hydrostatique, habitoit au-dessous de l'eau, parvient, quoique plus pesante, à pouvoir en être enlevée, à s'y soutenir, & à être imperceptible au milieu de ce liquide. Qu'ainsi quand les parties de sel éloignées les unes des autres trouvent par quelque cause que ce puisse être, le secret de se rapprocher, de se réunir, & de reformer de plus grosses



masses, ces masses, ne pouvant plus en cet état être soutenues comme auparavant par le liquide, il faut nécessairement qu'elles tombent au fond de l'eau, & reprennent, en s'y précipitant, la place qu'elles y occupoient avant leur division.

J'ai prouvé encore dans un Mémoire donné en 1716, que dans la dissolution des sels par l'eau commune, toutes les parties de ce liquide n'avoient pas toujours le même emploi; que les unes servoient à soutenir les parties du sel qui avoit été divisé & enlevé; que les autres ne servoient que de barrières pour empêcher les parties intégrantes de ce sel de se rapprocher; que tous les sels ne demandoient que la même quantité d'eau pour leur suspension, & que cette quantité étoit un poids d'eau à peu-près égal à celui du sel: mais que tous ces sels différens exigeoient plus ou moins de parties d'eau pour leur servir de barrières; que les sels, par exemple, dont les parties intégrantes pouvoient se rencontrer impunément dans un liquide sans se réunir, ou du moins sans le faire d'assez près pour n'être pas bien tôt séparées par le moindre choc; que ces sels, dis-je, tels que le sel de tartre, n'avoient, à proprement parler, besoin que des parties d'eau nécessaires pour les soutenir: mais que pour les autres sels dont les parties intégrantes faisoient le contraire de celles du sel de tartre, c'est-à-dire, s'unissoient beaucoup plus immédiatement, & par cela même formoient des masses bien plus solides & plus compactes, il leur falloit, outre la quantité de parties d'eau nécessaires pour leur suspension, un renfort d'autres parties d'eau qui continssent leurs parties dans un éloignement suffisant les unes des autres, en se plaçant entre chacune d'elles, & qui les empêchassent par-là de se rencontrer, sans quoi la chute de plusieurs de ces parties salines suivroit de fort près leur rencontre; que plus les parties d'un sel avoient de disposition à se réunir à la moindre approche, plus elles avoient besoin de barrières pour y mettre obstacle, & par conséquent plus cette espece de sel demandoit d'eau pour sa dissolution, que les parties d'eau qui dans la dissolution d'un premier sel n'avoient d'autre usage que celui d'intermede, conservoient

toûjours la propriété de diviser & d'enlever d'autres sels qui pouvoient subsister dans le liquide avec le premier, comme il sera dit; à quoi il est bon d'ajouter qu'il ne s'agit ici que des sels qui ne fermentent point les uns avec les autres; car quand ils le font, on sçait que de l'action réciproque de l'un sur l'autre, il en résulte un troisième sel, dont la production est ordinairement suivie de la précipitation de la partie terreuse ou métallique qui faisoit la base de l'un des deux sels; par exemple, un sel alkali versé sur une solution d'alun ou de sel de Saturne enleve les acides de l'un & de l'autre sel, devient par-là un nouveau sel concret, & excite en même tems la précipitation des parties terreuses de l'alun, & des parties métalliques du sel de Saturne.

Pour revenir aux sels incapables de fermenter ensemble, & présentés successivement à une même portion de liquide, on sçait depuis long-tems que quand l'eau a dissout jusqu'à un certain point, d'un premier sel, dont elle paroît en quelque sorte si bien rassasiée, qu'il ne lui est plus possible alors d'en dissoudre davantage, elle recommence, à la faveur des particules d'eau qui servoient d'intermede au premier sel, à agir sur un second dont elle enleve un certain nombre de parties qui demeurent suspendues avec celles du premier sel dans le même liquide, sans que les unes fassent précipiter les autres, ou qu'elles se précipitent ensemble.

La meilleure raison qu'on ait apportée jusqu'ici de ce phénomène, c'est que l'expérience ayant découvert que les parties intégrantes d'un même sel s'unissent bien ensemble, mais non pas à celles d'une autre espece de sel, ces deux sels différens peuvent habiter dans le même liquide, & s'y rencontrer à tout instant, sans courir le risque d'une jonction de parties qui les feroit tomber l'un & l'autre au fond de l'eau: mais cette raison, quoique vraie, est incomplète; car on verra dans la suite que quoique l'incapacité d'union des deux sels contenus dans le même liquide, soit une condition nécessaire pour les y faire subsister; malgré cette condition, l'un des deux pourroit encore tomber au fond de ce liquide sans une

circonstance curieuse qui sera expliquée dans la suite.

Dans le cas de deux sels concrets différens, fondus successivement dans la même portion d'eau, comme on vient de le rapporter, le second sel produit un effet singulier, dont personne, que je sçache, ne s'étoit apperçû, ou du moins n'avoit parlé avant moi; c'est qu'en se plaçant dans l'espace ou l'intervalle qui sépare les parties du premier sel, il augmente de tout son volume cet espace, & devenant lui-même une espece d'intermede nouveau pour les parties de ce premier sel, éloignées alors les unes des autres fort au-delà de ce qu'il le faut pour ne se point rencontrer, il donne lieu par-là à de nouvelles parties de ce premier sel de s'insinuer, & de s'établir dans la liqueur; ce qu'elles ne pouvoient faire avant la dissolution d'un second sel, & ce qu'un grand nombre d'expériences prouve évidemment qu'elles font toujours après cette dissolution.

Il paroît par ce qui a été dit, il semble même qu'on soit en droit d'en conclurre affirmativement, que toutes les fois qu'on présentera successivement à une même portion d'eau deux sels différens qui n'auront aucune action de fermentation l'un sur l'autre, & dont les parties intégrantes pourront s'approcher sans s'unir, quand la portion d'eau aura enlevé tout ce qu'elle pourra dissoudre pour lors du premier sel, non-seulement elle se chargera aisément du second qui se placera & se maintiendra dans la liqueur sans en recevoir le moindre empêchement de la part du premier sel, ni sans apporter aucun obstacle à sa suspension; mais encore que cette portion d'eau pourra toujours, à l'aide du second sel qu'elle aura dissout, recommencer à agir sur de nouvelles parties du premier.

Cette conséquence générale, suggérée par le raisonnement du monde le plus simple & le plus mécanique, & fondée sur une suite d'expériences certaines qui s'expliquent toutes favorablement pour elle, & qui ne se démentent point, paroîtroit ne devoir souffrir aucune exception, & il sembleroit qu'en faisant de nouvelles expériences sur des sels non éprouvés, mais qui se trouvent évidemment dans le cas de ceux qui l'ont



été, non-seulement il en devoit toujours résulter le même effet; mais encore qu'on pourroit, sans se compromettre, prévoir cet effet, & le prédire avec assurance.

J'avoue naturellement que je le croyois de même, & quoique cet aveu ne soit pas à mon honneur, je le croyois avec une confiance qui ne me permettoit pas d'imaginer qu'on pût jamais produire dans la suite aucune expérience qui y portât la moindre atteinte; on se prête & on se livre même d'autant plus volontiers à ces sortes de conséquences générales, que l'espece de conviction qu'un certain nombre de faits particuliers excite ordinairement en leur faveur, se trouve encore soutenue par l'amour-propre, qui y trouve effectivement son compte; car en jugeant de beaucoup de choses qu'on n'a point vues, par le petit nombre de celles qu'on a vues réellement, on croit multiplier infiniment ses connoissances, & on ne multiplie véritablement que ses erreurs.

Ce qui me fit appercevoir la mienne sur le sujet dont il s'agit, ce fut une épreuve expérimentale dans laquelle il m'arriva ce qui n'arrive que trop souvent à nous autres faiseurs d'expériences, c'est-à-dire, de ne pas trouver ce que je cherchois, & de trouver non-seulement ce que je ne cherchois pas, mais encore ce que je n'avois jamais soupçonné, & ce qui étoit formellement contraire à ce que je pensois.

On sçait que le sel de tartre ne fermente point avec le salpêtre, & qu'en le mêlant avec ce sel sur lequel il n'a point d'action, il n'en reçoit, ni ne lui apporte aucune altération particulière, ce qui est tout le contraire de ce qui arrive par le mélange de ce même sel avec celui de plomb, ou avec l'alun, comme il a déjà été dit. De plus, on sçait par expérience, que les parties intégrantes du salpêtre & du sel de tartre ne sont ni plus propres à s'unir, ni ne s'unissent effectivement mieux ensemble que le sont celles du salpêtre & du sel commun, ou celles de l'alun & du sel gemme, par conséquent j'avois tout lieu de croire qu'en présentant du sel de tartre à une portion d'eau chargée autant qu'elle pouvoit l'être de salpêtre, il arriveroit alors au sel de tartre ce qui seroit



seroit sûrement arrivé en pareil cas au salpêtre présenté à une solution de sel commun, ou à l'alun présenté à une solution de sel gemme.

Ce n'a donc pas été pour vérifier ce fait, dont j'étois parfaitement convaincu, que j'ai fait l'expérience dont il s'agit ; j'avois pour but dans cette expérience, la vérification d'un autre fait qui supposoit nécessairement la vérité de celui dont je ne doutois pas ; comme la même quantité d'eau dissout beaucoup plus de sel de tartre que de tout autre sel, je voulois voir ce que cette quantité d'eau, soulée en premier lieu de salpêtre, pourroit ensuite admettre de sel de tartre, & si en faisant fondre dans cette solution une portion de sel de tartre double ou triple de la portion de sel ammoniac ou de sel commun, dont une pareille solution de salpêtre a coutume de se charger, le mélange de salpêtre & de sel de tartre donneroit ensuite entrée dans la liqueur à une quantité plus ou moins grande de nouveau salpêtre que le mélange de salpêtre & de sel commun ou de sel ammoniac ne fait ordinairement.

Mais où je commençai à être bien surpris, ce fut quand ayant versé une demi-once de sel de tartre dans deux onces d'eau qui avoient dissout auparavant tout ce qu'elles pouvoient de salpêtre, j'aperçus au bout de deux jours qu'il y avoit encore au fond de la liqueur une portion de sel beaucoup moins grande, à la vérité, que celle que j'y avois mise, mais que je regardois comme un reste du même sel non dissout ; & comme le sel de tartre se fond naturellement très-vîte, & que, suivant mon calcul, deux onces d'eau chargées d'une demi-once de salpêtre, étoient capables de dissoudre une plus grande quantité de sel de tartre que celle que j'avois jetée dans ces deux onces d'eau, la première idée qui me vint, fut que je m'étois trompé sur le sel de tartre, & que j'en avois mis quelqu'autre pour lui. Je passai donc la liqueur au travers d'un papier gris, pour examiner le sel qui devoit rester dessus, & je vis certainement que c'étoit de véritable salpêtre ; & en goûtant la liqueur qui avoit passé au travers du filtre, je n'eus

plus lieu de douter que je ne me fusse servi de sel de tartre ; & en effet , si au lieu de sel de tartre , j'eusse présenté de nouveau salpêtre à la liqueur , comme elle étoit déjà soulée , elle l'auroit laissé en son entier , sans en rien dissoudre. Cet événement , d'autant plus surprenant qu'il étoit inattendu , me consola sur le champ , par sa singularité , de l'erreur où la comparaison d'autres expériences m'avoit fait tomber ; & cette découverte nouvelle méritant bien d'être suivie , je versai encore une demi-once de sel de tartre dans la liqueur dont j'avois déjà retiré une portion de salpêtre , & dont j'en retirai encore à peu-près autant par la même manœuvre. Enfin par plusieurs doses de sel de tartre présentées successivement à cette même liqueur , je trouvai le secret de faire précipiter tout le salpêtre que j'avois employé , & qui avoit cédé sa place dans l'eau au sel de tartre.

J'examinai ce salpêtre par plusieurs épreuves & je vis qu'il étoit tel qu'avant sa dissolution & sa précipitation. Je fis ensuite évaporer la liqueur qui contenoit le sel de tartre , que je retirai aussi tel qu'il étoit auparavant , en sorte qu'en redissolvant de nouveau dans l'eau le même salpêtre qui avoit été précipité dans la dernière expérience , & présentant aussi de nouveau à cette dissolution le même sel de tartre qui avoit déjà opéré la précipitation de ce salpêtre , une seconde précipitation de ce salpêtre arriva comme la première fois.

J'ai réitéré la même expérience sur d'autres sels avec lesquels celui de tartre ne fermente pas plus qu'avec le salpêtre , & qu'il a tous aussi précipités de la même manière.

Ces sels sont , le sel commun , de tamarisque , le sel de Glauber , l'*arcanum duplicatum* , le sel polychreste , le tartre vitriolé , & plusieurs autres : mais il est à remarquer que la masse de chacun de ces sels précipités qui demeure sur le filtre , est quelquefois si fort abreuvée & humectée par la liqueur chargée de sel de tartre qui a passé par dessus , & qui en imbibe aussi le filtre , que quand on met alors un peu de cette masse sur la langue , le goût de sel de tartre qui se mêle avec celui du sel précipité pourroit en imposer , & le faire un peu mécon-

noître : mais pour être bientôt en état de le distinguer, il n'y a qu'à faire fondre dans un peu d'eau la masse saline restée sur le filtre, & faire ensuite évaporer la liqueur jusqu'à pellicule, le sel précipité se crySTALLISE & se sépare ainsi du sel de tartre qui demeure dans l'eau : au reste tous les sels précipités avec le sel de tartre n'ont pas besoin de cette rectification pour être pleinement reconnus, le salpêtre entr'autres se manifeste assez alors par ses longues aiguilles, par l'espece de petite détonation qu'il cause sur le charbon ardent, & par son goût particulier.

Pour peu de réflexion qu'on fasse sur les circonstances de l'expérience qui vient d'être rapportée, on la trouve d'autant plus singulière, que par aucune de ces circonstances elle ne ressemble à quoi que ce soit, & qu'elle est même contraire à tout ce qui a été observé jusqu'ici sur différents sels concrets fondus successivement dans une même portion d'eau : & en effet, suivant les observations connues ; il n'y avoit de précipitation que quand les sels fermentoient ensemble ; dans notre expérience nouvelle, il n'y a point de fermentation, & cependant il y a un précipité. Le précipité des observations connues n'avoit jamais été qu'une espece de matiere terreuse ou métallique, incapable d'être redissoute en cet état dans une nouvelle portion d'eau ; le précipité de l'expérience nouvelle que je propose est un véritable sel, qui pour avoir été chassé du liquide où il avoit été dissout, n'en a pas perdu pour cela la propriété de pouvoir être fondu de nouveau dans une autre portion d'eau, & d'en être encore précipité par le sel même qui en a déjà produit la précipitation, ou par un autre semblable.

Jusqu'ici on avoit toujours vu que quand deux sels concrets, dont l'un des deux étoit un sel alkali, faisoient ensemble un précipité, le sel alkali, en se saisissant de l'acide de l'autre sel, prenoit une nouvelle forme, & que le précipité qui en résultoit, n'étoit, pour ainsi dire, que le débris de la décomposition de cet autre sel. Dans notre expérience, le sel alkali n'enleve rien à l'autre sel, il le laisse, & demeure lui-



même tel qu'il étoit auparavant. Enfin on avoit toujours observé que deux sels différens, incapables de mordre l'un sur l'autre, & de se porter mutuellement aucune altération sensible, pouvoient habiter ensemble dans un même liquide; on avoit même découvert depuis quelques années, comme il a déjà été dit, que l'un des deux sels contribuoit encore par sa présence à la dissolution d'une nouvelle quantité de l'autre sel; & cet effet, dont la mécanique étoit clairement connue, paroissoit être une suite si nécessaire du mélange des deux sortes de sels dont on vient de parler, qu'on ne pouvoit se figurer qu'en pareil cas la chose pût jamais arriver autrement. Voici néanmoins un effet tout contraire dans un cas pareil: il y a donc dans notre nouvelle expérience quelque circonstance particuliere & inconnue, ou du moins à laquelle on n'avoit point fait d'attention, & qui produit la différence singuliere & imprévüe dont il s'agit. C'est ce que nous allons tâcher de démêler.

Quand on considère la nature des sels qui par expérience peuvent être admis successivement, & demeurer ensemble dans un même liquide, on voit que ce sont tous des sels appelés communément *neutres* ou *moyens*, c'est-à-dire, composés d'une grande quantité d'acides engagés de maniere dans les pores de leur matrice, qu'aucuns de ces pores ne se trouvent vuides, & en état de recevoir de nouveaux acides, & de donner lieu par-là à aucune effervescence ni ébullition; ce qui est tout le contraire du sel de tartre criblé, pour ainsi dire, de toutes parts, & propre par-là à admettre toutes sortes d'acides, & à fermenter avec eux. Comme la différence d'effets que produit ce sel ne doit & ne peut être imputée qu'à ce qu'il a d'essentiellement différent, pour être plus à portée de découvrir comment il opere la chute des parties du sel moyen avec lequel il a été mêlé, arrêtons-nous un instant sur la nature particuliere de ce sel, qui de tous les sels lixiviels est le plus alkali, c'est à-dire, celui dont la matrice a un plus grand nombre de pores vuides; & comme nous allons faire un usage particulier de ces pores, tâchons de découvrir, s'il est possible;



une espece de mesure chymique qui nous apprenne qui sont les corps à qui l'entrée de ces pores est refusée en plein, & qui sont ceux qui y trouvant un passage libre & très-ouvert, les traversent sans aucune peine.

J'ai déjà remarqué ailleurs que tout sel alkali étoit un sel essentiel à demi-décomposé c'est-à-dire, de la partie terreuse duquel le feu avoit chassé un grand nombre d'acides, & où il n'en avoit laissé que ce qui étoit nécessaire pour conserver une forme saline à ce composé; car si tous les acides en eussent été enlevés il seroit devenu une simple terre, comme il arrive dans la distillation ordinaire de l'esprit de nitre, où ce qui reste dans la cornue après la distillation n'est qu'une terre indissoluble dans l'eau, & bien différente par-là & par sa forme du sel alkali produit par la calcination du salpêtre mêlé avec le charbon. Au reste ce qui prouve évidemment que le sel alkali n'est tel que par la perte de ses acides, c'est qu'en rendant à chacun de ses pores, des acides du caractère de ceux qu'ils ont perdus, en versant, par exemple, de l'esprit de nitre sur du nitre fixé par les charbons, on reproduit du salpêtre.

Mais il est à remarquer que si les acides entrent dans les pores des sels alkalis, ce n'est pas sans peine, & ce qui le prouve, c'est le bouillonnement qui survient alors à la liqueur, & qui n'est produit que par les efforts & les secousses réitérées des acides, & par la résistance qu'y apportent les sels alkalis; les acides ne s'insinuent donc dans les pores de ces sels, comme je l'ai expliqué ailleurs, qu'en soulevant les parois de ces pores, qui se rabattant ensuite sur les acides, les pressent & les resserrent si fort, que le feu le plus violent ne peut alors les en chasser sans le secours d'un intermede: d'où l'on voit qu'ils ont naturellement trop de volume pour être à l'aise dans les pores des sels alkalis, & pour y entrer & en ressortir avec une grande facilité.

Il n'en est pas de même des parties aqueuses que je suppose beaucoup plus fines & plus déliées que les acides. Ce qui sembleroit en quelque sorte autoriser à les supposer telles, c'est

que les acides étant certainement plus pèsants que les particules d'eau, on pourroit croire qu'ils ont aussi plus de grossueur: mais cette raison, qui n'est, à proprement parler, qu'une présomption, ne prouve rien; car les acides pourroient avoir moins de volume & plus de pèsanteur que les parties d'eau. L'autre raison, qui est véritablement une preuve de ma supposition, c'est que l'eau est le dissolvant des acides; une liqueur acide, comme l'esprit de nitre, l'esprit & l'huile de vitriol, n'est autre chose qu'un composé d'acides & de particules d'eau qui séparent ces acides les uns des autres, & qui les soutiennent contre leur propre poids en vertu des lois de la dissolution; car si ces acides contenus dans l'eau n'y étoient pas soumis à l'action dissolvante de ce liquide, ils se précipiteroient au fond de l'eau en vertu des lois de l'hydrostatique comme le font en pareil cas tous les corps qui sont plus pèsants que l'eau, & qu'il ne lui est pas possible de dissoudre.

Si donc les particules d'eau sont le dissolvant des acides, n'a-t-on pas tout lieu de penser que les parties du dissolvant sont plus fines & plus déliées que celles du corps dissout, ou voit-on le contraire dans aucune dissolution? Quand on veut dissoudre une matiere grasse & résineuse, on se sert d'un menstrue de même nature, mais beaucoup plus subtil & plus délié, tel que l'esprit de vin. Dira-t-on que les métaux & les corps terreux ont des parties plus subtiles que les esprits acides qui les dissolvent? tous les sels concrets qui se fondent dans l'eau passeront-ils jamais pour avoir des parties moins grossieres ou du même calibre que celles de l'eau, & le contraire ne seroit-il pas bien-tôt démontré? enfin quand je n'aurois en ma faveur aucune des preuves qui viennent d'être rapportées, pourvu qu'il n'y en eût point de contraires, & que ma supposition quadrât parfaitement avec mon expérience, je pourrois toujours avancer que les parties d'eau sont plus fines que les acides, & qu'étant telles, elle passeront librement au travers des pores du sel alkali sans y être arrêtées comme le sont les acides; & en effet, en examinant, 1°. la maniere dont la moindre humidité aqueuse s'insinue en peu de tems dans

toute une masse de sel alkali, & la dissout, qui peut empêcher de penser que cette humidité ne pénétre les pores de chaque molécule de sel, & que ce ne soit par rapport à cette circonstance que le sel alkali s'humecte & se dissout infiniment plus vite que les sels moyens, dont on sçait que les pores sont bouchés par des acides, & inaccessibles par-là aux parties aqueuses ? 2°. En considérant la facilité avec laquelle l'eau entre dans les pores du sel alkali, le peu de trouble qu'elle excite en y entrant, & la facilité avec laquelle on l'en dégage par la distillation, & comparant cet effet avec des acides qui s'engagent avec peine dans ce sel, & que le feu le plus fort n'en sçauroit ensuite dégager sans un intermede, on conçoit clairement qu'il faut que les particules d'eau soient plus fines que les acides, & que c'est par cette raison que ces particules sont à l'aise dans les pores du sel alkali, où les acides sont fort à l'étroit, & qu'elles y entrent & en sortent avec une très-grande facilité, ce que ne peuvent faire les acides. Enfin si les acides n'entrent qu'avec peine dans les pores du sel alkali; les sels moyens, j'entends ceux avec lesquels les sels alkalis ne fermentent point, & qui sont ceux dont il s'agit ici; les sels moyens, dis-je, n'y entreront point du tout, & en effet les sels moyens sont des acides engagés dans une matrice terreuse qui n'entrera jamais dans les pores d'une autre matrice terreuse à peu près de même nature qu'elle, & qui y entrera encore d'autant moins, que les acides qu'elle contient ont eux-mêmes bien de la peine à y entrer, étant seuls, & qu'ils n'ont pas diminué le volume de cette matiere terreuse depuis qu'ils y ont été reçus.

Supposant donc que l'eau passe avec la dernière facilité à travers des pores du sel de tartre, & que tout sel moyen doit s'arrêter à l'entrée de ces pores; quand on aura fait fondre dans de l'eau autant de salpêtre ou d'un autre sel moyen qu'elle en pourra contenir alors, & qu'on jettera ensuite au fond de cette liqueur une dose de sel de tartre proportionnée à sa quantité, l'eau ne manquera pas d'enfiler promptement les pores du sel de tartre, laissant à l'entrée de ces pores les



différentes parties de salpêtre qu'elle contenoit, & qui fau-  
 du vehicule & de l'intermede aqueux qui vient de les aban-  
 donner, & qui servoit à les éloigner les unes des autres, se  
 trouvent si bien rassemblées à l'embouchure de ces pores,  
 qu'elles forment à l'instant des masses dont la grosseur ne leur  
 permet point de prendre d'autre place que celle du fond du  
 vaisseau; pour le sel de tartre, comme il est naturellement  
 très-prompt & très-facile à dissoudre, l'eau qui a enfilé ses  
 pores opere d'autant plus vite sa dissolution, qu'elle vient de  
 déposer son premier sel, & qu'elle a, pour ainsi dire, rattrapé  
 par-là toute sa force.

Le sel de tartre est donc une espece de filtre qui donne  
 lieu aux parties d'eau de se dépouiller de leur premier sel, &  
 qui ne differe de tout autre filtre qu'en ce qu'étant dissoluble,  
 il reprend dans l'eau la place du sel qu'il en a fait exclure,  
 & qui par cela même n'y peut rentrer; car, par exemple,  
 si la liqueur ne contient plus que du sel de tartre, & qu'une  
 once d'eau, par exemple, en ait dissout une once & plus, sa  
 force est épuisée, & elle n'est plus en état de dissoudre d'aucun  
 autre sel. Si au contraire on n'a employé qu'une demi-once  
 de sel de tartre, qu'il n'y ait eu qu'environ un gros de salpe-  
 tre de précipité, & qu'il en reste encore un gros dans la li-  
 queur avec la demi-once de sel de tartre, le gros de salpêtre  
 précipité ne pourra rentrer, ni dans la portion du liquide  
 chargée du sel de tartre, par la raison qui vient d'être expli-  
 quée, ni dans la portion du liquide où habite le gros de sal-  
 pêtre, parce que cette portion contient alors tout ce qu'elle  
 peut contenir de ce sel, & que s'il y en venoit davantage il  
 n'y pourroit demeurer, par les raisons qui ont été suffisamment  
 déduites dans ce Mémoire.

L'expérience m'a fait voir que pour faire précipiter tout le  
 sel moyen contenu dans une mesure d'eau, il falloit employer  
 toute la quantité de sel de tartre que cette mesure d'eau eût  
 été capable de dissoudre, si elle eût été pure & sans mélange  
 de sel moyen. Il est vrai que si le sel de tartre étoit indisso-  
 luble, ou aussi difficile qu'il est facile à fondre, il n'en faudroit



pas à beaucoup près une aussi grande quantité pour la précipitation du sel moyen : mais quand, par exemple, on présente un gros de sel de tartre à une once d'eau chargée de deux gros de salpêtre, la portion de ce liquide la plus proche du sel de tartre qui par cela même y entre d'abord, & qui en y entrant dépose tout ce qu'elle contenoit de salpêtre, dissout immédiatement après tout ce qu'elle peut contenir de sel de tartre, & en enlève promptement avec elle le gros, de manière que si on ne présente pas encore successivement plusieurs gros de sel de tartre aux portions d'eau qui suivent la première, elles manqueroient chacune de filtre pour se défaire des parties de sel moyen qu'elles ont dissoutes : or tous les gros de sel de tartre employés l'un après l'autre pour la précipitation du salpêtre contenu dans chacune des portions dont une once d'eau est composée, font précisément ensemble tout ce qu'une once d'eau, qui n'auroit jamais dissout de sel moyen, seroit capable de dissoudre de sel de tartre ; & en effet l'eau ne commençant à dissoudre le sel de tartre que l'instant d'après qu'elle est débarrassée du salpêtre, elle est alors comme si elle n'en eût jamais contenu, & par conséquent elle est en état de dissoudre, & elle dissout en effet tout ce qu'une égale quantité d'eau pure peut dissoudre de sel de tartre.

Le sel de tartre ne se dissolvant dans l'eau que l'instant d'après la chute des parties du sel moyen, c'est-à-dire, quand l'eau en passant au travers de ses pores, a déposé à leur entrée les parties de ce sel moyen, il est clair que la dissolution du sel de tartre empêche bien la rentrée du sel moyen dans l'eau, mais qu'elle ne contribue en rien à sa chute ; & en effet quand au lieu de sel de tartre on verse sur une dissolution de sel moyen, de l'huile de tartre, qui, comme on sçait, est du sel de tartre fondu dans l'eau, il se précipite de même, & à l'instant une quantité de sel moyen proportionnée à la quantité de l'huile de tartre qui a été employée. On peut précipiter de cette manière tous les sels qui l'ont été par le sel de tartre ; cette dernière précipitation donne même lieu à quel-

ques remarques assez curieuses, qui seront rapportées dans un autre Mémoire.

Au reste, quoiqu'il paroisse assez clairement, par tout ce qui a été dit dans ce Mémoire, que la précipitation du sel moyen qu'excite la présence du sel de tartre ne puisse être imputée à rien de plus naturel & de plus vrai-semblable qu'à l'abondance des pores du sel alkali, qui devient alors une espèce de filtre, & qui en fait l'office : cependant comme l'action de ces pores est le fondement sur lequel toute notre explication est appuyée, on ne peut rendre ce fondement trop solide ; & nous ne pouvons mieux finir ce Mémoire qu'en donnant en quelque sorte la dernière main à ce fondement, en faisant remarquer que si ce sont véritablement les pores du sel de tartre qui donnent lieu à l'effet particulier de ce sel, quand ils ont été bouchés par des acides, le sel qui en résulte ne se laissant plus pénétrer comme auparavant par des parties aqueuses, & ayant perdu par-là sa propriété de filtre, ne doit plus précipiter les sels moyens comme il faisoit auparavant, & étant devenu lui-même un sel moyen, non-seulement il doit habiter paisiblement avec eux dans la même portion de liquide, mais encore donner lieu par sa présence à la dissolution d'une nouvelle quantité de leurs parties dans ce liquide, & c'est aussi ce que l'expérience justifie parfaitement.

La découverte nouvelle qui fait le sujet de ce Mémoire, porte un grand jour dans la théorie de la dissolution des sels par l'eau commune ; car elle nous apprend que deux sels qui subsistent ensemble dans le même liquide, ne le sont pas seulement, parce que leurs parties intégrantes sont incapables de s'y réunir, & parce qu'ils ne fermentent point l'un avec l'autre ; mais encore parce que l'un d'eux ne peut faire l'office de filtre dans la liqueur, ou plutôt parce qu'ils sont tous deux sels neutres ou moyens, ce qui est une condition nécessaire pour l'effet dont il s'agit. Enfin nous voyons encore par cette découverte, que quand le sel de tartre a été mêlé avec quelque sel moyen, s'il n'a pas sur lui une action de fermentation, il en a toujours une de précipitation ; & quoique cette obser-

vation ne paroisse que curieuse, je prévois qu'elle peut avoir beaucoup d'utilités, que je me hasarderai d'autant moins de prédire, que sortant de me tromper dans un cas beaucoup plus certain en apparence que celui-ci, je dois profiter de cette leçon; tout ce que je puis dire sans craindre de reproche, c'est que la découverte que je viens de rendre publique, pourroit ressembler à plusieurs autres qui ont commencé par n'être que curieuses, & qui sont devenues utiles dans la suite. Quoi qu'il en soit, la vérité est assez aimable pour mériter par elle-même, & sans aucun motif d'intérêt, toute notre attention & toutes nos recherches.

## DESCRIPTION

D'UN

### NOUVEAU MICROMETRE UNIVERSEL.

Par M. CASSINI.

**P**OUR déterminer la grandeur apparente du diamètre des astres, & observer la quantité des doigts éclipsés du Soleil & de la Lune, on a inventé divers micrometres ou instrumens propres à mesurer de petits intervalles qu'on place au foyer commun des verres d'une lunette, & qu'on peut élargir ou rétrécir pour comprendre l'image de l'objet dont l'on veut mesurer l'étendue.

16 Déc.  
1724

Ces instrumens sont d'un grand usage dans l'Astronomie, & l'on sçait de quelle utilité il est de pouvoir en attendre une grande précision.

C'est ce qui m'a fait penser à un nouveau micrometre d'une construction fort simple, qui est exact dans son principe, & dont l'usage m'a paru facile, qui sont les conditions les plus avantageuses dans tous les instrumens de mathématique.

Il y avoit déjà plusieurs années que j'avois imaginé la



construïtion d'un micrometre , propre seulement pour observer les éclipse's , qui consistoit en quatre lames ou regles paralleles entr'elles, mobiles sur quatre pivots , dont deux étoient divisées en douze parties égales , pour y placer douze fils ou réticules paralleles entr'eux , de maniere qu'ayant disposé deux de ces regles , en sorte qu'elles comprissent exactement le diamètre du Soleil ou de la Lune , les réticules conservassent , en s'approchant ou s'écartant , une distance égale entr'eux. Ce micrometre a été , comme j'ai appris depuis , imaginé par d'autres Astronomes , & on en trouve la description dans les Journaux de Leipfick de l'année 1710. Mais comme il ne peut avoir d'autre usage que celui de déterminer la quantité des doigts éclipse's du Soleil & de la lune que nous observons en diverses autres manieres , j'ai imaginé sur le même principe un micrometre universel , c'est-à-dire , propre à mesurer tous les diametres des astres , & toutes les distances qui n'excèdent point l'ouverture de la lunette dans laquelle ils sont placés. En voici la description.

Fig. 1.

*MACB* est une plaque de cuivre d'un seul morceau , ayant la figure d'un quart de cercle *ABC* de trois pouces de rayon , divisé en degrés depuis le point *B* jusqu'au point *C* , à l'extrémité duquel , vers le centre , est une regle *AM* de 3 à 4 pouces de longueur & de 6 lignes de largeur.

Cette regle est percée par deux trous cylindriques *A* , *E* ; dont l'un est vers l'extrémité en *E* , & l'autre dans le centre du quart de cercle en *A* , disposés de sorte , que la ligne *EAC* qui passe par le centre de ces deux trous , se termine au point *C* de 90 degrés de la division.

*DF* est une autre regle de cuivre , parallele & à peu-près semblable à la regle *AE* , percée aussi de deux trous cylindriques *D* , *F* , éloignés l'un de l'autre d'une distance *DF* , précisément égale à la distance entre les deux trous *A* , *E* , de la regle *AE*.

*GAB* est aussi une autre regle percée par deux trous cylindriques , précisément égaux aux trous *A* , *D* , des regles *AE* , *DF* , dont la distance *AD* est d'environ 16 lignes. Cette



regle est taillée en chanfrin depuis *N* jusqu'en *B*, de maniere que la ligne *BN* prolongée passe exactement par le centre des trous cylindriques *A* & *D*; elle est renforcée depuis le point *G* jusqu'au point *L*, par une autre regle de cuivre de la même largeur & épaisseur, sur laquelle on a tiré la ligne droite *DL* qui passe exactement par le centre des trous *A* & *D*.

On a divisé la partie *OP* prise à discrétion entre les points *D* & *A*, le plus exactement qu'il a été possible, en douze parties égales, par des traits; & l'on a fait dans sa partie extérieure des dents, pointes ou hanches pour y placer des fils ou réticules, comme on le dira ci-après.

*IH* est une regle de figure semblable à la regle *GL*, percée par deux trous cylindriques, dont la distance *EF* est précisément égale à la distance *AD* entre les trous *A* & *D*.

On a posé les deux regles *GAB*, *HI*, sur les regles *AE*, *DF*, & on a placé dans les trous correspondants, des pivots cylindriques semblables aux centres des quarts de cercle, & rivés du côté de la division. On a aussi attaché des fils de soie ou réticules aux traits correspondants des lignes *OP* & *QR*, ce qui se fait commodément par le moyen des pointes ou hanches qui sont sur les regles *AD* & *EF*.

Il est aisé de voir qu'en faisant tourner la regle ou alidade *GAB* autour du centre *A*, la regle *DF* doit s'approcher de la regle *AE*, de la même maniere que sont les regles disposées pour décrire des lignes paralleles, & que dans le même tems les fils disposés entre les intervalles *OP* & *QR* doivent s'approcher l'un de l'autre, conserver entr'eux le parallélisme, & se trouver toujours à égale distance entr'eux, ce qui n'a pas besoin de démonstration.

Pour faire usage de ce micrometre, on fait entrer sa partie *GHIL* dans une fente faite dans le tuyau de la lunette, en sorte que les réticules se trouvent au foyer commun du verre objectif & de l'oculaire, & on l'arrête dans cette situation par le moyen de deux pieces de cuivre à rainure, attachées fixement sur le tuyau, & de deux écrous qui entrent dans ces rainures & dans la regle *AM*, ce qui se peut pratiquer en

diverses autres manieres, & dans cet état on dispose la regle *GAB*, enforte qu'elle réponde exactement sur le commencement *B* de la division du quart de cercle. On mesure ensuite la distance *OP* entre les fils extrêmes du micrometre, & la distance entre les fils & le tiers de l'épaisseur du verre objectif du côté de l'oculaire, de la maniere qu'on le pratique dans les autres micrometres, & on calcule le nombre de degrés ou de minutes que cet intervalle *OP* ou *QR* occupe dans le ciel.

Cet intervalle étant une fois connu, on pourra mesurer tous les autres intervalles qu'occupent les diametres des astres qui sont plus petits, en faisant tourner l'alidade autour du point *A*, enforte que les fils extrêmes comprennent exactement le diametre de l'astre, & remarquant alors le degré de la division où répond l'alidade sur le quart du cercle. Car alors la grandeur de ce diametre sera aux minutes & secondes que l'intervalle *OP* occupe dans le Ciel, comme le sinus du complément du nombre des degrés marqués est au sinus total, ce qu'il est aisé de démontrer. Car supposé que l'alidade *DAB* soit parvenue en *SAV*, le micrometre *ADFE* qui formoit un rectangle, aura la figure du parallélogramme *ASTE*, le point *O*, où est placé le réticule extérieur *OQ*, sera parvenu en *X*, & le point *P* qui est à l'autre extrémité sera en *Y*, enforte que la ligne *XY* sera égale à *OP*, distance entre les fils extrêmes, le point *Q* sera aussi parvenu en *a*, & le point *R* en *β*, enforte que la ligne *αβ* sera égale à *QR*, égale à *OP*, égale à *XY*; les réticules extrêmes *αX* & *βY* compris entre les lignes *XY* & *αβ* égales & paralleles, seront donc aussi paralleles entr'eux. Soit mené des points *X* & *V* les lignes *XZ* & *VM* paralleles à la ligne *DB*, la ligne *VM* mesurera le sinus du complément de l'arc *BV*, & la ligne *XZ* la distance entre les réticules extrêmes *Xα*, *Yβ*. Dans les triangles *AMV*, *XZY*, les angles *AMV*, *XZY*, sont droits, & l'angle *MAV* ou *OAX* est égal à l'angle *AXZ*: c'est pourquoi l'on aura *AV* qui mesure le sinus total est à *VM*, sinus du complément de l'arc *BV*, comme *OP* ou *XY*, distance entre les fils extrêmes, est à *XZ* qui mesure le diametre de l'astre

Fig. 1.

intercepté entre ces fils : ce qu'il falloit démontrer.

Il est aisé de voir que les autres réticules compris entre les points  $O$  &  $P$ , & placés à distance égale l'un de l'autre, s'approcheront tous les uns des autres dans la proportion de  $AV$  à  $VM$ , & que par conséquent ils seront tous parallèles & à égale distance les uns des autres, ce qui est très-commode pour l'observation des éclipses ; car ayant dirigé l'alidade  $SAV$ , en sorte que les fils extrêmes comprennent exactement l'image du Soleil ou de la Lune, on aura la grandeur exacte de ce diamètre, & les douze réticules marqueront les doigts éclipsés, sans avoir besoin de donner aucun mouvement à l'alidade du micrometre.

On doit remarquer ici qu'il n'est pas nécessaire que les réticules soient placés exactement sur la ligne  $DA$  qui passe par le centre du quart de cercle, & qu'il suffit qu'ils soient tous sur une ligne qui lui soit parallèle : mais il est plus avantageux qu'ils soient sur la ligne  $DA$ , car alors les réticules qui sont près du point  $A$ , sont moins sujets à se déranger par le mouvement de l'alidade autour du centre.

Pour la construction de cet instrument, après avoir dressé une plaque de cuivre de la maniere qui est ici représentée ; du point  $A$  comme centre, & de l'intervalle  $AC$  pris à discrétion, on décrira le quart de cercle  $CB$ , qu'on divisera en degrés & en parties de degré par des lignes transversales ; si on le juge à propos, on appliquera sous la règle  $AE$ , la règle semblable  $DF$ , & on percera ces deux règles l'une sur l'autre par deux trous cylindriques, l'un au centre  $A$ , & l'autre à un point  $E$ , pris à discrétion, afin que les distances  $AE$  &  $DF$  soient précisément égales.

On placera de même la règle  $EF$  sous la règle  $AD$ , & on les percera par deux trous cylindriques d'égale largeur que les précédens, l'un au point  $A$ , & l'autre au point  $D$ , pris à discrétion. Il est visible que plaçant des cylindres dans chacun de ces trous, les distances entre ces trous seront parfaitement égales entr'elles, & que l'alidade  $DAB$  étant sur le point  $B$  de la division qui marque  $o$ , le parallélogramme  $ADFE$  est

Fig. 1.

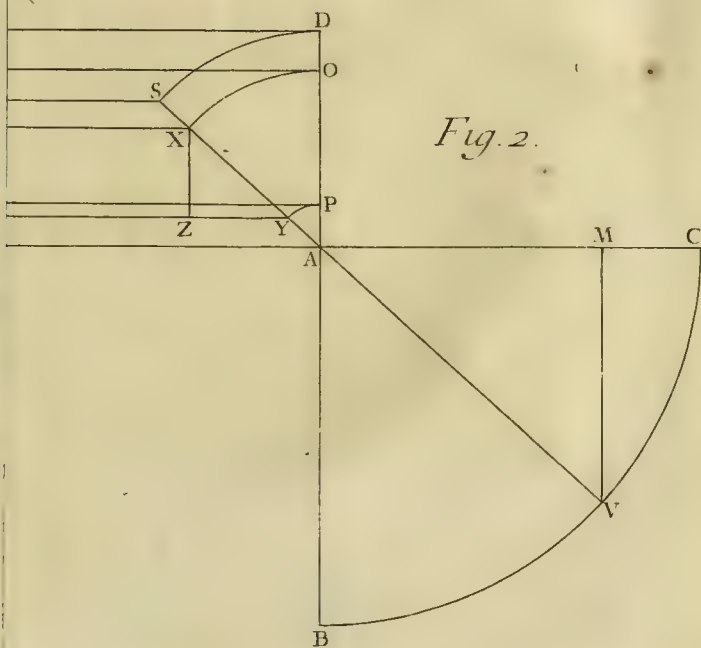
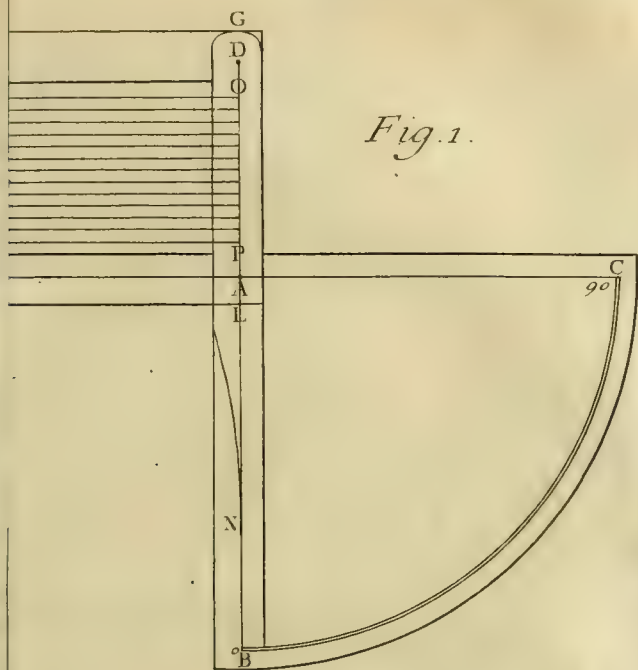


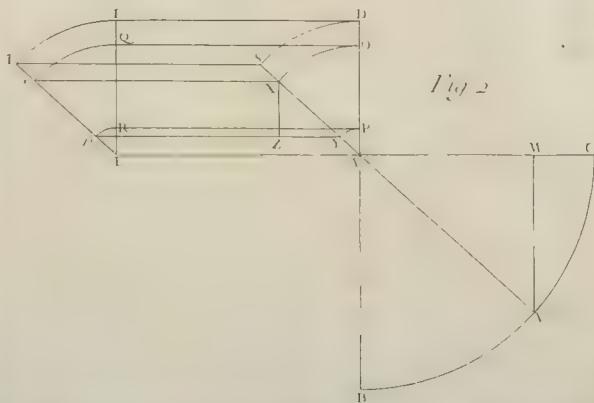
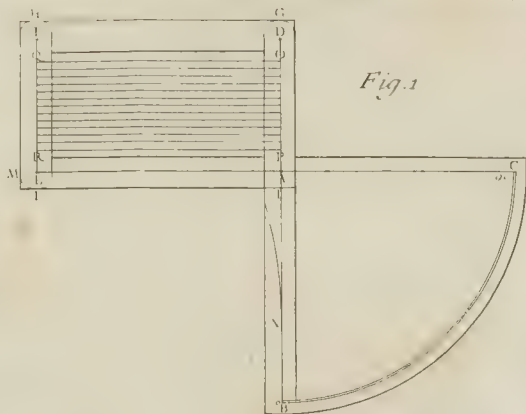
un rectangle parfait, ce qui paroît facile à exécuter, sans qu'un ouvrier un peu intelligent y puisse faire aucune erreur grossière. La plus grande difficulté consiste à diviser les lignes  $OP$  &  $QR$  en douze parties exactement égales; & comme il est important de s'en assurer pour les diverses opérations que l'on veut faire, voici un moyen que j'ai imaginé pour le vérifier.

Ayant placé le micrometre dans la lunette, en sorte que l'alidade réponde au point  $B$ , on dirigera cette lunette à un objet, tel qu'un mur ou carton blanc éloigné à la distance que l'on voudra, & l'on remarquera les termes qu'occupent les fils extrêmes qu'on marquera sur l'objet par des traits noirs; on divisera cet espace en douze parties égales par des traits noirs, & l'on verra si les réticules répondent à chaque trait, auquel cas on est sûr que la division est bien faite. S'il y a quelque différence, on la rectifiera, ou bien l'on en tiendra compte dans les opérations que l'on en voudra faire. On peut aussi, sans avoir besoin de mesurer la longueur de la lunette & la distance entre les fils, déterminer l'intervalle qui est occupé dans le Ciel par les fils extrêmes  $OQ$  &  $PR$ , & même par les autres réticules, en mesurant exactement un terrain uni éloigné à quelque distance, & plaçant dans une situation perpendiculaire au rayon visuel, quelques signaux éloignés de l'intervalle qu'occupent les fils du micrometre que l'on veut mesurer, la proportion entre ces distances donnera, avec une grande précision, l'intervalle que ces fils occupent dans le Ciel.









## EXPERIENCES

*Faites sur la décoction de la Fleur d'une espece de CHRYSANTHEMUM , très-commun aux environs de Paris , de laquelle on peut tirer plusieurs Teintures de différentes couleurs.*

Par M. DE JUSSIEU.

**I**L n'y a guere de sciences où le champ des découvertes soit plus vaste que dans la Botanique. Les progrès que l'on y a faits depuis deux siècles , par rapport à la connoissance des plantes , sont si considérables , que personne ne peut nous disputer la gloire d'avoir en cette partie surpassé de beaucoup les Anciens.

Les avantages que nous avons sur eux , sont plus bornés par rapport aux usages des plantes : on peut dire néanmoins que nous ne laissons pas encore d'avoir été du double plus loin qu'eux , depuis que la Physique s'est perfectionnée , & que par le moyen des voyages , on a pû ramasser une infinité d'observations qui se sont faites en ce genre dans les pays les plus éloignés.

Ce champ est d'autant plus vaste , que nous pouvons faire mille expériences sur une multitude presque infinie de plantes qui avoient été ou inconnues aux Anciens , ou négligées par l'ignorance dans laquelle on étoit de leurs utilités ; ignorance qui fermeroit la porte à toutes les découvertes , si l'on retranchoit de l'examen des plantes toutes celles qu'on a jusqu'ici regardées comme non-usuelles.

C'est l'idée qu'il faut qu'écartent ceux qui veulent s'avancer dans cette étude ; rien de ce qui les environne dans leur propre pays ne leur doit sembler inutile , le hasard nous le fait souvent éprouver , & c'est quelquefois à lui à qui nous

devons l'invention des meilleures choses qui auroient échappé à un travail continu.

L'usage de dessécher des plantes entre des feuilles de papier, pour en composer des herbiers nécessaires à ceux qui s'appliquent à l'étude de l'Histoire naturelle, m'a fait observer qu'il y en avoit quelques-unes qui laissoient sur le papier les couleurs mêmes dont elles sont colorées, que d'autres y en imprimoient de différentes de celles qu'elles ont, ou qu'elles fournissent après avoir été préparées pour les teintures, & que plusieurs de ces plantes, en s'y desséchant, prenoient elles-mêmes une couleur qu'elles n'ont point naturellement.

L'Orcanette, les Garances, les Caille-laits, & quelques especes d'Arrête-bœuf rougissent & jaunissent le papier, parce qu'elles ont elles-mêmes ces couleurs en quelques-unes de leurs parties, qui sont ou la racine, ou la tige, ou les feuilles.

Nos *Ros-folis* rougissent quelque papier que ce soit, parce qu'ils ont leurs feuilles teintes de rouge: mais le *Ros-folis* de Portugal le fait, en pénétrant jusqu'à deux & trois feuilles de gros papier.

La Véronique ligneuse des Alpes, qui est verte, y laisse son impression en rouge matte.

Plusieurs de nos Plantes légumineuses, telles que sont certaines de nos Fèves, de nos Orobes, se noircissent considérablement en se desséchant.

La Mercuriale ordinaire, de verte qu'elle est, devient bleue, étant desséchée, comme il arrive au Tournesol, qui est tout blanc lorsqu'il est sur pied.

La diversité de ces phénomènes ne pouvant qu'exciter curiosité, j'ai cru avoir trouvé la cause de la plupart, en faisant attention que l'alun, dont le papier est chargé par la préparation qui lui a été donnée en le collant, tire de ces plantes la couleur qu'il laisse sur le papier à proportion de l'humidité de la plante, & de la quantité d'alun qui entre dans la préparation de la colle du papier; & que lorsque certaines plantes desséchées changent de couleur sans en avoir communiqué aucune au papier, c'est que la quantité d'alun n'a pas



été suffisante pour faire passer cette couleur de la plante au papier.

Cette observation m'a fait tenter plusieurs expériences pour tirer de diverses autres plantes seches qui ne sont point en usage chez les Teinturiers, les couleurs que j'ai crû qu'elles pourroient donner aux étoffes de laine, de soie & de fil qui se trempoient dans leur infusion; & j'ai éprouvé que plusieurs plantes communes, regardées comme non-usuelles, étoient capables de teindre dans les mêmes couleurs que plusieurs de celles qui sont usitées pour cet effet.

Ce qui m'a encore plus persuadé du nombre infini de découvertes qui peuvent se faire dans cette matiere, a été l'expérience que j'ai faite de plusieurs drogues servant à la teinture des étoffes de la Chine, de la Louïsiane, & de quelques autres pays des Indes, envoyées à M<sup>rs</sup>. les Directeurs de cette Compagnie, les infusions desquelles faites ici, ont coloré de la même maniere les substances de laine & de soie qui y ont été trempées.

Ces expériences m'ont appris deux faits : le premier, que les drogues dont se servent ces Nations étrangères pour la teinture de leurs étoffes, ne produisent pas des couleurs plus belles ni plus vives que les nôtres; & le second, que pour rehausser les couleurs les plus simples & les moins vives, il faut avoir recours à quelque sel qui serve à les mieux développer, & à les rendre plus ténaces; ce qui a un rapport parfait avec les phénomènes auxquels l'Alun, qui entre dans la colle du papier, a donné occasion.

Et pour réduire en pratique les réflexions auxquelles ces expériences ont donné lieu, à la vûe de l'espece de fleur radiée qu'on avoit envoyée du Mississipi comme pour échantillon d'une drogue dont on se sert dans ce pays-là pour teindre en jaune, j'ai fait une comparaison d'une autre fleur radiée & jaune, très-commune aux environs de Paris, avec celle qui avoit été envoyée de la Louïsiane; & le fruit des essais que j'ai faits de la décoction de la nôtre, a été de me donner un jaune presque égal à celui que produit la fleur de ces pays-là.

Cette plante, qui croît également & en aussi grande abondance dans les pays du Nord de la France qu'aux environs de Paris, & sur-tout parmi les menus grains dans les terres à bled qui portent actuellement aussi-bien que dans celles que l'on laisse reposer & en friche, est connue dans ce pays sous le nom de MARGUERITE JAUNE, à cause de la ressemblance qu'elle a avec celle des prés. Caspar Bauhin la qualifie dans son Pinax, pag. 262. de *Bellis lutea, caule folioso*; quoique la couleur dorée de ses fleurs soit la marque qui la distingue des Marguerites, & qui la fait rapporter aux especes de *Chrysanthemum*. Et Lobel, qui dans ses *Icones*, pag. 552. l'a rangée sous ce genre pour la faire mieux distinguer, y a ajouté à propos le mot de *segetum*, ce qui signifie une fleur dorée croissant parmi les bleds.

Sa racine est annuelle, simple pour l'ordinaire, & en pivot, plongeant perpendiculairement en terre, longue d'environ trois pouces, garnie de quelques fibres branchues & chevelues, de couleur roussâtre à l'extérieur, blanchâtre intérieurement, & d'un goût approchant de celui du Panais.

Sa tige est haute de quinze pouces, de couleur de verd de mer, ou cendré, droite & ferme, quoique moëlleuse intérieurement, lisse & légèrement anguleuse, de la grosseur d'un tuyau de plume vers sa racine, & un peu moindre vers ses sommités.

Ses feuilles, qui sont d'un verd cendré en dessus, & plus pâles en dessous, sont disposées alternativement, & par intervalles assez grands, charnues, relevées d'une côte ou nervûre assez sensible dans toute leur longueur, qui est de trois pouces dans les plus considérables sur un de largeur. Celles-ci embrassent par leur base presque la moitié de la tige, & sont ensuite découpées en plusieurs segmens refendus chacun en trois autres qui se terminent en pointe, & sont dentelés sur leurs bords.

De leurs aisselles, sur-tout vers le milieu de la tige, sortent quelques branches ordinairement simples, plus ou moins longues, à proportion de la vigueur de la Plante, & garnies de quelques feuilles pareillement alternes, plus courtes, presque

toûjours entieres, c'est-à-dire, moins découpées que celles qui sont sur la tige, & pointues par leur extrémité, & qui ont les unes & les autres une odeur & un goût de Panais.

La fleur qui naît du sommet des branches & de la tige, se montre d'abord sous la forme d'un petit bouton de la grosseur d'un pois, applati & jaunâtre en dessus, arrondi, écailleux & verd-cendré en dessous, c'est-à-dire, du côté du pédicule. Ce bouton grossit insensiblement, & s'étant épanoui dans toute son étendue, il devient une fleur radiée d'un jaune doré, d'une odeur douce; les demi-fleurons sont au nombre de quinze, qui entourent le disque formé par des fleurons d'un jaune plus foncé, & qui sont les uns & les autres presque au même niveau.

Les demi-fleurons, dont la naissance est un très-petit tuyau blanchâtre garni intérieurement d'un pistil à deux cornes crochues, & qui est la partie qui surmonte l'embrion sur lequel est posé le demi-fleuron, ressemblent à une languette presque ovale, dorée, longue de sept lignes sur deux & demie de largeur, plissée de deux plis qui se terminent chacun par une pointe.

A l'égard des fleurons, qui ne sont encore que des tuyaux blanchâtres, d'une ligne de longueur, évasés vers leur sommet, qui est découpé en cinq quartiers égaux en forme d'étoile dorée, ils renferment une gaine formée par des étamines, dont les sommets sont cachés dans l'intérieur de la gaine, laquelle est enfilée par un pistil fourchu, que l'on doit regarder aussi comme la partie qui surmonte l'embrion sur lequel le fleuron est posé.

Ces embrions, tant des fleurons que des demi-fleurons; deviennent autant de graines d'une ligne de longueur sur près d'un tiers de diamètre, sont cannelés légèrement sur leur surface, & leur couleur dans leur maturité est blanc-sale ou jaunâtre.

Ces graines sont plantées sur une couche, qui est proprement le fond du calyce de la fleur, lequel est écailleux, verd-cendré, formé de trois rangs d'écailles convexes, charnues à leur naissance, bordées & terminées par un petit feuillet arrondi & transparent.



Cette fleur est en état au mois de Juillet, & c'est à-peu-près dans ce tems que l'ayant cueillie pour la sécher entre deux papiers, je me suis apperçu qu'au lieu de changer de couleur comme font la plupart des autres fleurs, elle avoit conservé le jaune qui lui est naturel, excepté qu'il étoit devenu plus foncé.

De-là je jugeai qu'il y avoit dans cette fleur une matiere propre à colorer, & j'en fis des décoctions plus ou moins fortes, dans lesquelles je trempai des morceaux de différentes sortes d'étoffes pour juger des degrés de nuances que ces décoctions leur donnoient.

Les étoffes que j'y trempai, devinrent à la vérité légèrement colorées d'un jaune citron, qui ne se déteignoit pas au simple débouilli de l'eau chaude: mais ayant fait fondre une quantité proportionnée d'alun dans ces mêmes décoctions, j'ai observé que les étoffes que j'y ai mises, en sont sorties teintes d'un jaune plus foncé & plus vif, & qu'elles s'imbibent non-seulement plus vite de cette couleur, mais encore qu'étant ensuite retrempées dans l'eau chaude pour les débouillir, elles ne perdoient rien de leur vivacité.

Je ne me suis pas fié à mes propres expériences, je les ai répétées chez un Maître Teinturier, où elles ont eu le même succès, & ont même produit des nuances d'une beauté à laquelle je ne m'attendois pas.

La décoction simple a donné une couleur de soufre à l'étoffe de laine blanche, qui avoit trempé le jour précédent dans l'eau d'alun, & une assez belle couleur citron à un morceau d'étoffe de soie blanche préparée de même.

La même décoction simple, mais chargée d'une plus grande quantité de fleurs, a teint en citron verdâtre l'étoffe de laine blanche, & en un jaune doré le morceau d'étoffe de soie blanche.

Un petit morceau d'étoffe de laine de couleur bleue, passé à l'Indigo, & trempé dans cette dernière décoction, en est sorti verd-foncé.

Une petite quantité de suie de cheminée, ajoutée à cette



décoction, a donné à l'étoffe de laine blanche une couleur feuille-morte.

Et une moindre quantité de Rocou, ajoutée à la décoction simple de nos fleurs, a produit un jaune olivâtre.

Les mélanges de diverses autres drogues que l'on a coutume d'employer avec la Gaude pour en varier les teintures, m'auroient donné une infinité d'autres teintures & de changemens de nuances qu'il a été inutile de tenter, parce que cette épreuve me suffisoit pour me faire comprendre combien on pourroit aller loin, si l'on faisoit une recherche exacte des plantes les plus communes qui peuvent servir aux teintures.

Mais dans la quantité de celles qu'on y met en usage, il y a toujours des raisons qui doivent faire préférer certaines plantes ou drogues qui colorent, à d'autres, par rapport aux effets qu'elles peuvent causer pour les circonstances dans lesquelles les étoffes qui en sont teintées sont employées.

On ne sçauroit sur-tout trop prendre de précautions dans le choix de celles qui doivent teindre des toiles ou des étoffes destinées aux habillemens, ou qui peuvent par leurs contacts causer à la chair, sur laquelle elles peuvent être appliquées, divers accidens fâcheux.

C'est pour cela que parmi les toiles destinées à l'usage des matelots, on préfère celles dont le bleu qui les colore est produit par le mélange du Pastel & de l'Indigo, par l'expérience que l'on a acquise que ces couleurs ont conservé la vertu antivermineuse des plantes qui les produisent; propriété si nécessaire aux étoffes qui doivent servir aux gens de cette condition.

Ces observations, au sujet d'une plante qui a été regardée jusqu'ici comme inutile, & méprisée en quelque façon pour être trop commune, font donc voir que rien n'est à négliger dans la Botanique, & que telle plante que l'on a ôtée du rang des usuelles, parce que l'on n'y reconnoît pas encore des vertus médicinales, en a souvent pour les Arts, ou pour d'autres vûes.



## MOYEN DE CONSERVER LES ESSIEUX

*des Roues des Voitures dans toute leur force ; d'épargner la facon de les recharger , en leur donnant des especes d'emboîtures qui coûtent peu.*

Par M. DE REAUMUR.

**L**A nécessité où je me suis trouvé d'aller en voiture à quatre roues , par des chemins étroits , où l'essieu des petites roues étoit souvent arrêté , m'a fait chercher un expédient pour qu'il pût passer par-tout où les jantes des grandes roues passent. Celui auquel j'ai eu recours est si simple , qu'il ne mérite pas le nom d'invention : mais au moins la pratique en est-elle sûre & commode ; c'est ce qui me détermina à le donner dans nos Memoires de 1721. pag. 224. Il se réduit à retrancher de la partie extérieure du moyeu de chaque petite roue tout ce qu'elle a de saillant par de-là les jantes. Si on lie ce moyeu raccourci avec des frettes un peu plus épaisses & un peu plus larges que les ordinaires , on lui rend autant & plus de force qu'on ne lui en a ôté. J'ai mis de pareils moyeux à de rudes épreuves , plusieurs années de suite , dans de grandes routes , sans qu'ils aient jamais manqué.

Cependant , comme si tout avantage devoit être acheté par quelque inconvénient , je fis remarquer , lorsque je parlai de ces moyeux raccourcis , qu'il y avoit tout lieu de croire que les essieux s'en useroient plus vite. La force qui produit le frottement , c'est-à-dire le poids de la voiture , reste la même ; cette force s'appliquant sur un moyeu plus court , agit sur une moindre étendue de l'essieu ; donc que la portion de la force qui attaque chaque partie de l'essieu , en est plus considérable , & par conséquent elle doit en détacher dans le même temps des couches plus épaisses. Par la même raison les trous des moyeux doivent s'agrandir plus vite. Le remede à ce dernier inconvénient

inconvenient est connu & peu cher. On remet une emboîture, c'est-à-dire un cylindre creux, de bois, dans le trou qui s'est trop élargi.

Il y a aussi un remède connu pour les essieux qui sont trop usés : mais il coûte beaucoup plus que le précédent, c'est de les recharger. J'ai cherché à épargner cette façon aux essieux raccourcis de mes roues, à laquelle l'expérience m'avoit appris qu'il falloit revenir trop souvent ; le moyen dont je me suis servi est encore extrêmement simple, & peut être utile généralement pour conserver les essieux de toutes les voitures, & pour se dispenser de les recharger jamais.

Un essieu de mauvais fer, ou un essieu qui sera mal soudé quelque part, peut être cassé par une trop rude charge, ou par de violens chocs, dans les endroits qui par leur position fatiguent le moins, dans les endroits qui n'ayant aucun frottement à souffrir, ne doivent jamais s'affaiblir. Mais l'essieu le mieux forgé, & forgé du fer de la meilleure qualité, ne peut servir qu'un certain tems, après lequel les deux bouts sur lesquels les moyeux tournent, ayant trop perdu de leur diamètre, ne peuvent plus soutenir le poids, ou plutôt les chocs de la voiture. Ce n'est que par dessous & un peu par les côtés qu'ils s'usent ; la pression de la roue n'agit point par dessus, & l'essieu des petites roues de carrosse ne s'use sensiblement que depuis l'endroit qui répond à la partie la plus renflée du moyeu jusqu'au bout. Quand l'essieu est neuf, ses deux bouts sont ronds, à peu-près coniques ; leur rondeur est égale par dessus & par dessous : mais à mesure qu'ils servent, le dessous s'applatit ; il faut les faire recharger avant qu'il le soit jusqu'à un certain point. Il faut faire resfouder une épaisseur de fer égale à celle qui a été emportée.

Prenons un essieu déjà usé par dessous ; mais qui ne l'est pas à beaucoup près assez pour être en risque de se casser. Si nous faisons forger une pièce de fer qui ait précisément la figure de celle que les frottemens ont enlevée par parcelles, & que nous l'appliquions & assujettissions bien contre l'essieu, sans pourtant l'y souder, nous pourrions nous servir de cet



362 MEMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE  
essieu , & nous n'aurons pas lieu de craindre qu'il s'affoiblisse  
tant que durera la piece que nous venons d'y ajuster.

Elle est très-facile à forger; c'est une espece de goutiere  
dont les bords sont minces , & dont les parties deviennent de  
plus épaisses en plus épaisses à mesure qu'elles s'éloignent des  
bords. Un des bouts de cette piece doit être aussi plus épais  
que l'autre , sçavoir celui qui est le plus proche de l'extrémité  
de l'essieu ; l'épaisseur de l'autre doit aller en diminuant insen-  
siblement comme celle des bords. En un mot, la figure de  
cette piece doit être telle, que lorsqu'elle est rapportée sur  
l'essieu , il ait la même forme qu'il avoit en sortant de la forge.  
Enfin cette piece est pour l'essieu ce que l'emboîture est pour  
le moyeu. Nous la nommerons aussi l'*emboîture* de l'essieu.

Reste à voir comment on l'assujettit en place; sa figure seule  
y suffiroit presque: mais pour plus de solidité, on perce l'essieu  
de part en part , & de même l'emboîture dont nous parlons,  
& on fait passer par ce trou une clavette peu large; mais en-  
core moins épaisse, dont on rive un bout sur l'essieu, & l'au-  
tre sur l'emboîture. Ce trou est si petit, qu'il n'y a pas à crain-  
dre que l'essieu en soit sensiblement affoibli; la clavette qui en  
remplit le vuide, rend une partie de la solidité qu'on a ôtée.  
Si on vouloit même, on pourroit se dispenser de percer l'es-  
sieu de part en part; il y a quantité d'autres moyens de fixer  
l'emboîture, qu'il seroit long de détailler ici, & d'ailleurs très-  
inutile; car les ouvriers les verront assez sans qu'on les leur  
indique. Mais il n'est nullement nécessaire d'y avoir recours.

L'emboîture ainsi rapportée sur l'essieu , il a sa premiere  
rondeur; quand on le fera servir, ce sera la seule emboîture  
qui s'usera. Et comme nous supposons qu'il avoit assez de for-  
ce, quand l'emboîture a été appliquée, & que tant qu'elle  
subsistera, il ne s'affoiblira pas; on peut toujours être sûr qu'il  
a une force suffisante tant que les frottemens n'ont pas usé en-  
tierement l'emboîture en quelque endroit.

Un avantage qui mérite encore attention , est qu'on ne lais-  
sera jamais autant applatir par dessous les essieux qu'on les  
laisse applatir aujourd'hui; on pourra même toujours les tenir



presque ronds, les roues en tourneront plus facilement, elles auront de moins rudes frottemens à essuyer.

Un Cocher ne sçauroit guere graisser sa roue sans voir l'état de cette piece; quand il verra qu'il sera tems d'en remettre une autre, il le pourra faire lui-même; ce n'est pas l'ouvrage d'un demi-quart d'heure. Il n'y a qu'à limer les deux rivures de la clavette, chasser cette clavette hors l'essieu, remettre la nouvelle emboîture en la place de l'ancienne, & l'y arrêter avec une nouvelle clavette, ou avec la premiere un peu étirée. Tout ce que je dis de la facilité de remettre & d'ôter l'emboîture, je le dis après en avoir fait faire l'expérience.

Pour peu qu'on soit instruit de ce que c'est que chauffer une piece aussi massive qu'un essieu, au point de lui donner une chaude suante, d'y fonder plusieurs barres, on jugera combien la pratique que nous proposons est simple en comparaison de celle qui est en usage. Aussi quand il en coûte 18 à 20 livres pour charger un essieu, deux de nos emboîtures ne sçauroient coûter 50 à 60 sols. Enfin on a l'agrément de faire par ce moyen recharger son essieu, quand on le veut, sans être obligé de l'envoyer chez le Maréchal grossier, & on n'a point à craindre qu'en chauffant trop un bon essieu, on le rende mauvais.

Mais ce dont je fais le plus de cas, c'est qu'on ne se mettroit jamais en risque de se servir d'un essieu trop affoibli. Les maîtres, comme leurs cochers, ne pensent pas toujours à tems à faire recharger les essieux, on roule avec le même avec lequel on a roulé la veille; on compte qu'on y roulera le jour suivant. Dans cette suite de jours l'essieu perd sa force, & se casse. Mais c'est aux essieux de charrettes que ces emboîtures seroient le plus nécessaires, & sur-tout aux essieux de celles qui transportent à Paris de lourds fardeaux. Les accidens qu'on a vû arriver par la rupture de leurs essieux, des gens écrasés dans les rues, feroient souhaiter qu'on songeât à leur conserver la solidité qu'on leur donne en les faisant. Le charretier épargne autant qu'il peut la façon de recharger son essieu.

Nous avons dit que ce n'est que depuis les rais jusqu'au bout de l'essieu que doit s'étendre l'emboîture de nos essieux de petites roues, c'est là où se fait le principal frottement : mais les essieux de charrettes auroient besoin d'emboîtures qui allassent depuis l'endroit de l'essieu qui répond aux rais jusqu'au limon. Les moyeux de ces roues s'usent de ce côté-là, quoique ce soit l'endroit qui a le plus besoin de force ; car la plus grande partie de ces essieux se casse à l'endroit qu'on appelle le *collet* ; qui est situé immédiatement au-dehors du limon. Il n'est pourtant nullement nécessaire de nous arrêter ici à décrire la forme des emboîtures qui conviendroient aux différentes especes d'essieux. Ce que nous avons dit de celle des essieux des petites roues de carrosse est plus que suffisant pour donner idée aux ouvriers de ce qu'ils doivent faire pour les autres.

Si l'usage des emboîtures s'étendoit comme il devrait s'étendre, on pourroit forger les essieux neufs un peu aplatis par dessous, & leur donner la rondeur par une emboîture rapportée ; avec cet essieu on acheteroit plusieurs emboîtures, pour en avoir de rechange, quand quelqu'une seroit usée.

### EXPLICATION DES FIGURES.

*Figure premiere.* Essieu de petite roue à moyeu raccourci, qui a encore toute sa rondeur.

*Figure 2.* Le même, que des frottemens réitérés ont usé par dessous en *AB*. La partie qui est en dessous, lorsque l'essieu est en place, est ici dans une position qui la fait mieux voir.

*Figure 3.* La piece de fer que nous avons nommée *emboîture*, vûe du côté concave. *CD*, le trou qui laisse passer la clavette.

*Figure 4.* La même piece, vûe du côté convexe, où *EF* marque l'ouverture du trou sur lequel la clavette se rive.

*Figure 5.* Est une coupe de l'emboîture, prise dans son milieu & dans toute sa longueur. On y voit son épaisseur aller en diminuant depuis *G* jusqu'en *H*. *KK*, *II*, est la coupe du

Fig. 1.



Fig. 2.

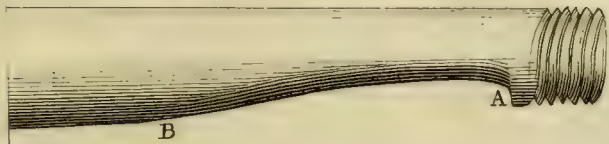


Fig. 3.



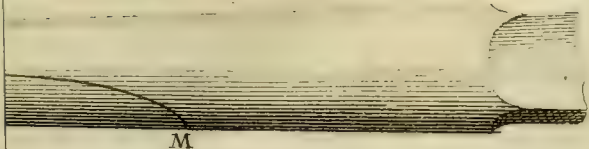
Fig. 6.



Fig. 5.



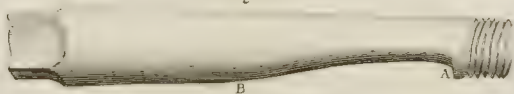
Fig. 7.



*Fig 1*



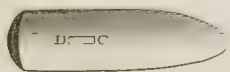
*Fig 2*



*Fig 4*



*Fig 3*



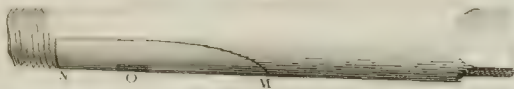
*Fig 6*



*Fig 5*



*Fig 7*



*Echelle de 14 pouces*



trou , dont l'ouverture doit être plus grande du côté de la convexité *KK* , que du côté de la concavité *II* , afin que la clavette tienne toujours , lorsque les frottemens auront emporté la partie qui a été rivée.

*Figure 6. La Clavette.*

*Figure 7. Essieu qui a une emboîture MN. O , l'endroit où la clavette est rivée.*

## OBSERVATIONS

*De la COMETE qui a paru en l'année 1723.*

Par M. MARALDI.

**A**PRE'S avoir rapporté les réflexions que nous avons faites sur la dernière Comete, il reste à donner les observations sur lesquelles ces réflexions sont fondées. On ajoutera à ces observations , quelques-unes que M. Bianchini a faites à Rome , & d'autres qui nous ont été communiquées par M. de Valincour & par le Pere Gouye , qu'ils ont reçues de Cayenne , où cette Comete a été vûe quelques jours avant qu'elle ait pû être observée en Europe.

Avant de rapporter nos observations , il est bon d'avertir que nous avons apporté toute l'attention possible pour les faire avec précision ; que cependant nous ne sommes pas assurés de l'avoir toujours rencontrée , à cause qu'on avoit de la peine à voir la Comete , qui n'étoit pas bien claire , avec la lunette de nos instrumens ; car lorsqu'on éclairoit le verre objectif avec la bougie , pour avoir les fils qui sont au foyer de la lunette , & qui servent à déterminer plus précisément la situation des astres , le degré de lumière qui étoit nécessaire pour voir les fils , effaçoit entièrement la Comete ; c'est pourquoi j'ai été obligé de chercher d'autres moyens de faire les observations , sans être obligé de me servir de lumière pour voir les fils.

Dans les premieres observations qui ont été faites au méridien, il y avoit au foyer de la lunette qui est dans ce plan, un fil assez gros qui se distinguoit sans lumiere, ainsi on a déterminé précisément le passage de la Comete par le méridien : mais comme le fil horisontal qui sert à prendre les hauteurs est très-fin, pour avoir sa hauteur méridienne, je faisois en sorte qu'en regardant la Comete par un œil dans le quart de cercle, & par dehors la regardant par l'autre œil, j'élevois ou baissois le quart de cercle jusqu'à ce que l'image de la Comete, vûe par dedans, concourroit avec celle que je voyois en dehors ; & comme l'instrument est bien centré, il est évident que j'avois par le quart de cercle, la hauteur méridienne assez précisément. J'ai éprouvé plusieurs fois qu'en observant d'abord de cette maniere la hauteur méridienne de plusieurs étoiles de la premiere & de la seconde grandeur, elles se trouvoient sur le fil horisontal lorsqu'ensuite on éclairoit ces fils pour voir comment ils étoient placés à l'égard de l'étoile ; d'où l'on voit qu'on avoit par cette maniere assez précisément la hauteur méridienne de la Comete.

Dans les autres observations qu'on a été obligé de faire loin du méridien, je me suis servi du micrometre dont la figure est rapportée dans les Mémoires de l'Académie de 1714. Par cet instrument on peut comparer la Comete avec les étoiles qui passent par la même ouverture de la lunette, & prendre assez précisément leur différence d'ascension droite & de déclinaison, comme nous avons fait, sans avoir besoin de lumiere, de la même maniere qu'on l'observe par les fils qui se croisent à angles de 45 degrés, en éclairant l'objectif. Voici les observations.

Le 18 Octobre, par le passage de la Comete par le méridien à  $7^h 21'$ , & par sa hauteur méridienne, on détermina son ascension droite de  $313^{\circ} 8' 30''$ , & sa déclinaison australe de  $21^{\circ} 38' 30''$ , d'où l'on calcule sa longitude au  $9^{\circ} 34' 50''$  d'Aquarius, avec une latitude méridionale de  $3^{\circ} 54'$ .

Le 19 Octobre, le Ciel ayant été couvert au tems du passage de la Comete par le méridien, on la compara à  $7^h 27'$

avec une étoile de la sixième grandeur, qui n'est pas marquée sur les cartes de Bayer, ni dans les catalogues ordinaires, & qui passoit par la même ouverture de la lunette de 10 pieds. La Comete observée par le moyen du micrometre ci-dessus, passa par un cercle horaire 27 secondes de tems avant l'étoile, & l'un & l'autre parcouroient le même parallele. L'ascension droite de cette étoile pour l'année courante 1723 est de  $310^{\circ} 32' 10''$ ; donc l'ascension droite de la Comete sera  $310^{\circ} 25' 25''$ . La déclinaison de l'étoile & de la Comete est  $17^{\circ} 4' 0''$  méridionale, d'où l'on tire sa longitude en  $8^{\circ} 19'$  d'aquarius une latitude septentrionale de  $1^{\circ} 11' 30''$ . Puisque le jour précédent 18, la latitude étoit méridionale, il paroît que la Comete a coupé l'écliptique entre une observation & l'autre au neuvième d'aquarius. Ce jour-là ayant observé la Comete avec une lunette de 16 pieds, nous la vîmes si proche d'une petite étoile, que nous reconnûmes qu'elle avoit été cachée par la Comete; car à  $8^h 38' 36''$  on ne pouvoit qu'à peine distinguer l'une de l'autre, tant elles étoient proche, & 5 ou 6 minutes auparavant, l'étoile ne paroïsoit point, & par conséquent elle étoit cachée par la Comete. A  $8^h 49'$ , la Comete étoit éloignée de quatre de ses diametres de l'étoile vers le Septentrion, desorte qu'en 11 minutes de tems elle avoit parcouru un espace égal à quatre de ses diametres.

M. Kirk a fait à Berlin le même jour une semblable observation; car, suivant le rapport de M. Delisle, à qui il a envoyé cette observation, il vit, environ les 9 heures du soir, la Comete comme si elle étoit formée par deux noyaux fort proches l'un de l'autre, ce qui est l'apparence que nous observâmes, & un quart d'heure après il n'en vit plus qu'un, & à la place de l'autre il apperçut une étoile fixe fort proche, dont la Comete s'étoit éloignée. Nous avons comparé cette observation de M. Kirk avec la nôtre, pour connoître si la Comete avoit quelque parallaxe: mais comme M. Kirk ne donne pas précisément le tems de cette conjonction, & qu'il ne marque que l'heure environ, on n'en scauroit tirer rien de précis pour la parallaxe.



Le 20 Octobre, le Ciel fut couvert. Le 21, la Comete passa par le méridien à  $6^h 45' 42''$ , & la différence de son passage à l'égard de l'étoile marquée  $\epsilon$  dans la constellation d'Aquarius fut de  $4' 16''$  de tems, dont la Comete étoit plus occidentale. L'ascension droite de l'étoile pour l'année 1723 est  $308^{\circ} 22' 15''$ ; donc celle de la Comete est de  $307^{\circ} 8' 15''$ . La hauteur méridienne de la Comete fut observée de  $30^{\circ} 7' 20''$ ; par conséquent sa vraie déclinaison est de  $11^{\circ} 4' 10''$  méridionale; d'où l'on a conclu sa longitude au  $6^{\circ} 44' 10''$  d'Aquarius, & sa latitude septentrionale de  $7^{\circ} 47' 40''$ .

Le 22 Octobre, la Comete passa par le méridien à  $6^h 37' 21''$ . Sa hauteur méridienne corrigée par la réfraction étoit de  $32^{\circ} 7' 0''$ ; l'étoile d'Aquarius marquée  $\epsilon$  passa par le méridien à  $6^h 46' 1''$ . D'où l'on calcule l'ascension droite de la Comete de  $306^{\circ} 2' 15''$ , & sa déclinaison méridionale de  $9^{\circ} 2' 50''$ . Sa longitude est donc au  $6^{\circ} 9' 25''$  d'Aquarius avec une latitude septentrionale de  $10^{\circ} 1' 15''$ .

Le 23, la différence du passage par le méridien, entre la Comete & la même étoile  $\epsilon$  d'Aquarius, fut observée de  $12' 6'$  de tems, dont la Comete étoit plus occidentale. La hauteur méridienne de la Comete, corrigée par la réfraction, étoit de  $33^{\circ} 45' 0''$ . Par cette observation, l'ascension droite de la Comete résulte de  $305^{\circ} 10' 45''$ , & sa déclinaison méridionale de  $7^{\circ} 24' 50''$ . Sur ces principes sa longitude tombe au  $5^{\circ} 42' 30''$  d'Aquarius, avec une latitude septentrionale de  $11^{\circ} 48' 30''$ .

Le 24, j'eus l'honneur de faire voir au Roi & à la Cour la Comete. Elle étoit en ligne droite avec l'étoile  $\epsilon$  d'Aquarius &  $\theta$  d'Antinoïs, & presque à égale distance de l'une à l'autre.

Le 25, la Comete ayant été observée avec une lunette de 10 pieds, montée sur la machine parallactique qui avoit à son foyer le micrometre dont nous avons parlé du commencement, passa par un cercle horaire à  $7^h 14' 2''$ , & par un cercle incliné de  $45$  degrés à  $7^h 14' 11''$  du côté du midi à l'égard du centre. La lunette ayant été fixe dans cette situation,



tion; on vit passer par la même ouverture deux petites étoiles de la septieme grandeur. La premiere passa par le même cercle horaire à  $7^h 40' 41''$ . La différence du passage entre la Comete & l'étoile précédente fut de  $26' 13''$ ; & à l'égard de la seconde, il fut de  $26' 39''$  de tems. La premiere étoile passa par le second côté incliné de  $45$  degrés à l'égard du cercle horaire à  $7^h 40' 59''$ . La seconde étoile y passa à  $7^h 41' 1'$ . Ces deux étoiles passerent par un parallele qui étoit plus septentrional que celui qui passoit par le centre de la machine, au lieu que la Comete passa du côté du midi; ainsi l'argument de la déclinaison en tems entre la Comete & la premiere étoile a été de  $53''$ . A l'égard de la seconde, elle étoit de  $29''$ . Ces deux petites étoiles sont de celles qu'on voit avec la lunette en grand nombre dans le Ciel, sans être visibles à l'œil; nous n'en avons pas pû déterminer la situation à l'égard des cercles de la sphere, à cause du tems peu favorable, c'est pourquoi la situation de la Comete reste indéterminée pour ce jour-là à l'égard des mêmes cercles.

Le 26 Octobre, la Comete ayant été observée avec la lunette de 10 pieds, elle passa par le centre du micrometre à  $6^h 30' 52''$ . Une étoile fixe de la sixieme grandeur, qui est située entre la constellation du Capricorne & celle d'Antinoüs, passa par le même cercle horaire à  $6^h 32' 21''$ , elle passa ensuite par le côté oblique à  $6^h 32' 34''$ ; ainsi la différence du passage fut de  $1' 29''$ , ce qui donne  $22' 15''$  de différence d'ascension droite; la différence du passage entre le perpendiculaire & l'oblique a été de  $13''$ , ce qui donne  $3'$  de différence de déclinaison, dont la Comete est plus méridionale. L'ascension droite de l'étoile par nos observations est  $303^\circ 49' 10''$ , sa déclinaison méridionale de  $3^\circ 46' 22''$ ; donc l'ascension droite de la Comete sera de  $303^\circ 26' 55''$ , & sa déclinaison méridionale de  $3^\circ 49' 22''$ ; d'ou l'on a calculé sa longitude au  $4^\circ 50' 20''$  d'Aquarius, avec une latitude septentrionale de  $15^\circ 42' 10''$ .

Le 27 Octobre, à  $6^h 52' 20''$ , la Comete passa par un cercle horaire, elle passa par l'oblique à  $6^h 53' 10'$ . Une

étoile de la sixieme grandeur passa par le même cercle horaire à  $7^h 2' 37''$ , & elle passa par l'oblique à  $7^h 3' 38''$ . Une seconde étoile de la septieme grandeur passa encore par le même cercle horaire à  $7^h 5' 6''$ , & par l'oblique à  $7^h 5' 43''$ . La Comete passa vers le septentrion à l'égard du centre du micrometre, & les deux étoiles passerent du côté du midi. La différence du passage entre la Comete & la premiere de ces deux étoiles se trouve de  $10' 17''$ , & l'argument de la déclinaison de  $1' 51''$ . Donc la différence d'ascension droite entre la Comete & la premiere étoile est de  $2^\circ 34' 15''$ , & la différence de la déclinaison est  $27' 45''$ , dont la Comete est plus septentrionale. Suivant nos observations, l'ascension droite de l'étoile étant de  $305^\circ 37' 14''$ , celle de la Comete sera de  $303^\circ 3' 0''$ . La déclinaison de l'étoile est de  $3^\circ 28' 31''$  méridionale; donc celle de la Comete est  $3^\circ 0' 46''$ ; d'où l'on a calculé sa longitude au  $4^\circ 37' 30''$  d'Aquarius, avec une latitude septentrionale de  $16^\circ 34' 50''$ .

Le 28 Octobre, à  $8^h 38' 57''$ , la Comete arriva au cercle horaire, elle arriva à l'oblique à  $8^h 40' 0''$ ; à  $8^h 52' 16''$  une étoile de la sixieme grandeur passa par le même cercle horaire, & à  $8^h 52' 24''$  elle passa par l'oblique. La Comete & l'étoile passerent du même côté à l'égard du centre du micrometre. Donc la différence du passage entre la Comete & l'étoile a été de  $13' 19''$ , qui font  $3^\circ 20'$ , & la différence de déclinaison est  $13' 40''$ , dont la Comete est plus méridionale que l'étoile. L'ascension droite de l'étoile, par notre catalogue, est  $306^\circ 3' 29''$ ; donc l'ascension droite de la Comete sera  $302^\circ 43' 29''$ . La déclinaison de l'étoile est  $2^\circ 1' 7''$  méridionale; donc celle de la Comete est  $2^\circ 14' 45''$ ; donc sa longitude est au  $4^\circ 28' 40''$  d'Aquarius, avec une latitude septentrionale de  $17^\circ 24'$ .

Le 29 Octobre, à  $7^h 1' 37''$ , la Comete arriva au cercle horaire, à  $7^h 2' 16''$  à l'oblique; une étoile de la sixieme grandeur arriva au cercle horaire à  $7^h 16' 0''$ , & au cercle oblique à  $7^h 17' 1''$ . La Comete passa du côté du midi à l'égard du centre de l'instrument, & l'étoile vers le septentrion. La

différence du passage, convertie en parties du parallèle, donne  $3^{\circ} 36' 0''$ , & la différence de déclinaison, convertie en parties d'un grand cercle, donne  $0^{\circ} 26' 15''$ . L'ascension droite de l'étoile, à laquelle on a comparé la Comète ce jour-là, est de  $306^{\circ} 3' 30''$ , & sa déclinaison méridionale est  $2^{\circ} 1' 7''$ ; donc l'ascension droite de la Comète est  $302^{\circ} 27' 30''$ , & sa déclinaison  $1^{\circ} 34' 52''$ . D'où l'on calcule sa longitude au  $4^{\circ} 21' 50''$  d'Aquarius, avec une latitude septentrionale de  $18^{\circ} 6' 30''$ .

Le 30 & 31 Octobre le Ciel fut couvert.

Le premier Novembre, à  $8^h 15' 29''$ , la Comète passa par le cercle horaire de la lunette de 10 pieds; elle passa par le côté oblique du micromètre & vers le septentrion à l'égard du centre à  $8^h 16' 20''$ ; à  $8^h 33' 32''$  l'étoile fixe la plus septentrionale des trois qui sont en ligne droite au-dessus de la tête du Capricorne, passa par le même cercle horaire; à  $8^h 34' 15''$ , la même étoile passa par l'oblique du côté méridional. La différence du passage entre la Comète & l'étoile, est de  $18' 2''$  de tems, qui font  $4^{\circ} 31' 34''$ ; l'argument de déclinaison est  $1' 35''$ , qui font  $0^{\circ} 23' 50''$  de grand cercle; l'ascension droite de l'étoile par nos observations est  $306^{\circ} 21' 0''$ , & sa déclinaison australe est  $0^{\circ} 26' 18''$ . Donc l'ascension droite de la Comète est  $301^{\circ} 49' 36''$ , & sa déclinaison australe  $0^{\circ} 2' 28''$ . On trouve la même détermination de la Comète par la comparaison que nous en avons faite la même nuit avec une autre étoile. La longitude de la Comète sera donc au  $4^{\circ} 5' 10''$  d'Aquarius, & sa latitude septentrionale  $19^{\circ} 44' 45''$ .

Le 2 Novembre nous déterminâmes la situation de la Comète en la comparant avec  $\eta$  d'Antinoüs, & avec la même étoile à l'égard de laquelle nous déterminâmes le jour précédent, & ces deux déterminations s'accordent à donner l'ascension droite à 3 minutes près, & donnent précisément la même déclinaison. A  $7^h 39' 8''$   $\eta$  d'Antinoüs passa par le cercle horaire, la Comète y passa à  $8^h 7' 15''$ ; donc la différence du passage est  $28' 7''$ . La différence de déclinaison est  $0' 11''$  de tems, qui font  $0^{\circ} 2' 45''$ , donc la Comète étoit plus



372 MEMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE  
méridionale. L'ascension droite de l'étoile est  $294^{\circ} 33' 34''$  ;  
donc celle de la Comete étoit  $301^{\circ} 26' 19''$ . La déclinaison  
de l'étoile est  $0^{\circ} 20' 35''$  septentrionale ; donc celle de la Co-  
mete  $0^{\circ} 23' 20''$  septentrionale ; & par conséquent sa longi-  
tude au  $4^{\circ} 0' 50''$  d'Aquarius , & sa latitude septentrionale  
 $20^{\circ} 12' 10''$ .

Le 3 Novembre au soir , le Ciel fut couvert.

Le 4 , à  $6^h 40'$  , la Comete vûe avec la lunette de 10 pieds ,  
étoit en ligne droite avec deux petites étoiles qui paroissoient  
dans la même ouverture de la lunette , elle en étoit plus mé-  
ridionale , & éloignée de celle qui en étoit plus proche , de la  
moitié de l'intervalle qu'il y avoit entre les deux étoiles.

Le même jour , à  $7^h 22' 25''$  , l'étoile plus septentrionale  
de ces deux , à l'égard desquelles se trouvoit la Comete , passa  
par un cercle horaire ; la Comete y passa à  $7^h 23' 10''$  ; donc  
la différence du passage est de  $45''$  , ce qui donne  $11' 15''$  de  
degré de différence d'ascension droite , dont la Comete étoit  
plus occidentale. La même étoile passa par l'oblique à  $7^h 23'$   
 $15''$  du côté du septentrion à l'égard du centre , & la Comete ,  
à l'égard du même centre , passa par l'oblique à  $7^h 23' 46''$  ;  
d'où il résulte que l'argument de déclinaison , entre l'étoile &  
la Comete , est  $1' 26''$ . Nous avons trouvé par deux fois dif-  
férentes , les mêmes nombres , tant dans la différence d'ascen-  
sion droite , que dans celle de la déclinaison. Nous ne pûmes  
pas déterminer ce jour-là la situation de cette étoile , qui n'étoit  
pas connue , pour trouver celle de la Comete , & nous n'eûmes  
le tems favorable pour le faire que le 30 Novembre & le  
premier Décembre , auxquels jours nous comparâmes ces deux  
étoiles où la Comete s'étoit trouvée le 4 Novembre , avec la  
marquée  $\gamma$  , dans la constellation du poisson , dont la situation  
est connue. La plus claire de ces deux étoiles , auxquelles nous  
avons comparé la Comete , passa par un cercle horaire  $2^h 44'$   
 $36''$  avant que la marquée  $\gamma$  & la différence de déclinaison en  
tems fut trouvée de  $1' 54''$ . Par nos observations , l'ascen-  
sion droite de l'étoile  $\gamma$  du poisson pour la fin de l'année  
1723 est  $345^{\circ} 45' 10''$  , & sa déclinaison septentrionale  $18$



47' 40" On trouve donc l'ascension droite de la Comete pour le 4 Novembre à  $7^h 23'$  de  $301^{\circ} 21' 20''$ , & sa déclinaison septentrionale de  $1^{\circ} 2' 40''$ ; d'où l'on calcule sa longitude au  $3^{\circ} 51' 0''$  d'Aquarius, avec une latitude septentrionale de  $20^{\circ} 54' 50''$ .

Le 5 Novembre, le Ciel ne fut découvert qu'autant de tems qu'il étoit nécessaire pour déterminer la situation de la Comete. Elle se trouva avec les mêmes étoiles où elle avoit été le jour précédent : mais son mouvement l'avoit portée au milieu des deux, au lieu que le jour précédent elle en étoit plus méridionale. A  $6^h 27' 6''$ , l'étoile passa par un cercle horaire; à  $6^h 27' 20''$ , la Comete passa par le même cercle; donc la différence du passage est de 14 secondes de tems. La fixe passa par l'oblique à  $6^h 27' 30''$ , & la Comete y passa ensuite du même côté, à l'égard du centre, à  $6^h 28' 0''$ ; donc la différence de déclinaison en tems est de 16 secondes, dont la Comete est plus méridionale, ce qui donne 4' de degré. L'ascension droite de l'étoile est  $301^{\circ} 10' 20''$ , & sa déclinaison  $1^{\circ} 23' 55''$ , ainsi qu'on l'a trouvée ci-dessus. Donc l'ascension droite de la Comete est  $301^{\circ} 13' 50''$ , & sa déclinaison  $1^{\circ} 19' 55''$ ; d'où l'on calcule sa longitude au  $3^{\circ} 47' 0''$  d'Aquarius avec une latitude septentrionale de  $21^{\circ} 13' 20''$ . Cette observation est la dernière que nous en avons pu faire, à cause que le Ciel n'a pas été favorable dans la suite pour en déterminer sa situation. Au reste, la plupart de ces observations, faites avec le micrometre, ont été répétées plus d'une fois dans la même nuit, pour vérifier les unes par les autres.

On a appris par des lettres de Cayenne, Isle de l'Amérique méridionale, qu'on y avoit apperçu la Comete quelques jours avant qu'on l'ait pu voir en Europe. M. d'Orvilliers, gouverneur de l'Isle, a fait sçavoir à M. de Valincour, par une lettre du 17 Octobre, que le P. Croffat Jésuite, lui avoit fait voir une nouvelle étoile le 15 du même mois; qu'elle se trouva ce jour-là à 7 heures du soir avec les étoiles de la grue; le 16, à la même heure, elle étoit sur la tête de la

grue; qu'on l'avoit vûe peu de jours auparavant proche de la belle étoile Canopus, & qu'elle avoit un grand mouvement. Il ajoute qu'elle est nébuleuse, avec une queue tournée à l'est, qui occupoit dans le Ciel un espace égal à celui que les étoiles font dans une demi-heure, ce qui seroit 7 degrés pour sa longueur. Par une lettre du même P. Crostat, écrite au P. Gouye, en date du 28 Octobre, il marque que le 15 il avoit observé une nouvelle étoile, semblable à celles de la troisième grandeur; qu'elle se trouva le même jour au milieu de la constellation de la grue; que le 16 elle étoit un peu au-dessus de la tête; le 17, elle étoit assez proche du Capricorne; le 18, elle étoit dans la constellation du Capricorne. Il ajoute qu'ayant été indisposé depuis ce jour-là jusqu'au 27 du même mois, il ne put plus l'apercevoir le jour du 27, quelque attention qu'il y fit, à moins que ce ne fût une petite étoile qu'il vit proche de la constellation de l'Aigle.

Ces observations de Cayenne se rencontrent précisément dans la route que nous avons marqué dans le Mémoire du mois de Novembre que la Comete devoit avoir faite avant qu'elle parût en Europe; car nous remarquâmes qu'elle devoit avoir passé proche de Canopus, ensuite par la partie la plus méridionale de la constellation du phenix, qu'elle devoit avoir traversé la constellation de la grue, avoir passé par son bec, ensuite sur la queue du poisson méridional, & de-là dans le Capricorne, où nous l'observâmes.

Nous remarquâmes encore dans ce Mémoire, que le péri-gée de la Comete étoit éloigné de 57° 16' de l'observation que nous en fîmes le 18 Octobre, & qu'ayant porté cet intervalle sur cette route, le péri-gée se rencontroit proche des étoiles les plus australes de la constellation du phenix: ainsi lorsqu'en Cayenne elle fut vûe proche du Canopus, elle n'étoit pas encore arrivée à ce point où elle a été plus proche de la terre, quoiqu'elle en fût fort proche, & elle y arriva par la théorie le 14 Octobre. Cette théorie que nous en formâmes alors, représente jour par jour, non-seulement les observations de Cayenne, qui n'ont pû être faites qu'à la vûe & sans aide

des instrumens , mais encore celles que nous avons faites , à quelques minutes près.

Le 15 Octobre , qui est le premier jour qu'on ait remarqué la situation de la Comete à Cayenne à 7 heures , qui sont  $10^h 42'$  à Paris , la théorie donne pour ce jour-là sa distance , à l'égard de l'observation que nous en fîmes le 18 , de  $41^{\circ} 10'$ . Cette distance ayant été portée sur la route de la Comete , tracée sur le globe , la représente presque au milieu de deux étoiles sur le corps de la grue comme par l'observation de Cayenne.

Par la théorie , la distance entre notre observation du 18 & celle du 16 , est  $29^{\circ} 40'$ . Cette distance , prise comme auparavant , représente la Comete un peu au-dessus du bec de la grue , où elle fut observée à Cayenne le soir du 16 Octobre. Elle parcourut donc , entre le 15 & 16 , un arc du grand cercle de  $11^{\circ} 40'$ .

Le 17 , on vit à Cayenne la Comete assez proche du Capricorne : mais comme cette observation est moins déterminée que les précédentes , & que d'ailleurs nous en avons une autre fort exacte du même jour , nous employerons celle-ci pour la comparer avec la théorie. M. Bianchini , Prélat du Pape , étant à Albano , proche de Rome , vit ce jour-là la Comete. Elle avoit une queue fort petite , tournée à l'Orient , qui se voyoit à la vûe simple , mais qui dispaeroissoit lorsqu'on regardoit la Comete avec la lunette ; on voyoit cependant avec la même lunette de 16 pieds une grande chevelure ou atmosphere au milieu de laquelle il y avoit une lumiere plus vive , semblable aux étoiles les plus petites , qui , suivant toute apparence , étoit le corps de la Comete.

Pour déterminer la situation de la Comete avec précision , M. Bianchini trouva les mêmes difficultés que nous ; car lorsqu'il voulut éclairer la lunette pour avoir les fils qui sont à son foyer , le degré de lumiere qui étoit nécessaire pour les voir effaçoit la Comete. Il prit cependant le passage par le méridien à  $7^h 44' 0''$  , & sa distance au zenit de  $69^{\circ} 29'$  environ ; ensuite à  $8^h 11' 30''$  il prit la distance de la Comete



à Phumahant de  $20^{\circ} 33'$  environ, & à  $8^h 17' 30''$  sa distance à l'égard de l'étoile marquée  $\beta$  dans Aquarius, de  $21^{\circ} 8' 0''$ . Par les observations faites au méridien, on trouve l'ascension droite de la Comete de  $317^{\circ} 54' 20''$ , sa déclinaison méridionale de  $27^{\circ} 58'$ , sa longitude au  $11^{\circ} 54'$  d'Aquarius avec une latitude méridionale de  $11^{\circ} 10'$ . Sur ces principes, nous avons calculé que le mouvement de la Comete sur son orbite, à l'égard de l'observation que nous en fîmes le jour suivant, est de  $7^{\circ} 35'$ . La théorie donne ce mouvement de  $7^{\circ} 28'$ ; la différence de 7 minutes entre la théorie & l'observation n'est pas considérable, si l'on considère la difficulté qu'il y avoit de bien déterminer la situation de la Comete avec les instruments. Le mouvement journalier de la Comete, entre le 15 & le 16, fut donc un peu plus de 15 degrés, entre le 16 & le 17 il est de  $10^{\circ} 40'$ , & entre le 17 & le 18 il résulte de  $7^{\circ} 35'$ ; d'où l'on voit qu'il diminuoit considérablement d'un jour à l'autre.

Ayant pris pour époque de son mouvement notre première observation du 18, par le moyen de la longitude & de la latitude de la Comete déterminée les autres jours, de la manière que nous l'avons rapportée auparavant, nous avons calculé le mouvement qu'elle a fait jour par jour sur son propre cercle, & nous l'avons comparé avec celui qui résulte pour les mêmes jours des hypothèses que nous en avons formées. Ainsi, entre le 18 & le 19, le mouvement de la Comete par l'observation est de  $5^{\circ} 5'$ ; on le trouve par l'hypothèse de  $5^{\circ} 10'$ , avec une différence de 5 minutes. Entre le 18 & le 21, l'observation fait voir que le mouvement a été en trois jours de  $12^{\circ} 7'$ ; l'hypothèse le donne de  $12^{\circ} 10'$ , à 3 minutes près de l'observation.

On calcule que le mouvement de la Comete, depuis le 18 jusqu'au 22 par l'observation, a été de  $14^{\circ} 19'$ ; par l'hypothèse on le trouve entre les mêmes jours de  $14^{\circ} 21'$ , avec une différence de 2 minutes. Depuis le 18 jusqu'au 23, le mouvement est de  $16^{\circ} 10'$ , par l'hypothèse il est de  $16^{\circ} 13'$ . Entre le 18 & le 26 par l'observation, la Comete a parcouru  
un



un arc de  $20^{\circ} 14'$  ; l'hypothese lui en donne  $20^{\circ} 15'$  , à une minute près de l'observation. En dix jours , compris entre le 18 & le 28 , le mouvement qui résulte des observations est  $21^{\circ} 53'$  ; celui qui vient de l'hypothese est  $22^{\circ} 1'$  , à 8 minutes près l'un de l'autre. Entre le 18 & le 29 par l'observation , l'arc parcouru par la Comete est de  $22^{\circ} 35'$  ; par l'hypothese , il est en même tems de  $22^{\circ} 40'$  , à 5 minutes près. Depuis le 18 Octobre jusqu'au premier Novembre il est de  $24^{\circ} 16'$  , à deux minutes près de l'hypothese , qui donne cet intervalle de  $24^{\circ} 18'$  . Entre le 18 Octobre & le 2 Novembre par l'observation , l'arc parcouru est de  $24^{\circ} 42'$  ; par l'hypothese  $24^{\circ} 40'$  , avec une différence de deux minutes. Entre le 18 & le 4 Novembre il est de  $25^{\circ} 26'$  par l'observation ; par le calcul il est  $25^{\circ} 28'$  , avec une différence de 2 minutes. Enfin entre le 18 Octobre & le 5 Novembre , qui est la dernière observation que nous en avons pû faire à cause des nuages , le mouvement est de  $25^{\circ} 49'$  , à une minute près du calcul , qui donne cette distance de  $25^{\circ} 48'$  .

Il paroît par cette comparaison , que l'hypothese que nous avons formée du mouvement de la Comete sur nos premières observations , ne s'en éloigne que deux ou trois fois de 6 à 7 minutes , & qu'elle s'y accorde le plus souvent à deux ou trois minutes près.

Suivant l'idée que nous avons des Cometes , si l'on suppose que celle-ci , avant que d'arriver à son périégée , ait décrit une portion de cercle à-peu-près égale à celle qu'elle a parcouru après l'avoir passé , & qu'à distances égales du périégée , son mouvement ait accéléré avec les mêmes degrés de vitesse qu'il a diminué , comme l'on suppose que font les Cometes ; on trouvera que vers le 22 Septembre , lorsqu'elle a dû être autant éloignée du périégée avant que d'y être arrivée , qu'elle en étoit dans nos dernières observations après l'avoir passé , elle devoit être située entre les étoiles qui sont dans l'antenne du navire & celles de la tête du grand chien ; que de-là elle a dû passer proche des étoiles qui sont sur les cuisses postérieures du même chien , ensuite sur la queue de la dorade ,

entre la tête de l'hydre & Canopus, où l'on a commencé de voir en Cayenné, d'où elle a continué le chemin que nous avons marqué dans les observations précédentes sur les constellations de la grue, du Capricorne & d'Aquarius.

Cette situation qu'aura eu la Comete au mois de Septembre, étant occidentale à l'égard du soleil qui étoit dans le signe de la balance, fait conjecturer qu'en ce tems-là elle auroit pu être visible le matin, un peu avant le crépuscule, & comme son mouvement rétrograde qui accéléroit continuellement, la portoit du côté d'occident avec une grande déclinaison vers le midi, elle aura été opposée en longitude avec le soleil le 13 Octobre, & en ascension droite le 14 Octobre, le jour même qu'elle arriva à son périégée, ainsi que nous l'avons trouvé par les calculs. De-là ayant continué sa route, qui est dirigée toujours vers l'occident, mais avec une direction contraire à celle qu'elle avoit eu jusqu'alors, c'est-à-dire, vers le septentrion, elle s'est trouvée à l'occident, à l'égard du soleil qui étoit sur la fin de la Balance, ce qui l'a rendu visible le soir; elle aura donc pu être visible successivement le matin, toute la nuit & le soir. Les Planetes supérieures font des apparences semblables; car on commence de les voir le matin dans le crépuscule, ensuite toute la nuit, lorsqu'elles sont en opposition, & après le soir.

La comete a eu encore cette particularité de commun avec les Planetes supérieures, qu'elle est arrivée à son périégée, lorsqu'elle étoit fort proche de son opposition avec le soleil, ce qui est arrivé à l'égard de quelques autres Cometes: mais il y a cette différence entre le mouvement de la Comete & celui des Planetes supérieures, que les Planetes ne disparaissent le soir que plus de six mois après qu'elles ont commencé de paroître le matin, au lieu que la Comete a fait ces apparences en moins de trois mois. Outre cela les Planetes ne commencent de paroître le matin que parce qu'elles sortent des rayons du soleil qui s'en éloigne tous les jours vers l'orient, & ne cessent de paroître le soir que parce qu'elles se plongent dans les rayons du soleil qui le rejoint; au lieu que la Comete

n'aura commencé de paroître qu'à cause qu'elle approchoit de la terre, & elle n'a disparu qu'à cause de son grand éloignement, l'une & l'autre apparence s'étant faite lorsqu'elle étoit fort éloignée des rayons du soleil.

Mais quand on auroit aperçu la Comete sur la fin de Septembre au matin, on n'en auroit pas pû continuer à Paris les observations entre le 10 & le 17 d'Octobre, lorsqu'elle étoit plus proche de son périégée, & par conséquent plus grande, & que son mouvement étoit plus rapide, parce que la partie de son orbite qu'elle a décrite dans ces sept ou huit jours reste sous notre horison, & par conséquent invisible. Dans les autres pays plus méridionaux, elle aura été cachée moins de tems qu'à Paris, à proportion qu'ils sont plus vers le midi, jusqu'à ce que sur le trentieme degré de latitude on lui aura vû raser l'horison pendant deux nuits, supposé que les vapeurs n'ayent point empêché de l'appercevoir. Pour ce qui est des autres pays qui ont moins de latitude que 30 degrés, elle aura pû être vûe toujours sur l'horison. Ce sont ces pays qui l'auront pû voir successivement en différens tems, le matin, toute la nuit & le soir. Cette diversité d'apparences qu'a dû faire la Comete, à l'égard de différens pays, dépend de la situation du cercle qu'elle a décrit dans le ciel à l'égard des poles du monde, & de l'équinoxial.



# NOUVELLES EXPERIENCES S U R

## QUELQUES ESPECES DE VERRE

*dont on fait des bouteilles.*

Par M. GEOFFROY le Cadet.

**I**L semble que le verre étant le dernier état où certaines matières puissent être réduites par la violence du feu, devroit soutenir uniformément les mêmes épreuves, sur-tout quand la composition & la fabrique en sont à-peu-près égales.

J'ai pourtant expérimenté le contraire dans l'examen que j'ai fait de certaines bouteilles défectueuses sur lesquelles j'ai tenté différens essais, que j'ai répétés ensuite sur toutes les autres especes de verre pour en faire la comparaison.

On sçait que la grande consommation qui se fait depuis quelques années des bouteilles de verre fort, qu'on nomme vulgairement *Carafons*, a donné lieu à l'établissement de nouvelles verreries.

Il s'en est établi par différentes personnes dans les lieux où les bois étant en abondance, ne pouvoient être employés à un meilleur usage, faute de moyens pour les transporter ailleurs.

Mais l'avantage des bois, quoique l'objet principal pour l'établissement d'une verrerie, n'est pas toujours suffisant pour la faire réussir.

Il faut ou trouver sur les lieux, ou pouvoir faire venir commodément d'ailleurs des terres propres à la construction des fourneaux, & ce qui est encore plus difficile, des glaises de nature à résister à la violence du feu, pour faire les pots ou creusets; sans quoi, ou les ouvrages sont imparfaits, ou les frais deviennent trop grands.

Il faut de plus avoir un terrain dont on puisse tirer un sable convenable, qui fondu avec des cendres, produise un bon



verre, capable de résister aux efforts du vin, quelque violent qu'il soit, sans lui causer aucune altération.

Faute de ces commodités, nous avons vû tomber des verreries, parce que les carafons qui en sortoient ne pouvoient être d'aucun usage, soit parce que le verre avoit trop peu de résistance, soit parce qu'il altéroit le vin, & le gâtoit à la longue & quelquefois très-promptement.

J'ai eu lieu d'examiner, il n'y a pas long-tems, des bouteilles qui avoient ce dernier défaut, où le vin s'altéroit en moins de six heures.

Un Seigneur de nom ayant établi une verrerie dans une de ses terres en Nivernois, où il y a des bois en quantité, après avoir pris toutes les précautions qu'il croyoit nécessaires pour la faire réussir, sans rien épargner ni pour les ouvriers ni pour le reste, fut fort surpris de voir que les carafons de sa verrerie avoient tous le défaut de gâter le vin presque sur le champ.

Le même inconvénient étoit arrivé aux carafons d'une verrerie du même canton, qui avoit été établie par les Chartreux d'Aponay ; défaut dont ce Seigneur n'avoit point de connoissance, lors de l'établissement de la sienne, parce qu'il s'étoit passé un tems considérable, avant que le débit s'en fût fait, & que le défaut eût été pleinement reconnu.

Quelques personnes de l'Académie furent consultées sur cet inconvénient, le défaut fut prouvé : mais comme on ne leur donnoit point d'instructions suffisantes sur la fabrique de ce verre, & sur les matieres qui entroient dans sa composition, on n'en pût découvrir la cause.

L'opinion vulgaire du pays, & qui n'a que trop de cours dans les provinces, sur-tout parmi le petit peuple, étoit qu'on avoit jetté un sort sur cette verrerie. On sentoît bien que rien n'ayant été épargné, il devoit y avoir de la mal-façon, & on soupçonna qu'elle pouvoit venir d'un Gentilhomme verrier qui avoit eu la direction de la verrerie des Chartreux d'Aponay, & qui se faisoit fort de rendre de bons carafons, si on vouloit lui donner la direction de cette verrerie nouvellement établie.

Ce qui confirmoit ces soupçons , c'est que ce verrier étant allé travailler à cette nouvelle verrerie , fit des bouteilles qui parurent n'être point sujettes à gâter le vin , quoiqu'en effet le verre n'en fût guere meilleur , comme je le montrerai dans la suite.

La mauvaise qualité de ces bouteilles étant reconnue , on présenta un mémoire au Conseil , qui me fût renvoyé par M. le Comte d'Argenson , alors Lieutenant-général de Police , Commissaire nommé par la Cour pour la connoissance de cette affaire.

Il nous fut impossible de tirer aucun éclaircissement valable ni du mémoire ni des interrogations faites au Gentilhomme verrier.

Les compositions paroissent les mêmes que celles qu'on employe dans toutes les autres verreries à carafons. La fabrique en étoit aussi la même. Il auroit fallu être sur les lieux , pour examiner les matieres avant qu'on les employât , ou les avoir ici à la main pour en faire des essais chymiques. Le verre considéré tout seul , ne paroissoit point pouvoir donner par lui même aucune lumiere qui menât à la connoissance du principe de ce défaut.

Cependant n'ayant point d'autre ressource pour en venir à bout , j'ai traité ce verre de tant de manieres différentes , que je crois être parvenu à porter un jugement solide sur le caractere particulier qui le distingue des autres.

Je vais rendre compte des essais que j'ai tentés , & des observations que j'ai faites sur le verre des carafons , tant de cette verrerie que de celle des Chartreux d'Aponay , comparé non-seulement avec le verre des carafons des autres verreries , mais même avec toute autre espece de verre , pour en découvrir les défauts ou les bonnes qualités.

J'ai commencé par mettre du vin dans des carafons défectueux. Il s'est obscurci & altéré peu-à-peu ; dans quelques-uns plutôt , & dans les autres plus tard. J'en ai laissé en expérience pendant trois mois. Au bout de ce tems ayant vuide une de ces bouteilles , en versant par inclination , j'ai trouvé

que ce vin s'étoit déchargé de couleur, & avoit contracté un goût de vin poussé, mêlé d'un peu de fadeur. Il avoit déposé au fond de la bouteille une sorte de limon épais, qui enduisoit le fond & les parois de la bouteille. Outre ce limon, ces mêmes parois étoient hérissées de petits cristaux verts & transparents, pareils à ceux que le vin de Champagne dépose, lorsqu'on l'a gardé en bouteilles. Ces petits grains sont pris pour du sable par ceux qui n'y prennent pas garde de si près : mais c'est effectivement un tartre qui s'est séparé du vin. J'ai ramassé séparément de cette lie & de ce tartre. J'ai brûlé de cette lie, qui n'a répandu aucune odeur de tartre, mais seulement quelque chose de volatile. La cendre en est brune, & ne blanchit presque point. Pour les cristaux ils se boursoufflent en brûlant, & répandent une odeur de tartre. Les cendres de ces petits cristaux blanchissent & contiennent une plus grande quantité de terre que le tartre n'en porte d'ordinaire.

Le vin n'ayant point été gardé à la cave pendant tout le temps qu'il a travaillé sur ce verre, auroit dû s'aigrir, s'il avoit eu à souffrir quelque altération par lui-même, comme on le voit tourner à l'aigre, lorsqu'on le tient dans un endroit médiocrement chaud. Ainsi ce défaut particulier n'est venu que de la mauvaise qualité des bouteilles ; car l'acide du vin a rongé les petites parties du verre les plus faciles à entamer, & s'étant uni avec elles, il s'en est formé à la longue des cristaux verdâtres de figures très-irrégulières & d'un goût insipide.

Une preuve de ce que j'ai avancé, c'est que le verre est cavé & gravé dans certains endroits, pendant que d'autres parties sont relevées, & comme épargnées par l'acide.

Cette espèce de gravure représente quelquefois des figures que l'on peut comparer à des écailles de poissons.

*Voyez la Figure première.*

Il y a des bouteilles de la verrerie d'Aponay où le séjour du vin a tracé des figures assez régulières. Ce sont des cercles bien distincts, ouvragés en façon de rosette, ou des assemblages de portions de cercles différemment rangées, qu'il est plus aisé de faire connoître par la figure que par la description.

*Voyez la Figure 2.*

En mettant tremper des morceaux de ce verre dans le vin,

le vinaigre, l'huile de vitriol, j'ai remarqué que ces liqueurs les attaquent par les petits pores ou les petites bulles qui sont les plus proches de la superficie.

L'huile de tartre m'a paru mordre un peu dessus, en le rendant un peu plus rude à la surface.

L'eau commune ni l'eau de vie ne paroissent point l'altérer.

Pour parvenir à connoître plus particulièrement la nature de ces petits cristaux tartareux, & de cette lie dont j'ai parlé, voici les essais auxquels j'ai eu recours.

J'ai mis de ces cristaux sur des charbons allumés, ils y ont répandu une odeur de tartre, s'y sont boursoufflés, & y ont formé une espece de charbon.

J'ai jetté de ce charbon dans de l'esprit de nitre, il y a fermenté & déposé une terre brune fort légère.

J'ai jetté de ces mêmes cristaux dans de l'huile de vitriol, ils ont eu peine à s'y dissoudre, & ont épaissi la liqueur. J'ai noyé le tout dans de l'eau, il s'est précipité une terre comme dans l'essai précédent.

L'esprit de nitre a dissout ces cristaux sans fermentation ni chaleur sensible. La dissolution est devenue grasse comme le seroit du beure d'antimoine résout, & d'une couleur tirant sur le brun.

Ayant fait évaporer cet esprit de nitre, il a donné un sel gras, beau & léger. Je l'ai mis sur le charbon, il s'y est boursoufflé comme de l'alun & allumé comme une mèche, en fusant. Il est enfin resté une terre grise & légère, qui rejetée dans l'esprit de nitre, y a fermenté de nouveau, & s'y est dissoute, en donnant à la liqueur une couleur brune.

Ces mêmes cristaux, jetés dans de l'esprit de sel, s'y sont dissous comme dans l'esprit de nitre, avec cette différence que la couleur est devenue plus rougeâtre. J'ai évaporé cette dissolution, qui a fourni un sel pareil à celui de l'essai précédent. Ce sel étant mis sur le charbon, s'y est brûé de même, mais il n'a ni fusé ni décrépit. En versant de l'esprit de sel dessus, il a fermenté de nouveau.

Après



Après ces essais, j'ai traité ces cristaux tartareux & cette lie desséchée comme on traite les mines; c'est-à-dire, que j'ai mis l'une & l'autre de ces matieres dans des creusets avec des sels fondants, pour voir si elles ne contiendroient point quelque chose de métallique qui pût se réduire: mais il n'en a résulté qu'une matiere sulphureuse qui a fermenté long-tems, sans rien donner de métallique; il a seulement paru à la surface du sel fondu une couleur jaune soufrée, qui provenoit de la partie terreuse de ces matieres.

Voilà ce qui est provenu de l'examen que j'ai fait des matieres que dépose ce mauvais verre. J'ai tourné ensuite mes essais sur le verre même. J'en ai fait pulvériser dans un mortier de fer; puis avec une lame aimantée j'en ai retiré tout le fer que le verre avoit pû détacher du mortier. J'ai jetté ce verre pilé dans de l'esprit de nitre, cette poudre y a fermenté considérablement, le mélange s'est échauffé très-fort, & a jetté des vapeurs rougeâtres & fétides comme dans la dissolution des matieres métalliques.

En traitant de la même maniere du verre de toute autre verrerie, reconnu pour bon, j'ai remarqué que l'esprit de nitre n'a produit ni effervescence, ni même de chaleur, de quelques bouteilles que j'aye pû employer le verre après l'avoir réduit en poudre.

J'ai voulu voir ce que produit par le même essai le verre des bouteilles de la nouvelle verrerie qui passoient pour ne point gâter le vin, celui des bouteilles des Chartreux d'Aponay. J'ai trouvé que l'un & l'autre de ces verres mis en poudre, ne tiennent point non plus à l'esprit de nitre avec lequel ils fermentent, comme celui dont j'ai parlé plus haut. J'avois eu la précaution de faire piler de ces deux verres dans un mortier de porphyre avec un pilon de verre, & ils ont tous produit le même effet.

Voilà donc une sorte de verre qui étant réduit en poudre fermente avec l'esprit de nitre aussi facilement qu'une matiere métallique; c'est ce qui n'arrive point aux dissolutions des matieres purement absorbantes. En effet ayant pris de la poudre

de corail bien nettoyée des particules du fer qu'elle avoit pû contracter du mortier , & l'ayant jettée dans l'esprit de nitre , la dissolution s'en est faite tout autrement , n'ayant produit qu'une légère chaleur avec de simples vapeurs blanches.

Après quelques heures , j'ai apperçû que l'esprit qui furnageoit le verre en poudre étoit devenu épais & comme mucilagineux. L'esprit acide travailloit alors facilement sur la poudre , & vingt-quatre heures après , tous mes essais m'ont présenté une matiere visqueuse , à peu-près comme une colle de poisson qu'on a fait détrempier , mais qui est encore trop épaisse. J'ai versé de l'eau sur ce mucilage qu'elle a dissout , & a précipité un reste de verre qui n'avoit point été attaqué , faute d'une suffisante quantité d'acide. En effet , de nouvel esprit de nitre , versé dessus , l'a détruit totalement , mais sans apparence de fermentation.

Cette dissolution de verre a un goût légèrement styptique , un peu amer , comme les dissolutions terreuses ont coutûme de l'acquérir.

L'action subite de l'acide du nitre sur ce verre pilé m'a d'abord surpris , d'autant que l'huile de vitriol n'avoit attaqué que légèrement les morceaux de verre que j'y avois fait tremper. Cela m'a donné la curiosité d'essayer ce que l'esprit de nitre produiroit sur des fragments de ce mauvais verre , en les y mettant tremper , comme j'en avois mis dans l'huile de vitriol la plus forte sans beaucoup de succès. Je n'ai pas été peu surpris de voir qu'en moins d'une heure , sans le secours d'aucune chaleur étrangere , les fragments ont pris d'abord une couleur blanchâtre , & se sont ramollis aussi facilement que de la colle forte que l'on met tremper dans de l'eau chaude.

Voyez la  
Fig. 3. A.

Ce verre s'est donc renflé peu-à-peu dans l'esprit de nitre , & a formé en se gonflant un corps blanchâtre de figure irrégulière , dans lequel la liqueur a pénétré quelquefois jusqu'au centre , en a détruit la tissure , & l'a divisé en plusieurs lames d'une consistance mucilagineuse. Dans certains essais l'esprit est devenu lui-même mucilagineux , & s'est figé comme une

gelée. l'Esprit de sel mord sur ce verre de la même maniere que l'esprit de nitre, mais plus lentement. Le mucilage qu'il produit est plus solide, conservant la couleur jaune de l'esprit de sel.

Sur ce que j'avois remarqué que l'huile de vitriol ne faisoit que glisser sur ce verre sans le mouiller, je jugeai qu'en détrempant ou étendant ses sels, je pourrois leur donner plus d'action. En effet, affoiblissant l'huile de vitriol avec huit ou dix fois autant d'eau, j'ai vû dans le moment le verre qui étoit dans cette huile, commencer peu-à-peu à se feuillerer à s'hériffer & à fleurir en blanc, avec quelque légère fermentation. Le verre s'est ensuite gonflé, séparé, & pour ainsi dire, crevassé en plusieurs petites masses blanches comme du lait, & de figures irrégulieres, que je ne puis mieux comparer qu'à des pyrites qui fleurissent, & qui s'entr'ouvrent de toutes parts, ou à une piece de talc de Passy, qui étant mise sur le charbon, s'éleve ainsi par écailles blanches.

L'esprit de vitriol versé sur ce verre, a répondu à l'expérience précédente, mais d'une maniere plus prompte & plus parfaite. La calcination de ce verre & la séparation des lames ont paru plus distinctes: les lames se sont conservées plus blanches, plus solides, plus fines & plus nettes que dans l'huile de vitriol, dont les parties sulphureuses & grossieres obscurcissent la liqueur.

*Voyez les  
Fig. 5.  
D. E.*

Pour avoir plus de certitude de l'action des acides vitrioliques sur ce verre, j'ai tenté le même essai par l'esprit de soufre. J'en ai choisi du plus concentré, que j'ai versé sur des fragments de ce mauvais verre. Son action a de même été plus prompte que celle de l'huile de vitriol, car il a blanchi ce verre dans l'instant: mais il a aussi moins fait de progrès par la suite. Il a donc fallu y mêler de l'eau pour étendre les sels au point qu'ils le font dans l'esprit de vitriol. Alors le verre s'y est calciné comme dans cet esprit & de la même blancheur.

Une chose qui m'a paru digne d'attention & très-curieuse, c'est que si on laisse pendant quelque tems en expérience ces différents essais, soit par l'huile ou l'esprit de vitriol, soit par



l'esprit de soufre , comme les acides continuent d'agir sur cette matiere qu'ils avoient déjà calcinée en blanc, les liqueurs s'épaississent, & forment un mucilage qui venant ensuite à se grainer, se convertit insensiblement en pur alun. J'en ai séparé des morceaux assez gros & bien crySTALLISÉS.

*Voyez la  
Fig. 7.*

Il s'agissoit de sçavoir si la poudre de ce mauvais verre ; jetée dans de l'esprit de vitriol, produiroit aussi le même effet. J'en ai donc mis une quantité suffisante pour former une espece de pâte. Le mélange s'est échauffé très-considérablement, la poudre s'est gonflée, a jeté des vapeurs blanches, & s'est convertie en une espece de chaux. J'ai agité le tout de nouveau, & l'ai laissé en expérience ; j'ai trouvé que la liqueur étoit devenue claire, & furnageoit une sorte de bouillie blanche & mucilagineuse. Elle est devenue peu-à-peu visqueuse, & d'un goût qui annonçoit la formation de l'alun comme dans les essais précédents. En effet, à mesure que la liqueur s'est évaporée cette sorte de bouillie, en se desséchant, s'est ouverte pour laisser croître les cristaux d'alun qui se formoient à sa superficie.

Cette sorte de génération d'alun m'a paru mériter une recherche particuliere que je réserve pour un autre Mémoire, afin de ne point interrompre l'examen dont il s'agit ici.

J'ai rendu compte de la fermentation que fait la poudre de ce verre, lorsqu'elle est jetée dans l'esprit de nitre ; quoique la pâte en devienne mucilagineuse, elle ne m'a fourni dans la suite aucune concrétion saline.

Cette même poudre de verre fermente bien avec l'esprit de sel ; forme une pâte mucilagineuse, & ce qu'il y a de singulier, c'est que la liqueur qui la furnage se prend comme une gelée assez forte, & en se desséchant, se gerce & se racornit comme une colle forte.

Il me restoit à éprouver si le mélange de différents acides produiroit sur ce verre quelque chose de nouveau. J'ai donc versé dessus de l'esprit de nitre & de l'esprit de vitriol mêlés ensemble parties égales : le verre s'est gonflé & s'est calciné en maniere de végétation blanche ; par conséquent l'acide



Vitriolique a agi préférablement à l'esprit de nitre.

Ayant fait le même essai avec un mélange d'esprit de sel & d'esprit de vitriol, parties égales, cette liqueur a attaqué dans l'instant ce verre, & l'a calciné en blanc, avec cette différence que l'esprit de sel en a rendu la couleur un peu jaune.

J'ai mêlé ensuite de l'esprit de nitre & de l'esprit de sel, qui ont été un peu de tems à agir sur ce verre, mais peu à peu il s'est pénétré, la liqueur est devenue mucilagineuse, transparente & d'une couleur de soufre jaune un peu foncé.

Enfin j'ai mêlé les trois acides ensemble sçavoir l'esprit de nitre, l'esprit de vitriol & l'esprit de sel. Ils ont agi d'abord sur le verre, l'ont calciné & fait fleurir en maniere de choufleur, sans qu'il se soit formé de mucilage, & l'esprit de sel a donné à toute la masse une teinte un peu jaunâtre.

Il y a quelques différences à observer dans l'action de l'esprit de nitre sur les fragments de ces trois especes de verre défectueux. En général cet esprit agit sur tous ces verres à proportion de sa force & de leur densité. Il calcine le verre de la nouvelle verrerie, en écarte les lames & le pénètre quelquefois jusqu'à produire une espece de végétation: mais elle n'est pas toujours constante. La couleur que prend ce verre pénétré d'acides, est d'un blanc opalin transparent, & la consistance un peu visqueuse. Si l'esprit de nitre est un peu trop fort, en l'affoiblissant, le tout devient mucilagineux, de couleur d'opal transparent.

Le verre de cette même verrerie, qui passe pour ne point gâter le vin, fermente très-vivement avec l'esprit de nitre, lorsqu'il est réduit en poudre.

Les fragments mis dans l'esprit de nitre le plus fort, ont peine à s'y gonfler: mais à la longue l'esprit, en s'affoiblissant par l'évaporation, agit un peu dessus, & en y ajoutant de l'eau, la calcination s'en fait comme du précédent. Ce qui s'en calcine devient luisant comme une amianthe ou un talc.

Le verre des Chartreux d'Aponay est attaqué par l'esprit de nitre & par l'eau-forte comme dans les essais précédents: mais en y ajoutant de l'eau, l'opération se fait plus

promptement, & le tout devient mucilagineux.

L'esprit de vitriol continuant d'agir sur le verre de la nouvelle verrerie, le calcine & l'exfolie en quantité de lames qui se découpent en lanières blanches comme lait, opaques, assez solides, & qui en se divisant, imitent assez bien les découpures de quelques plantes marines, & ont un certain air de végétation.

Le verre de la même verrerie, qui passe pour ne point gâter le vin, quoiqu'il soit altérable par l'esprit de nitre, l'eau-forte, l'esprit de sel & l'eau régale, n'est quelquefois point attaqué par l'esprit de vitriol.

L'esprit de sel attaque indifféremment toutes ces especes de verre, & les réduit en un mucilage gélatineux & transparent comme fait l'esprit de nitre, mais en y laissant sa couleur jaune.

La mauvaise qualité de ces sortes de verre se manifeste donc par la prise qu'ils donnent aux esprits corrosifs qui les calcinent & les détruisent. Quand même ils n'en donneroient point d'abord à l'acide du vin ils doivent être censés mauvais, lorsqu'ils cedent à l'action des acides minéraux.

Le verre, pour être d'une bonne qualité & d'un excellent usage, doit être inaltérable, quelque liqueur ou quelque matière qu'on y mette pour les y conserver. Il ne doit point avoir d'autres défauts que sa fragilité, qui semble lui être naturelle, quelque histoire qu'on nous fasse de la malléabilité du verre.

Il n'est pas aisé de décider par où ce verre peut pécher, soit dans la fabrique, soit dans la composition, puisqu'on assure que l'une & l'autre se pratiquent dans cette verrerie comme dans toutes les autres.

On en peut soupçonner très-légitimement le sable qu'on emploie dans la composition de ces mauvais carafons. Il paroît rempli d'une terre peu disposée à une parfaite vitrification, & les cendres avec lesquelles on le mêle, bien-loin d'y remédier, en augmentent encore le défaut, étant elles-mêmes infectées de cette mauvaise terre qui abonde dans le pays.

La facilité qu'a cette mauvaise terre de se dissoudre dans les esprits corrosifs, est un fort indice qu'elle corrompt la composition du verre. C'est un détail que je donnerai dans le Mémoire sur la formation de l'alun que j'ai retiré par mes essais sur cette sorte de terre.

Ce défaut est apparemment la cause que les différentes verreries, qu'on a tenté d'établir dans ce canton, n'ont eu aucun succès.

Je reviens maintenant à la suite de mes essais sur le mauvais verre de ces nouvelles verreries.

Après avoir recueilli les différents morceaux de verre que j'avois laissés en expérience dans les esprits corrosifs, & les avoir bien lavés & desséchés, ils ont conservé leur ramification, leur blancheur, & ont pris la consistance d'une matière calcinée.

Je les ai mis ensuite au feu dans un creuset, où ils ont diminué tant soit peu de volume sans rien perdre de leur blancheur, & sans se fondre, paroissant en cet état comme une espèce de terre à pipe, & s'attachant de même aux lèvres & à la langue.

Une différence à observer dans ces matières calcinées c'est que le verre qui a passé par les épreuves de l'esprit de vitriol, outre sa blancheur, prend un œil tant soit peu rougeâtre; & que celui qui avoit été essayé par l'esprit de nitre, prend un œil jaunâtre, & en quelques endroits une couleur de nacre, ressemblant en quelque façon à des coquilles qu'on auroit calcinées.

Il est étonnant que du verre soit destructible au point de n'être plus reconnoissable. Il est vrai qu'on a vû de mauvais cristaux qui se détruisent & se calcinent d'eux-mêmes. Mais leur composition est bien différente de celle dont on fabrique le verre des carafons; puisque ce ne sont que des sels fondus & vitrifiés très-imparfaitement, qui venant à se développer de nouveau, & à se dissoudre par l'humidité de l'air, sont capables de corroder & de décomposer entièrement ces mauvais cristaux.

Toute autre sorte de verre est inaltérable par les esprits corrosifs; je les ai tous essayés par les différentes épreuves que j'ai rapportées ci-dessus, sans qu'ils ayent reçu la moindre atteinte.

Afin d'être assuré si ces effets que je viens de rapporter, proviennent effectivement de la mauvaise qualité du verre à bouteille qui se fabrique dans les verreries dont j'ai parlé, j'ai tenté les mêmes essais par les esprits corrosifs sur toutes les especes du verre que j'ai pû rassembler, depuis le verre à vitre jusqu'au *Latier*, qui est le verre qui sort des fontes de fer, & qui doit être très-imparfait.

Ce qui m'a fait essayer le verre à vitre, c'est que m'étant informé à des vitriers, s'ils n'avoient point observé quelque variété dans celui qu'ils employent; ils m'ont appris qu'ils avoient remarqué que dans les verres des vitres des Eglises, il y en avoit qui contraoient à la longue une crasse ou espece de rouille qui empêchoit qu'on ne pût bien les nettoyer, & que la même chose arrivoit aux vitres des lieux où l'on fait des lessives, de même qu'à celle des écuries. Ils ont aussi observé que les endroits qui ont été couverts par le papier, échappent à cette espece d'accident, ce qui est très-naturel. Ces faits prouvent qu'il y a du verre à vitre qui peut être altéré par les sels. J'ai observé par moi-même que celui qui a séjourné dans des fumiers ou dans la terre, se rouille en quelque sorte & perd de sa transparence, ou bien se couvre d'une matiere qui fait à l'œil l'effet de l'iris & que l'eau n'emporte point.

Tous les essais que j'ai tentés sur ces différentes sortes de verre n'ont rien produit qui approchât des effets qu'ils avoient opérés sur le verre de nos deux nouvelles verreries, & il ne s'en est trouvé aucun qui n'ait parfaitement résisté aux efforts des esprits corrosifs auxquels ceux-là ont cédé si aisément.

Le crystal qui nous vient d'Angleterre, ni les nôtres, lorsqu'ils sont de bonne fabrique, comme celui de Nevers, n'en ont pas été plus endommagés.

J'ai ensuite éprouvé toutes ces sortes de verres par le moyen du feu.

Tous



Tous les verres de carafons se détruisent en quelque sorte, lorsqu'ils sont poussés à grand feu, & perdent de leur transparence. Pour ce qui est des verres tendres, ils fondent facilement au feu, & par conséquent ne se détruisent point.

Les verres des carafons de Lorraine & de nos verreries se convertissent en une espece d'émail bleuâtre, recouvert d'une croûte blanche ou grise.

Celui d'Angleterre n'a point pris de bleu, & les endroits que je nomme détruits étoient blancs.

Pour le verre des deux nouvelles verreries il n'y résiste point, & ne laisse qu'une matiere terreuse d'une couleur cendrée.

Ce que j'ai observé des deux derniers verres, c'est que celui du Seigneur dont j'ai parlé, étant recuit, pour ainsi dire, dans un creuset à bon feu, ayant perdu sa transparence, avoit en quelques endroits de sa superficie une couleur changeante comme cuivrée. En cet état il résiste aux acides par ce vernis qui l'a comme enduit, ce que ne fait pas celui des Chartreux d'Aponay, qui est attaqué par les acides en quelque état qu'il soit. Si l'on met de ces verres calcinés & réduits en poudre dans des liqueurs corrosives, ils y fermentent l'un & l'autre; cas qui n'arrive point au verre des bons carafons, qui, après la plus violente calcination, sont toujours impénétrables aux acides, soit qu'on les pulvérise ou non.

Il ne manquoit plus que d'essayer ce verre comme on essaye une matiere minérale. Je l'ai mêlé avec des sels fondants, j'en ai séparé un grain, qui jetté dans de l'esprit de nitre, s'y est dissout en partie, & le reste s'y est calciné en blanc.

Ces épreuves, toutes singulieres qu'elles sont, ne me donnoient point encore à connoître la cause d'un changement si considérable dans ces verres. J'ai essayé de les comparer avec des verres que j'ai tenté de faire de compositions différentes.

J'ai fait du verre avec deux parties de sablon, une de sel de cendres, & une seizieme d'alun. Ce verre est devenu de couleur d'ambre jaune. En ayant jetté dans de l'esprit de nitre, il

394 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
n'en est arrivé aucun changement, non plus que dans l'esprit de vitriol : mais à la longue il a paru en être attaqué.

J'ai fait ensuite différens verres de plomb, en mêlant le minium ou la litarge, tantôt avec du sablon, tantôt avec le grès, & à différentes doses. J'ai remarqué que celui qui étoit fait d'une partie de grès avec trois parties de minium, prenoit une couleur d'ambre jaune. Il a été calciné par l'esprit de nitre en blanc, mais sans se ramollir ni se feuilleter.

L'esprit de vitriol au contraire n'a agi dessus que foiblement, & ce qu'il en a dissout s'est précipité en blanc.

Après avoir fondu de bon verre avec du verre de plomb fait avec le grès, j'en ai mis en expérience dans l'esprit de nitre & dans l'esprit de vitriol. Ces deux liqueurs ont attaqué ce verre lentement, & sembloient épargner le bon verre : mais à la longue l'esprit de nitre l'a brisé & l'a fait tomber en chaux blanche, dans laquelle il est resté des grains de verre qui n'étoient point détruits.

L'esprit de vitriol a agi de la même manière, avec cette différence que la dernière action de cet esprit a été de séparer ce verre en plusieurs feuillets ou lames blanches, comme il a fait sur le verre des mauvaises bouteilles ; à la vérité ces feuillets n'étoient point aussi fermes, mais on les distinguoit aisément.

Le verre d'antimoine, mis en expérience dans ces esprits corrosifs, a été attaqué par les côtés rompus ; l'esprit de nitre a agi dessus plus promptement que l'esprit de vitriol, & tous deux se sont couverts d'un précipité blanc : mais le corps du verre est resté dans son entier.

M. Lemery, dans son traité de l'Antimoine, dit aussi que des esprits corrosifs agissent un peu sur son verre : mais comme il travailloit sur le verre pulvérisé, je n'ai pu comparer mes expériences aux siennes.

J'ai tenté une autre composition de verre qui est devenu bien uni & bien transparent ; il étoit fait d'une once de sablon d'Etampes, demi-once de sel de cendres, deux gros de minium, & un gros de terre de l'alun, précipitée par le sel de

tartre. Ce verre n'a point été attaqué par les esprits corrosifs.

Un autre verre qui s'est fait à la forge avec des briques, du mâche-fer & des cendres de charbon, & qui est devenu d'un noir verdâtre par la violence du feu qui a confondu ces matières, a été éprouvé par les mêmes essais.

Ce verre, mis dans l'esprit de nitre, en a été pénétré sans fermentation. Il s'est gonflé & calciné, & la liqueur est devenue mucilagineuse, d'une couleur jaune, & a jetté une odeur de soufre.

L'esprit de sel a agi sur ce verre, à peu-près de la même manière que l'esprit de nitre : mais au bout de 24 heures la liqueur s'est réduite en une gelée assez ferme.

L'esprit de vitriol a fait fleurir ce verre en blanc en quelques endroits, & a formé un mucilage gelatineux, un peu moins ferme que celui de l'esprit de sel; il s'en est séparé à la longue des grains d'alun qui tenoient du vitriol à cause du mâche-fer qui y étoit mêlé.

Toutes ces expériences nous démontrent que ces verres factices, tout mauvais qu'ils sont, donnent moins de prise aux acides que ceux de nos deux nouvelles verreries. Comme ils sont fabriqués des mêmes matières, il n'est pas étonnant que le même défaut regne également dans tous les deux. Il est constant que par quelque cause que ce soit, ce verre est devenu très-tendre, puisqu'il se dissout à froid dans les acides, ce qui est un vice qui lui est particulier, & qui n'avoit point été observé. On a bien vû quelquefois les acides les plus concentrés agir sur le verre, lorsqu'ils sont poussés au feu le plus violent : mais que sans chaleur & par des acides affoiblis le verre se détruise, c'est un fait assez extraordinaire, & dont je ne connois d'autre exemple dans les Auteurs, que celui que Boyle a rapporté dans son traité de *corporum solidorum Porositate*, Cap. 8. Il dit qu'ayant conservé de l'esprit de sel dans une bouteille, la liqueur avoit rongé le verre par dedans, jusqu'à le rendre aussi mince que du papier; ce qui avoit produit aux endroits altérés une croute saline & épaisse. Ayant fait part à d'autres Chymistes de cette observation, un d'entre eux



lui dit que la même chose lui étoit arrivée deux ou trois fois, comme en effet elle est aussi arrivée à Boyle depuis sa première observation.

Il rapporte aussi les plaintes qu'un Distillateur faisoit des bouteilles d'une certaine verrerie qui s'altéroient par les esprits corrosifs. Voilà par conséquent des especes de verre assez semblables à ceux de nos deux verreries. Il y a apparence qu'ils pechent tous par le même principe.

Par toutes les expériences que j'ai rapportées, je crois être bien fondé à conjecturer qu'il entre dans la matiere de ce mauvais verre quelque principe alumineux, qui s'y trouve en trop grande abondance par rapport aux autres ingrédients, ou qui n'étant pas assez subjugué par le feu, tout vitrifié qu'il paroît, ne laisse pas de donner prise aux acides.

Je soupçonne que ce principe alumineux est une terre particuliere qui abonde dans le sable & dans les cendres dont on fait ces mauvais verres. En effet, il est difficile de reproduire de l'alun que de sa propre terre ranimée par l'acide vitriolique. Toute autre matiere terreuse, quelque alkaline qu'on la suppose, est très-peu propre à régénérer l'alun avec ce même acide.

Puisque j'apperçois donc dans la destruction de ces mauvais verres par l'acide du vitriol une reproduction d'alun, il y a bien de l'apparence qu'ils contiennent en assez grande quantité une véritable terre alumineuse. Or d'où cette terre peut-elle émaner, si ce n'est du sable & des cendres qu'on emploie dans ces verreries; ce qui est cause qu'on n'a jamais pu y faire de bon verre, parce que cette terre s'y trouve en trop grande quantité? Il est vrai qu'elle ne s'oppose point à la vitrification des matieres; elle est si fine, qu'elle s'y mêle parfaitement: mais le verre en est si tendre, que le moindre acide, tel que celui du vin, est capable de l'attaquer. De tous les acides qui peuvent l'altérer, il n'y a que celui du vitriol qui donne lieu à la régénération de l'alun, & c'est ce qui fait juger que cette sorte de verre abonde en terre alumineuse. Il peut y avoir de cette terre dans les verres que l'on fabrique



dans d'autres verreries : mais il faut qu'elle y soit en bien plus petite quantité , & que la matiere du verre soit beaucoup plus compacte, puisqu'elle ne donne entrée à aucun acide, comme celle du verre que j'examine.

Tous les ouvriers qui ont travaillé à ce verre , soutiennent que les matieres qu'ils ont employées , sont les mêmes que l'on employe dans les autres verreries , & combinées de la même façon ; sçavoir , des cendres qui ont servi aux lessives qu'ils nomment *charrée*, du sable le plus beau qu'ils peuvent trouver en terre , & quelque peu de cendres de branches.

Cette cendre seroit du verre toute seule : mais il n'auroit point assez de corps sans le sable. S'il y a trop de sable , les bouteilles deviennent *bleues* ou *blanches*, c'est le nom que les ouvriers leur donnent. Il se travaille à la vérité plus aisément , il ne se brûle point si vite , & tient mieux sa chaude : mais il est trop aigre , ou comme ils disent , *trop fier*. On y remédie , en y jettant des cendres neuves.

Lorsque le verre a plus de cendres qu'il ne faut , les ouvriers sont obligés de cueillir ce verre à trop de reprises , parce qu'il n'a pas assez de corps , ce qui les retarde dans leur travail. On y remédie difficilement , & le verre n'en est jamais bon.

Mais le verre étant trop tendre , n'a point la solidité ni le poids qu'on demande à des carafons , sur-tout pour résister à l'effort du vin de Champagne , lorsqu'il vient à travailler. Il est donc de l'habileté du *confort* , ou Fondeur qui est celui qui dirige la fonte , de connoître la qualité des cendres qu'on lui a ramassées de différents endroits , & de distinguer celles qui sont de bon bois neuf d'avec celles qui sont sorties indifféremment de toutes sortes de bois ; car selon la qualité des cendres , il faut plus ou moins de sable. On n'employe quelquefois que huit mesures de *charrée* sur une de sable , & quelquefois il en faut neuf ou dix , quand les cendres sont de mauvais bois , c'est-à-dire , qu'elles contiennent trop peu de sels , & par conséquent trop de terre , qui a peine à se vitrifier. C'est un fait constant dans les verreries , qu'il est plus facile de ramollir le verre que de le durcir.

Il faut de plus pour la fabrique des verres à carafons un feu très-violent, un four qui chauffe également, & qui ne prenne point d'humidité. Le tems ou le vent contribue à la perfection de la fonte du verre. Dans les tems bas le four a plus de peine à chauffer, & le verre est plus long-tems à raffiner, & quelquefois revient en grair.

Pour donner aux carafons une couleur plus foncée, & tirant sur le verd; on jette ordinairement sur quatre cens livres de verre depuis une livre jusqu'à deux de cette poudre, qu'on appelle *bleu d'émail*.

Quand les carafons sont faits de bonne matiere, & avec toutes les précautions que je viens de rapporter, il faut encore que l'usage décide de leur bonté. Ils ne sont point réputés excellents qu'ils ne puissent résister trois ou quatre ans à la fougue du vin de Champagne sans crever ni s'éclater.

Les carafons qu'on fait à la verrerie de Vivier près Chauni, tenue par le S. Thévenot, sont le plus en vogue pour soutenir cette rude épreuve. Il faut pour cela des soins particuliers, que la crainte de la dépense, ou la trop prompte expédition ne permettent pas toujours de donner.

Si les carafons les plus communs ne sont pas capables de résister à la force du vin, au moins ne leur arrive-t-il guere de le gâter. Il n'y a que des cas très-rares où des verres, tels que ceux que je viens d'examiner, soient assez défectueux pour donner prises aux acides; ce qui ne se peut faire, que le vin qu'on y garde ne s'y décompose & ne s'y corrompe.

## EXPLICATION DES FIGURES.

*Figure premiere*, c'est un morceau de bouteille attaqué intérieurement par le vin, & gravé en maniere d'écailles.

*Figure 2*, représente une autre sorte de gravûre en forme de rosettes.

Les *Figures 3*, ce sont des morceaux de ces mauvais carafons mis en expérience avec de l'esprit de nitre dans des gobelets marqués *A*, dans lesquels ils se sont renflés & séparés en feuilletts transparents & mucilagineux.

Ces matieres feuilletées, ayant été lavées dans de l'eau puis calcinées, deviennent d'une couleur de nacre, & se levent par couches comme du Talc calciné ainsi que le représente la *Fig. 3*, marquée *B*.

*Figure 4*, c'est une piece de ce mauvais verre, mise dans l'esprit de vitriol, où il a formé une espece de végétation, représentée *Fig. 4*, marquée *C*.

*Figure 5*, c'est un morceau de verre qui a été mis en expérience dans le grand verre marqué *D*, avec de l'esprit de vitriol, d'où il est né une sorte de végétation très-singuliere, attachée encore à une lame de ce verre exfolié, comme il se voit *Fig. 5*, marquée *E*.

Les *Figures 6*, ce sont divers fragments de ces différentes végétations, produites par l'esprit de vitriol.

*Figure 7*, c'est un morceau d'alun cristallisé, tel qu'il se trouve dans l'esprit de vitriol, où ce verre a trempé.

## OBSERVATIONS

*De l'éclipse de Lune, faite le matin du premier  
Novembre 1724.*

PAR M. MARALDI.

LE Ciel a été serein vers le commencement & vers la fin de l'Eclipse : mais l'ombre m'a paru si mal terminée, qu'il m'a été difficile de déterminer les phases avec quelque précision. Cette difficulté s'est encore rencontrée par la même raison dans la détermination des doigts, & dans celle de l'arrivée de l'ombre aux taches principales qu'elle a rencontrées. L'ombre n'a pas paru bien noire, & on a toujours vû à la vûe simple, aussi-bien qu'avec la lunette, la partie éclipsée de la Lune de couleur cendrée, qui paroissoit former vers les bords à la vûe une portion de cercle moins grand que l'autre partie de la Lune qui restoit éclairée, comme il arrive dans le croissant

9. Déc.  
1724.

& dans le décours, cependant avec la lunette cette différence n'étoit pas sensible. Avant l'éclipse nous avons observé le passage du disque de la Lune par un cercle horaire, & par un autre qui étoit incliné au premier de 45 degrés, pour déterminer la situation des taches dans le disque apparent. Nous avons aussi observé le passage de la Lune par le méridien, & la hauteur méridienne de ses bords, pour avoir son diamètre apparent que nous avons encore par le micrometre. Voici l'observation de l'éclipse.

A 2 <sup>h</sup> 29'	Pénombre forte entre Helicon & Heraclides.
2 33 30"	On voit une grande noirceur sur le bord, ce qui paroît être le commencement de l'Eclipse.
2 35 30	L'éclipse paroît de . . . . . 0 <sup>d</sup> 38'
2 38 0	Je la juge de . . . . . 1 16.
2 41 30	Elle est de . . . . . 1 16.
2 43 0	Heraclides & Helicon sont déjà couverts.
2 46 15	L'ombre au bord d'Aristarque & de Platon.
2 53 0	L'ombre à Tymocharis. La grandeur de l'Eclipse est . . . . . 3 <sup>d</sup> 4'
2 55 10	L'ombre à Eratostene.
2 56 20	L'ombre à Galilée.
2 58 10	L'ombre à Kepler.
2 59 30	Grandeur de l'éclipse . . . . 4 <sup>d</sup> 15'.
3 2 8	L'ombre au bord précédent de Copernic. Des nuages rares qui surviennent, rendent le terme de l'ombre encore plus confus qu'il n'étoit auparavant.
3 4 15	L'ombre au milieu de Copernic.
3 6 15	Grandeur de l'éclipse . . . . 4 <sup>d</sup> 22'.
3 8	L'ombre au bord septentrional de Grimaldi, où elle reste long-tems.
3 11 15	La Lune s'étant découverte, l'ombre est au bord de Manilius.
3 15 10	La Lune se découvre, Ménélaüs est caché.



Fig. 2.

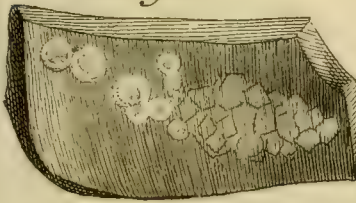


Fig. 3.

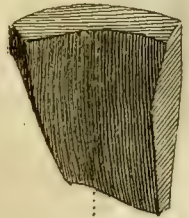


Fig. 3.

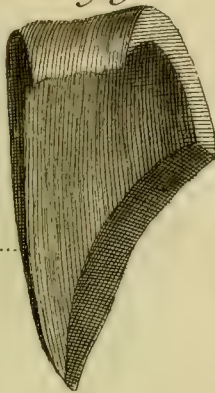


Fig. 3.

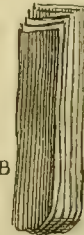


Fig. 3.

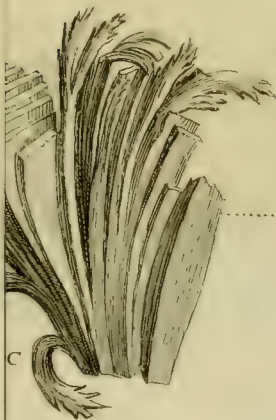
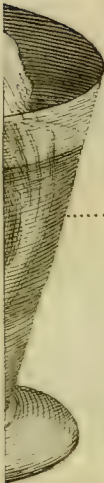
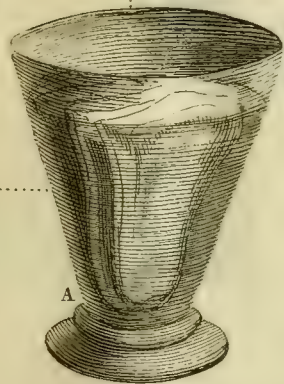


Fig. 4.



Fig 1



Fig 2

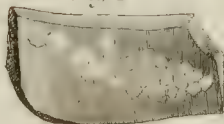


Fig 3



Fig 3

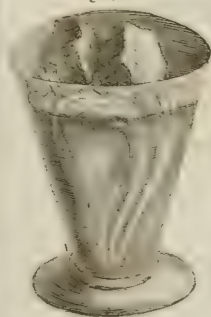


Fig 3



Fig 3

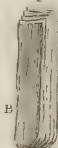


Fig 3

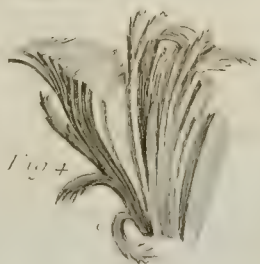
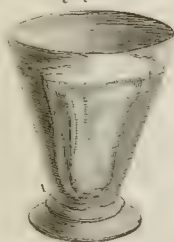


Fig 4

Fig 4



Fig 5.

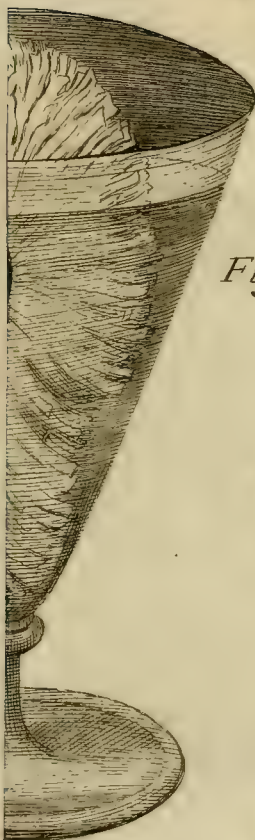


Fig. 6.

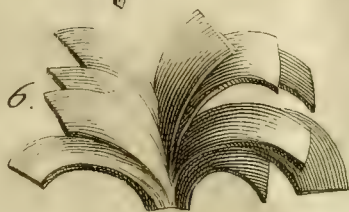


Fig. 7.



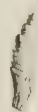
Fig 5



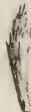
Fig 5



6



6



6



Fig 5



D

Fig 6



6



6



Fig 7





A 3<sup>h</sup> 15' 30" L'ombre est toujours au bord septentrional de Grimaldi.

Grandeur de l'Eclipe . . . 5<sup>d</sup> 36'.

3 18 30 L'ombre au bord d'*Insula sinus medii*.

Grandeur de l'Eclipe . . . 6 0.

3 20 30 L'ombre au bord de Caspia.

3 23 30 L'ombre à Proclus. Les nuages augmentent.

3 25 30 Grandeur de l'Eclipe . . . 6 22.

3 31 30 Environ . . . . . 7 0.

3 45 0 La Lune reste couverte par les nuages jusqu'à ce que la grand. de l'Ecl. est 7 18.

3 30 50 Grandeur de l'Eclipe . . . 7 18.

Ce qui est la plus grande obscurité.

3 59 15 La Lune s'étant découverte, Galilée étoit sorti de l'ombre.

4 2 30 Grandeur de l'Eclipe . . . 7 0.

4 7 38 Kepler sort entierement de l'ombre.

4 9 30 Grandeur de l'Eclipe . . . 6 34.

4 14 30 Aristarchus se découvre.

4 15 40 Le milieu de Copernic.

4 17 50 Tout Copernic est hors de l'ombre.

4 19 30 Grandeur de l'Eclipe . . . 6 4.

4 22 30 Grandeur de l'Eclipe . . . 5 50.

4 25 28 Eratosthene découvert.

4 29 30 Grandeur de l'Eclipe . . . 4 56.

4 32 0 Helicon se découvre.

4 33 34 Timocharis tout découvert.

4 37 40 Heraclides & Dyonysius se découvrent.

Grandeur de l'Eclipe . . . 4 0.

4 40 30 Taruntius se découvre.

4 43 0 Menelaüs se découvre.

4 44 23 Tout Platon découvert.

4 46 0 Plinius découvert.

4 49 30 Grandeur de l'Eclipe . . . 3 4.

4 52 30 Grandeur de l'Eclipe . . . 2 15.

4 53 55 Grandeur de l'Eclipe . . . 1 56.

Mem. 1724.

E e e

A 4<sup>h</sup> 59' 30" Grandeur de l'Eclipse . . . 1<sup>d</sup> 30'.

5 2 10 Grandeur de l'Eclipse . . . 0 56.

5 3 40 Caspia tout découvert.

5 5 30 Je commence à douter de la fin de l'Eclipse.

5 6 30 Je juge de la fin de l'Eclipse.

En comparant l'heure du commencement avec celui de la fin de l'Eclipse, on a sa durée de 2<sup>h</sup> 33'; sa moitié 1<sup>h</sup> 16' 30" étant ajoutée à celle du commencement, donne le milieu à 3<sup>h</sup> 50' 0", auquel tems nous avons mesuré sa grandeur de 7<sup>d</sup> 18'. De même, en comparant le tems auquel la Lune a été éclipsée de la moitié, ce qui est arrivé à 3<sup>h</sup> 18' 30" avec la phase correspondante, lorsqu'elle diminuoit, ce qui est arrivé à 4<sup>h</sup> 20' 15", comme nous l'avons conclu par une phase observée très-proche, on a le tems que le centre de la Lune a employé à passer par l'ombre de 1<sup>h</sup> 1' 45"; sa moitié 0<sup>h</sup> 30' 52" étant ajoutée à 3<sup>h</sup> 18' 30", donne le milieu à 3<sup>h</sup> 49' 22", à 38 secondes près de celui qui a été déterminé par le commencement & par la fin. En comparant l'incidence du centre de la Lune dans l'ombre, & la plus grande obscurité avec le diamètre de la Lune, on pourra trouver le diamètre que l'ombre de la terre occupoit dans l'orbe de la Lune durant cette Eclipse.

Dans cette pleine Lune nous avons remarqué que son bord éclairé n'étoit pas parfaitement circulaire comme est celui du Soleil, mais en quelques endroits de ce bord on voyoit des parties claires qui sortoient hors du cercle. Ces pointes claires sont des montagnes qui s'élèvent au dessus des autres parties de la Lune. Ce n'est pas seulement dans cette pleine Lune que nous avons remarqué ces pointes, mais dans un grand nombre d'autres, lorsque nous avons observé la Lune avec des lunettes de 7 ou 8 pieds. Ces pointes sont encore plus sensibles avec des lunettes de 16 ou 18 pieds.



## O B S E R V A T I O N

*De l'Eclipse de Lune du 1<sup>er</sup>. Novembre de l'année 1724,  
faite à Thury près de Clermont en Beauvoisis.*

Par M. C A S S I N I.

**L**E tems a été très-favorable pour l'observation de cette Eclipsé, que je me suis préparé de faire avec une lunette de 7 pieds, placée sur une machine parallaëtique. J'avois mis au foyer de cette lunette deux fils paralleles qui comprenoient exactement le disque de la Lune, & j'avois partagé cet intervalle aussi exactement qu'il m'avoit été possible en douze parties par d'autres fils paralleles & à égale distance l'un de l'autre pour marquer les doigts éclipsés.

A 2<sup>h</sup> 3' 0'' On apperçût la pénombre foible, qui augmenta continuellement, &

à 2 34 8 Je jugeai le commencement de l'Eclipsé, qu'on avoit de la peine à distinguer exactement, à cause de l'ombre qui n'étoit pas bien terminée.

2 39 43 Un doigt.

2 41 40 Helicon entre dans l'ombre.

2 46 45 Deux doigts, l'ombre à Aristarque & Platon.

2 52 13 Trois doigts.

2 56 28 L'ombre à Kepler & Timocharis.

2 59 33 L'ombre au bord de la Mer de ferenité.

3 1 6 Quatre doigts.

3 3 4 L'ombre au commencement de Copernic.

3 6 0 Tout Copernic dans l'ombre.

3 9 22 Cinq doigts.

3 11 25 L'ombre à Manilius.

3 13 15 L'ombre à Menelaüs.

A 3<sup>h</sup> 14' 43" L'ombre à Pline.

3 21 32 L'ombre au commencement de la Mer Caspienne, &amp; au bord de la Tache de Grimaldi où elle reste long-tems.

3 21 34 Six doigts.

3 24 45 L'ombre à Proclus.

3 26 39 L'ombre à Denys.

3 31 15 L'ombre au Promontoire aigu.

3 31 24 L'ombre à l'extrémité de la Mer Caspienne qui est entierement cachée.

3 43 4 Sept doigts.

3 44 34 L'ombre éloignée de Tycho de tout le diametre de cette tache.

3 50 4 Sept doigts, &amp; un huitieme qui est le terme de la plus grande Eclipse.

3 57 3 Galilée sort de l'ombre.

4 2 3 L'Eclipse a diminué, &amp; sa grandeur est de sept doigts.

4 14 47 Aristarque sort de l'ombre.

4 20 3 Six doigts, Copernic est entierement sorti de l'ombre.

4 25 30 Eratosthene est sorti de l'ombre.

4 33 33 Cinq doigts.

4 42 51 Quatre doigts.

4 43 53 Le Promontoire aigu &amp; Menelaüs sont sortis de l'ombre.

4 46 34 Platon est sorti de l'ombre.

4 49 20 Pline est sorti.

4 50 34 Trois doigts.

4 57 3 Deux doigts.

5 3 35 Un doigt.

5 8 5 Fin de l'Eclipse.

Suivant cette observation, la durée de l'Eclipse a été de 2<sup>h</sup> 33' 57", le milieu est arrivé à 3<sup>h</sup> 51' 6", & sa grandeur a été de 7 doigts 8 minutes. Le lieu où j'ai fait mes observations



est, suivant les triangles de la méridienne, plus occidental que l'observatoire de 6 secondes & demie, qu'il faut ajouter à toutes les observations pour avoir l'heure réduite au méridien de Paris.

On voyoit sur le bord de la Lune, vis-à-vis de Tycho, des inégalités fort sensibles, & des éminences, dont une avoit la forme d'un triangle équilatéral, dont la hauteur comprenoit environ la vingtième partie de l'intervalle entre deux fils qui mesuroient les doigts, c'est-à-dire, la deux cens quarantième partie du diamètre de la Lune, qui est d'environ 800 lieues; ce qui fait voir que la hauteur perpendiculaire de cette montagne sur la surface de la Lune excédoit celle de trois lieues, ce qui est beaucoup au de-là de la hauteur des montagnes que nous appercevons sur la terre.

## DESCRIPTION

*D'un RESEAU OSSEUX observé dans les cornets du nez de plusieurs quadrupedes.*

Par M. MORAND.

**L**A longue macération des parties sujettes à l'anatomie, est une décomposition naturelle qui, à la vérité, fait moins briller l'industrie de l'Anatomiste, mais qui par une préparation plus sûre donne souvent lieu aux découvertes les plus belles.

C'est par cette préparation si simple que l'on a trouvé la plupart des reseaux qu'on apperçoit dans plusieurs parties molles, & c'est aussi par son secours que j'ai découvert celui qui est dans les lames osseuses des cornets du nez de plusieurs animaux, bien différent de celui que Gagliardi & Havers ont observé, principalement dans les os des extrémités, & qui partagent les cellules de la moelle, car celui que je décris fait la propre substance des os des cornets.

Si on laisse tremper long-tems dans l'eau des têtes de cheval, de bœuf & de mouton, les cornets du nez se dépouillent de la membrane pituitaire qui recouvre les mailles du réseau osseux de leurs lames, & qui sans la macération les quitteroit d'autant plus difficilement, que ce réseau étant fort mince, on déchire tout, pour peu que l'on fasse d'effort pour les séparer.

La recherche que j'ai faite des Auteurs qui ont examiné ces cornets en différens animaux, m'a appris qu'aucun n'avoit désigné ce réseau que d'une façon très-vague, & qu'aucun ne l'avoit représenté. Casserius, Schneiderus & Bartholin le fils sont ceux qui m'ont paru avoir travaillé le plus sur ces cornets.

Casserius dans son traité de l'organe de l'odorat, l'examine dans l'homme, le mouton, le lievre, le chat & le chien.

Schneiderus dans le mouton principalement, & Bartholin dans le chien de chasse.

Les Auteurs qui ont décrit les os de ces cornets, leur ont donné différens noms, qu'il faut nécessairement sçavoir pour comparer ce qu'ils ont écrit.

Hippocrate les nommoit *Manica*, la Manche; ailleurs ils sont appelés tantôt *Cuculla*, Cornets, tantôt *Gradus scalæ*, Echelons, mais plus communément & à cause de leur figure, *Ossa turbinata*, ou *Turbines*.

Ces os sont d'une figure oblongue, d'un tissu spongieux; cachés dans le profond des narines; ils remplissent intérieurement la cavité qui est bornée en haut par la partie spongieuse de l'os etmoïde, en bas par les os du palais, latéralement par les os maxillaires; dans les quadrupedes, d'un principe étroit vers l'ouverture extérieure du nez, ils s'évasent peu-à-peu, deviennent plus épais, & prennent la forme d'un cornet de papier à demi déroulé; ils sont presque par-tout détachés des parties voisines, & seulement attachés vers la racine du nez, à la base de l'os cribléux.

Il y en a trois de chaque côté dans la plupart des quadrupedes,

Dans l'homme il n'y en a que deux ; encore les ayant bien examinés après une coupe verticale du crâne suivant sa longueur, j'ai trouvé qu'il n'y en avoit qu'un qui méritât le nom de cornet, & qui approche de ceux des animaux à cause de son contour qui fait la moitié d'une volute, & de son réseau qui, à la vérité, n'est pas à beaucoup près si beau ni si régulier que celui du mouton.

Ce cornet est le supérieur, il semble être une continuité de la lame spongieuse & intérieure de l'os etmoïde avec lequel il se confond, & diffère de ceux des quadrupèdes en ce que l'ouverture du cornet regarde le nez, & la pointe regarde la partie postérieure de la tête.

Le cornet inférieur n'est qu'une simple lame osseuse convexe du côté du vomer, un peu cave du côté de l'os maxillaire, n'ayant ni contour ni réseau, il ressemble peu au supérieur ; une de ces sutures qu'on appelle *harmonie*, le joint à la face interne de l'os maxillaire.

Ces deux petits os sont par leur surface externe attachés aux maxillaires, & par leur face interne qui regarde le vomer, ils sont libres & absolument dégagés ; l'ouverture du sinus maxillaire est précisément entre les deux os.

Dans le cheval où j'ai bien examiné les os des cornets, j'y ai trouvé un réseau bien plus sensible que dans ceux de l'homme, il est moins ouvert à la partie de ces os qui regarde l'etmoïde, & plus découpé vers celle qui fait la pointe du cornet ; Snape qui a donné en Anglois une anatomie du cheval avec beaucoup de figures, ou n'a pas observé la beauté de ces os ou a omis de les représenter.

J'ai coupé verticalement & suivant la longueur une tête de cheval, & j'ai vu les deux os réticulaires qui font les cornets du nez de chaque côté.

Le supérieur plus grand que l'inférieur est étroitement uni par son extrémité la plus large avec les lames spongieuses antérieures, & la partie criblée inférieure de l'os etmoïde, dont la structure singulière est remarquable, en ce que les lames inférieures qui dans plusieurs animaux sont plates, sont dans



le cheval aussi-bien que dans le bœuf & le mouton de vrais cornets tous roulés en volutes autour de sept ou huit tiges dont ils partent ; ces petits cornets semblent appartenir au grand os réticulaire, il est joint en bas à la voute du palais, & en haut aux longues apophyses de l'os frontal, du reste presque par-tout détaché.

La volute qu'il forme est d'un tour & demi, & où la lame intérieure finit, elle jette des cloisons osseuses à réseau situées obliquement, & dont plusieurs s'entrelacent d'une façon merveilleuse : ce sont peut-être ces cloisons qui avoient fait imaginer à Casserius le nom de *Gradus scalæ* qu'il donne à ces os.

Le grand os réticulaire ou le supérieur est convexe à sa face interne, & à l'externe il est creusé pour loger l'aile plate de l'os réticulaire inférieur.

J'ai divisé celui-ci en deux parties, dont la plus mince fait une aile plate qui est logée dans l'espace que son compagnon lui laisse à sa face externe, & s'étendant vers le sinus maxillaire fait une demi-volute.

L'autre partie fait une volute d'un tour entier, jette des échelons comme le grand os réticulaire ; une suture très-déliée le joint à une crête qui s'élève sur la surface interne de l'os maxillaire au-dessus des dernières dents.

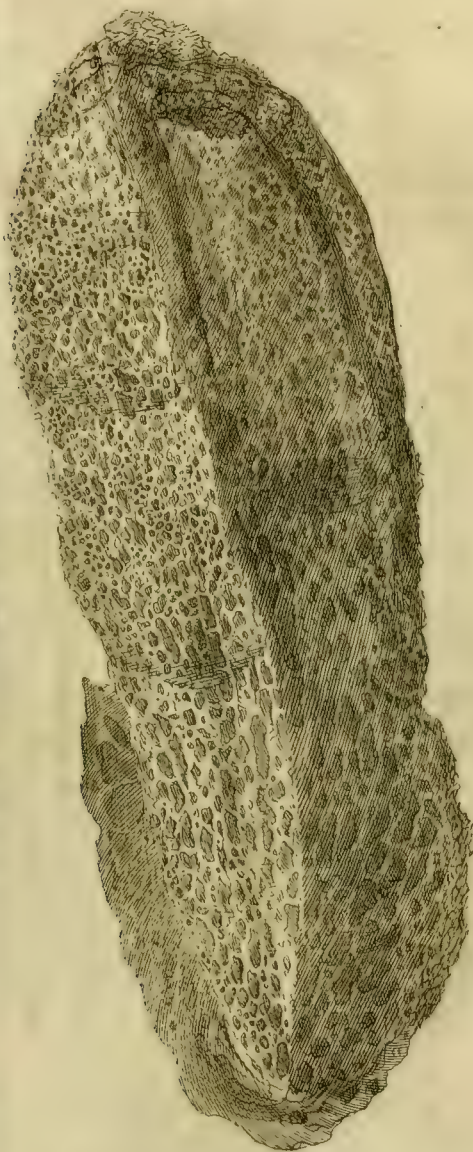
J'ai remarqué avec bien du plaisir, au moyen de la même coupe, la communication des sinus ; le palatin communique avec l'etmoïdal, l'etmoïdal avec le maxillaire postérieur, celui-ci avec le frontal, le frontal avec le sinus de l'os réticulaire supérieur, le sinus de l'os réticulaire supérieur avec celui de l'inférieur, & celui de l'inférieur avec le maxillaire antérieur.

La membrane pituitaire tapisse seulement en dehors les contours de ces deux os réticulaires, elle entre dans quelques mailles de ce réseau, ce qui en rend la division très-difficile ; ces mailles sont plus larges aux échelons, & vers l'os etmoïde qu'aux autres parties de ces os.

J'étois bien content de la structure de ces os réticulaires, quand je les eus examinés dans le cheval : mais je le fus bien plus, quand je les considèrai dans le bœuf & le mouton ; le

réseau





*articulaire des Cornets du Bœuf.*



*Os Retenue des Cornets du Bœuf*

reseau de ces os présente le coup d'œil le plus agréable, on est surpris de voir une dentelle magnifique composer la substance d'un os; pour moi je l'ai trouvée merveilleuse, & j'ai crû qu'il seroit d'autant plus utile de la graver, qu'elle n'est, à ce que je sçache, dans aucun traité d'anatomie, pas même dans ceux qui embrassent particulièrement l'organe de l'odorat.

Je ne ferai point ici la description de ces os réticulaires, j'ai donné celle du cheval comme un exemple suffisant dont l'application est juste, y ayant une très-grande ressemblance dans la plupart des quadrupèdes.

L'usage des cornets du nés qui font tant de contours en volute, est, suivant l'opinion commune, de multiplier les parties de la sensation, en donnant plus d'étendue à la membrane qui reçoit les divisions infinies du nerf olfactif, & par conséquent de rendre l'odorat plus exquis: mais l'usage du reseau en particulier ne me paroît pas aisé à déterminer.

Seroit-ce pour loger dans les mailles les houpes des nerfs olfactifs, qui venant à être frappées par les corps odorants, auroient peut-être été blessées, si elles eussent trouvé pour appui un corps plein? Seroit-ce un filtre pratiqué au travers de ces os, pour la liqueur que les glandes de la membrane pituitaire sont chargées de séparer? Mais ne seroit-ce point plutôt, & cette dernière conjecture me paroît bien naturelle, une compensation nécessaire de l'étendue de la tunique nerveuse, qui est l'organe immédiat de l'odorat, avec la diminution de volume des os qui la soutiennent? Il me semble du moins que dans les animaux, où il falloit plus de lames tournées en cornets, il falloit que ces mêmes lames fussent plus déliées, & elles ne pouvoient l'être que par une substance réticulaire.



## COMPARAISON

*De l'observation de l'éclipse de Lune du 1. Novembre  
1724, faite à Lisbonne & à Paris.*

*Avec quelques observations des éclipses des Satellites de Jupiter.*

Par M. CASSINI.

9. Dec.  
1724.

L'ECLIPSE de Lune du premier Novembre 1724 a été faite à Lisbonne, dans le Palais du Roi de Portugal, par les Peres Jean-Baptiste Carbone & Dominique Capasso, de la Société de Jesus.

Dans le détail de cette observation qu'ils ont donné au Public, ils assûrent qu'ils l'ont faite avec toute l'attention possible, non-seulement pour remplir leur obligation, mais aussi pour satisfaire l'inclination de Sa Majesté le Roi de Portugal, qui leur a fourni avec une magnificence Royale; une grande quantité d'instrumens, se faisant un plaisir d'assister à leurs observations, de les faire lui-même, & ayant sur-tout une grande attention pour qu'il ne s'y glisse aucune erreur.

Cette éclipse fut observée avec deux lunettes, l'une de 8 pieds de Paris, très-claire, & l'autre de 10 pieds qui l'étoit moins, avec lesquelles on distinguoit parfaitement les taches de la Lune.

Pour mesurer le tems, ils se sont servis d'une pendule à secondes, placée plusieurs jours auparavant dans le lieu destiné à cette observation, & qu'ils avoient eu soin de mettre à peu près sur le moyen mouvement, & de régler sur une méridienne tracée depuis long-tems, & qu'ils avoient vérifiée plusieurs fois depuis. Cette pendule fut aussi réglée la nuit même de l'éclipse par le passage de Fomahan, de Rigel & de Sirius, par le moyen desquels ils trouverent qu'elle retardoit seulement de sept secondes, qu'ils ont ajoutées au tems des observations.



Voici les principales phases que nous avons comparées avec l'observation faite à l'Observatoire Royal de Paris.

A	1 <sup>h</sup>	47'	45"	Commencement à Lisbonne.
2	33	30		Commencement à Paris.
	45	45		Différence des méridiens entre Paris & Lisbonne.
2	0	16		L'ombre à Aristarque à Lisbonne.
2	46	15		A Paris.
	45	59		Différence.
2	11	28		L'ombre à Galilée.
2	56	20		A Paris.
	44	52		Différence.
2	34	37		L'ombre au bord septentrional de la Mer Caspienne.
3	26	30		A Paris.
	45	53		Différence.
2	37	17		L'ombre à Proclus.
3	23	30		A Paris.
	46	13		Différence.
3	29	2		Aristarque sort de l'ombre.
4	14	30		A Paris.
	45	28		Différence.
3	31	34		Tout Copernic est hors de l'ombre.
4	17	50		A Paris.
	46	16		Différence.
3	47	46		Timocharis est sorti de l'ombre.
3	33	34		A Paris.
	45	48		Différence.

A 3<sup>h</sup> 58' 59" Platon est entierement hors de l'ombre.

4 44 23 A Paris.

45 24 Différence.

4 20 36 Fin de l'éclipse à Lisbonne.

5 6 30 A Paris.

45 54 Différence.

Suivant ces Observations, la durée de l'éclipse à Lisbonne a été de 2<sup>h</sup> 32' 51", plus petite seulement de 9 secondes qu'elle n'a été observée à Paris, & la différence des méridiens qui résulte des observations du commencement & de la fin est de 45' 50", ce qui s'approche beaucoup de ce qui résulte de la comparaison des autres taches observées à Lisbonne & à Paris.

Outre l'observation de l'éclipse de Lune, on a rapporté dans le même imprimé plusieurs immersions & émerfions des satellites de Jupiter faites à Lisbonne avec une lunette de Campani de 30 palmes, c'est-à-dire de 20 pieds 8 pouces, dans le Collège des Jésuites, qui est précisément sur le même méridien que le Palais du Roi.

Quelques-unes de ces observations ont été faites à l'Observatoire Royal de Paris, dont voici la comparaison.

Le 23 Juillet 1723 à 7<sup>h</sup> 47' 0" Emerfion du premier  
Satellite de l'ombre  
de Jupiter.

8 31 30 A Paris.

44 30 Différence.

Le 30 Juin 1724 à 2 8 51 Immersion à Lisbonne.

2 54 41 A Paris.

45 50 Différence.

Le 2 Septembre 1724 à 9 36 57 Immersion à Lisbonne.

10 22 46 A Paris.

45 49 Différence.

Le 25 Septembre 1724 à 9 59 21 Immersion.  
10 45 5 A Paris.  
45 44 Différence.

La plupart de ces observations s'accordent à donner la différence des méridiens entre Paris & Lisbonne de 45' 48'', fort peu différente de celle que l'on a déterminée par l'observation dernière de la Lune, ce qui excède de 2' 48'' d'heure, ou 42 minutes de degrés, celle qui est marquée dans la connoissance des tems.

Les observations que les Astronomes de Portugal, encouragés par l'exemple de leur Roi, & par sa magnificence à leur fournir abondamment tous les instrumens nécessaires, feront dans la suite, serviront à déterminer exactement la situation de ce Royaume, qui est à l'extrémité occidentale de l'Europe, & à perfectionner l'astronomie, qui retire de grands avantages de la correspondance des observations qui se font en divers pays.





## MESSIEURS DE LA SOCIÉTÉ

*Royale des Sciences , établie à Montpellier ont envoyé à l'Académie l'ouvrage qui suit , pour entretenir l'union intime qui doit être entre elles comme ne faisant qu'un seul corps , aux termes des statuts accordés par le Roi au mois de Février 1706.*

## OBSERVATION ANATOMIQUE

## SUR UNE TUMEUR

## ANEVRISMALE ET POLYPEUSE

## DE L'ARTÈRE AORTE.

Par M. MARCOT.

**I**L semble qu'après tout ce que Tulpus, Diemerbroeck, Malpighi, & plusieurs autres illustres anatomistes ont écrit sur les polypes du cœur, il ne devoit plus y avoir de dispute touchant leur existence. Cependant Kerkringius & d'autres Auteurs célèbres nient qu'il y en ait de véritables, prétendant que ce ne sont que de simples grumeaux de sang caillé qui se forment après la mort, & qui se moulent dans les ventricules du cœur, & dans les grands vaisseaux, qu'ils ne sont ni charnus, ni adhérents; qu'on en peut fabriquer quand on veut, en injectant des liqueurs acides dans les veines; qu'enfin, lorsqu'on ne trouve pas d'autres causes sensibles de mort dans



L'ouverture des cadavres , on y a recours , comme à un asyle d'ignorance. Je veux croire que de simples concrétions de sang & de lympe en ont quelquefois imposé , & qu'on les a mal-à-propos qualifiées du nom de polype : mais il s'en trouve de véritables. L'observation suivante en fera foi.

Un \* gentil-homme de cette ville , d'un tempérament mélancholique , & d'une constitution foible , quoiqu'il fût assez gras , & qu'il parût vigoureux , menoit une vie sombre & retirée. Ses freres & son pere moururent jeunes de maux de langueur : & vrai-semblablement il auroit eu le sort de ses parents sans les soins d'un de ses oncles , qui par l'attention continuelle qu'il avoit pour sa santé , lui faisoit garder un régime de vivre exact , & le conduisoit tous les étés à la montagne , pour éviter les grandes chaleurs.

\* M. Pife,  
Seigneur de  
Claret.

Toutes ces précautions ne furent pas capables de détruire le vice héréditaire qui se dévelopa à la fin par une difficulté de respirer , & par une légère oppression de poitrine , qu'il ressentait sur-tout le matin à jeun : pour s'en délivrer , il avoit quelque chose en se levant du lit. Dès l'âge de trente ans il étoit déjà un peu courbé. De tems en tems il pouffoit des soupirs. Il fut attaqué il y a quelques années d'un rhumatisme fâcheux & opiniâtre à l'épine du dos , dont il ne s'étoit jamais parfaitement rétabli & qui l'empêchoit de garder longtemps la même situation : en dernier lieu il avoit essuyé beaucoup de chagrins , il s'étoit donné des grands mouvemens pour mettre ordre à ses affaires , il passa l'été à la campagne pour y faire la récolte de ses grains , & il y resta jusqu'au vingtième jour du mois de Novembre de la présente année.

Ce fut alors qu'il se trouva plus incommodé qu'auparavant. Il lui survint une palpitation de cœur assez forte , il fut pressé d'une grande difficulté de respirer , accompagnée d'insomnies , d'inquiétudes & de défaillances. Ces accidens allerent en augmentant jusqu'au point qu'il ne pouvoit plus se coucher sans risquer de suffoquer. Il étoit obligé de passer les nuits dans un fauteuil , un évantail à la main , quoiqu'il fit extrêmement froid. Le poulx du côté gauche étoit plein & assez fort , mais

intermittent : celui du côté droit au contraire très-petit , & presque imperceptible. Il se fit saigner deux fois à sa campagne , & se purgea deux fois avec une medecine ordinaire , & ne trouvant aucun soulagement , il se fit porter ici. En arrivant il me fit appeller , & je le trouvai dans l'état que je viens de décrire.

Après l'avoir examiné , je demandai conseil , trouvant la maladie très-sérieuse & délicate. M. Chicoyneau fut appelé pour consulter , & je jugeai d'abord que les accidens ci-dessus mentionnés étoient causés par quelque concrétion polypeuse qui bouchoit les gros vaisseaux du cœur , ou par quelque tumeur qui les pressoit. Nous portâmes un prognostic funeste , à cause de l'impossibilité qu'il y a de résoudre ces sortes de tumeurs , ou de fondre ces concrétions. Cependant comme le malade disoit avoir reçu quelque soulagement par le moyen des saignées & qu'étant prêt à suffoquer , il en demandoit avec instance , nous en fîmes faire deux très-petites , principalement la dernière. Le sang qu'on lui tira étoit rouge , vermeil , écumeux , & assez chargé d'une sérosité , au milieu de laquelle on appercevoit un gros grumeau de sang , ressemblant en quelque maniere à la fleur d'une grenade. Nous lui fîmes préparer une potion cardiaque & narcotique pour obvier aux foiblesses & aux insomnies : mais malgré ces remèdes , la palpitation , la suffocation , les inquiétudes & les foiblesses augmentèrent si fort , qu'il expira le cinquième jour après son arrivée , âgé de trente-huit ans.

Il est à remarquer que dans ces derniers jours de sa vie , l'oppression redoubloit de tems en tems : le pouls dans ce moment se dérangeoit encore davantage , il étoit obligé d'avoir recours à son éventail , de changer de situation , branlant la tête à peu-près comme une pagode , après quoi l'oppression diminuoit.

Qui n'eût pensé du premier coup d'œil que cette maladie étoit une hydropisie de poitrine ? Le malade avoit peine à respirer , & ne pouvoit se coucher ; il passoit les jours & les nuits dans un fauteuil , & s'il vouloit se mettre au lit , bien-tôt après

après l'oppression l'obligeoit d'en sortir. Cependant, comme il se plaignoit d'un grand feu dans la poitrine, qu'il n'avoit point le visage bouffi, ni les jambes enflées, j'abandonnai cette idée, comptant qu'il suffoqueroit avant que les eaux eussent le tems de se ramasser en suffisante quantité pour l'étouffer, & l'événement confirma ma conjecture, ainsi qu'on en a été convaincu par l'ouverture de son cadavre, qui fut faite en présence de MM. Chicoyneau pere & fils Médecins, de MM. Astruc & Soulier Chirurgiens, & de plusieurs autres assistants.

Le sternum étant séparé, nous trouvâmes dans le côté droit de la poitrine environ un demi-septier de serosité rougeâtre, à laquelle on pourroit d'autant moins attribuer la cause de la mort, qu'il n'y en avoit pas une seule goutte d'épanchée dans la cavité gauche. Les poumons étoient livides & sarcis de sang. Le péricarde qui contenoit un peu plus d'eau que dans l'état naturel, étant ouvert, le cœur se présentab beaucoup plus gros qu'il ne l'est ordinairement, parsemé en plusieurs endroits de taches pourprées noires, de la grandeur d'une lentille: c'étoient de veritables ecchymoses. Les arteres & les veines coronaires du cœur étoient de la grosseur d'une plume à écrire, pleines d'un sang noir & épais. Les ventricules du cœur étoient remplis d'un sang du même caractère. L'artere aorte étoit presque cartilagineuse, & extraordinairement distendue depuis sa sortie du cœur jusqu'à trois pouces au-dessous de l'artere souclaviere gauche, où nous découvrîmes une tumeur très-considérable, qui étoit cachée pour la plus grande partie par le cœur, & placée postérieurement dans le tronc de l'artere aorte à sept ou huit pouces du cœur, au dessous de l'arc qu'on appelle la *croisse*.

Cette tumeur étoit de la grosseur du poing, appuyée sur le corps de la 5<sup>e</sup>. 6<sup>e</sup>. 7<sup>e</sup> & 8<sup>e</sup> vertebres du dos, qui se trouverent creusées, & échancrées dans leur corps de plus d'un pouce pour la loger. Elle étoit composée d'une poche ou d'un kiste formé par la dilatation des membranes de l'artere aorte, qui étoient collées, & fortement attachées au bord de l'échancrure des vertebres. Cette poche sembloit par conséquent



devoir être mise au rang des tumeurs anevrismales: mais comme elle étoit dure & remplie d'un corps solide, je ne doutai plus qu'elle ne contînt un polype; ce que j'avois soupçonné & annoncé même du vivant du malade.

En effet l'ayant ouverte, nous trouvâmes dedans une masse de chair d'une couleur rouge tirant sur le blanc, dont la dureté égalait celle des tendons. Sa figure étoit demi-sphérique un peu aplatie, comme un champignon découpé dans sa surface convexe. Elle étoit adhérente tout autour de sa base aux envelopes membraneuses du kiste, non aux vertebres, qui à l'endroit du creux étoient à nud, sans être recouvertes d'aucune membrane, plus solides & moins spongieuses qu'elles n'ont accoutumé de l'être, & sans aucune apparence des cartilages qui en font la réunion. Entre ces vertebres & le polype il y avoit un petit vuide.

Sa substance étoit fibreuse, charnue & tendineuse, disposée en feuillets appliqués les uns contre les autres, & qu'on détachait facilement comme ceux d'un livre. Il s'élevoit de cette carnosité une branche qui montoit par une ligne courbe suivant la direction oblique de la crosse de l'aorte jusques dans le ventricule gauche du cœur. Cette branche se subdivisoit avant que d'arriver dans ce ventricule, & jettoit un rameau, qui s'alloit planter dans l'artere sous-claviere droite.

La poche dont nous venons de parler, communiquoit avec la grande artere par une ouverture de figure ovale allongée, ou plutôt rhomboïde, dont le long diametre étoit d'environ quinze lignes, & le petit diametre de huit lignes: c'est par cette ouverture que s'échapoient les branches du polype. On remarquoit aussi une avance en forme d'éperon, ou de languette cartilagineuse; au derriere de laquelle il y avoit un petit coude, dont la situation faisoit juger qu'il avoit servi à détourner dans le kiste, le sang qui descendoit du cœur vers les parties inférieures. La cavité de l'artere aorte inférieure au-dessous de cette tumeur étoit fort rétrécie.

Voilà un détail aussi exact & aussi circonstancié qu'il m'a été possible de le faire, de ce que nous avons trouvé par



l'ouverture de ce cadavre. Il s'agiroit à présent d'expliquer comment s'est formée cette tumeur : mais comme pour pareilles explications , il faut donner dans des systèmes souvent peu solides , je me contenterai de rapporter en passant ce qui paroît le plus probable.

La poche anevrismale se trouvant placée précisément à l'endroit d'une des arteres intercostales , il y a apparence que cette artere ayant été bouchée par quelque cause que ce puisse être , par exemple , par une glande lymphatique obstruée , le sang y abondant toujours sans en pouvoir sortir , elle a dû se distendre & se dilater ; desorte que le sang s'y ramassant , y a croupi comme dans un bassin , a dû s'y coaguler , & servir ensuite de noyau à la masse charnue qui remplissoit la cavité de cette poche.

Il se forme dans le corps humain & dans celui des animaux beaucoup de concrétions contre nature. Les sables que les urines charrient , s'unissant ensemble , s'apierrissent. Les molécules terreuses des alimens s'attachant couche sur couche à des poils , à des fibres ligneuses des plantes que les chevres avallent , deviennent des bezoards. La bile en se desséchant , se change en résine. La lymphe en se ramassant , & séjournant dans ses conduits , se convertit en des matieres semblables au suif , au miel , à la cire , à la bouillie ; de-là les différentes sortes de tumeurs enkistées. Il ne faut pour ces métamorphoses que des parties lourdes , massives , & propres à s'unir par de grandes & larges surfaces , du repos , & un lieu écarté du commerce de la circulation des humeurs. Tout cela se trouve ici. Le sang du malade étoit épais & grossier , comme il a été remarqué : son tempérament mélancholique , & les maladies chroniques qui ont terminé les jours de presque toute sa famille à la fleur de l'âge en sont d'ailleurs une preuve. Le sang qui a formé cette excroissance charnue étoit cantonné dans un cul de sac : il y étoit à l'abri des torrens , il ne participoit plus au mouvement circulaire des liqueurs : la chaleur des parties voisines le desséchoit. Il n'en faut pas davantage pour former un corps solide , qui augmente tous les jours de volume.

à mesure qu'il s'y accroche de nouvelles parties. Les différentes couches ou feuillets dont la carnosité étoit composée ; autorisent cette pensée.

Cette maniere d'expliquer la génération du polype par l'application des parties les unes contre les autres, qu'on appelle *juxta-position*, est très-simple ; mais supposé que le polype soit organisé, qu'on y découvre des vaisseaux sanguins, comme j'ai crû y en voir, & comme Diemerbroek & Manget l'assurent, il faut avoir recours à une autre maniere de former le polype, qui n'est gueres moins simple ; c'est-à-dire à la végétation, ou à l'intus-susception, en supposant qu'il y a des germes de polype dans notre corps, comme il y en a des champignons & des mousses dans la terre & dans l'air, & que ces germes poussent, croissent & se développent, lorsqu'ils trouvent un lieu propre à les nourrir, & à les faire croître. La figure des polypes approchante de celle des champignons, leur disposition branchue & tubuleuse semblable à celle des coraux & des plantes semblent confirmer cette conjecture, qui paroît bien moins hasardée que celle de M. Tournefort, qui n'a pas fait difficulté d'admettre une végétation dans les pierres & dans les marbres même.

Si on trouve cette supposition des germes trop hardie, & qu'on en soit choqué, il y auroit encore un moyen fort naturel pour expliquer cette végétation par l'expansion & l'allongement des fibres & des vaisseaux qui entrent dans la composition des arteres. C'est ainsi que nous voyons tous les jours croître des chairs fongueuses & mollasses dans les plaies mal détergées ; & puisque la masse polypeuse étoit adhérente & continue aux membranes de l'artere, rien n'empêche de dire que c'étoit une efflorescence des fibres & des vaisseaux de l'artere. Mais ces explications étant arbitraires, je les abandonne, pour rendre raison des accidens les plus importants qui accompagnoient cette maladie.

La cavité de l'artere aorte étoit en partie bouchée par le polype, & comprimée par la tumeur. Il n'étoit donc pas possible que le ventricule gauche du cœur, dans sa contraction,

vuidât entierement le sang qu'il contenoit : ce sang retenu serroit de digue à celui qui revenoit des poumons par la veine pulmonaire , aussi bien qu'à celui qui étoit rapporté par les veines coronaires du cœur. Donc les poumons ont dû être livides & farcis de sang , le cœur a dû grossir , & les vaisseaux coronaires se distendre : il a dû aussi se former des taches pourprées noires sur la surface du cœur , en un mot des ecchymoses.

M. Lower a démontré que toutes les fois que le cours du sang est intercepté par la ligature des vaisseaux , il se fait des épanchemens de sérosité ; or dans ce cas le cours du sang étoit gêné , & les vaisseaux étoient comme liés par la tumeur anévrismale & polypeuse ; donc il a dû se verser une plus grande quantité de sérosités dans le péricarde , & dans l'un des côtés de la poitrine.

La respiration n'est libre qu'autant que l'air entre librement dans la poitrine , & qu'il en sort de même : mais l'air ne scauroit être admis qu'avec peine dans les poumons surchargés de sang ; il a donc fallu qu'il y eût une difficulté de respirer , & une oppression de poitrine plus ou moins grande , suivant la situation que prenoit le malade. Or comme la situation droite & verticale est plus favorable pour faciliter la circulation du sang à travers les obstacles & les embarras dont nous avons parlé , que la couchée & l'horizontale , le malade a dû se trouver mieux levé que couché. On voit aussi pourquoi le malade étoit obligé de branler le corps & la tête , pour pouvoir par-là ranger le polype de côté , lorsqu'il se plaçoit d'une maniere à interrompre le cours du sang.

La chaleur des parties dépend de la quantité du sang retenu dans ces mêmes parties : mais nous avons trouvé qu'il s'en ramassoit beaucoup dans la poitrine , donc le malade devoit y sentir un grand feu : ce qui l'obligeoit à rafraichir l'air avec son éventail , quoiqu'il fit extrêmement froid.

Il n'y avoit d'autre vice dans les poumons , si ce n'est d'être surchargés de sang : ce qui rendoit la respiration forcée , & les mouvemens du cœur redoublés & précipités ; ainsi le sang se trouvant plus travaillé , plus brisé contre les obstacles , comme



contre autant d'écueils , & plus affinés par les mouvemens laborieux du cœur & des poulmons , il conservoit sa couleur rouge & vermeille : ce qui n'arrive pas dans les autres oppressions de poitrine , dans lesquelles les fibres des poulmons & du cœur ayant perdu leur ressort , il est ordinairement blanchâtre & coïenneux.

Le commencement de l'aorte étant obstrué par la concrétion polypeuse , le ventricule gauche du cœur qui ne pouvoit pas vider le sang qu'il contenoit , s'en trouvoit engorgé : mais comme le sang est l'aiguillon qui excite le mouvement du cœur , il falloit que le cœur fit des mouvemens proportionnés à la grande quantité qu'il en contenoit , c'est-à-dire , fort violens , mais inutiles , à cause que l'obstacle étoit insurmontable. Nous trouverons encore que la palpitation du cœur devoit se faire d'autant plus sentir , si nous faisons réflexion que le sang qui est chassé du cœur , comme par un coup de piston , a deux sortes de déterminations , l'une directe suivant l'axe de l'artere , par laquelle il pousse & fait avancer celui qui est devant , l'autre latérale & réfléchie , par laquelle il frappe contre les parois de l'artere , & les fait battre. Ce mouvement latéral & réfléchi est d'autant plus considérable , que la résistance que l'obstacle oppose au mouvement direct est grande. Ici la résistance étoit presque invincible ; donc la plus grande partie du sang mû directement , a dû se réfléchir sur les côtés de l'artere aorte , & même du cœur , & par conséquent la palpitation devoit être forte.

Ce que je viens d'établir est confirmé par une observation du fameux M. Bianchi , qui a beaucoup de rapport avec celle-ci , dans laquelle il a remarqué que la poche anévrismale & polypeuse s'étoit ouverte d'elle-même , apparemment par les raisons alléguées.

Après cela faut-il être surpris que l'artere aorte fût si fort dilatée , & qu'elle se fût rendue cartilagineuse ? puisque l'essence du cartilage ne consiste que dans la dureté & la blancheur , suites nécessaires des coups violens & réitérés que recevoient les arteres ; qui les durcissoient , & les faisoient blanchir en



ferrant leurs fibres , & en oblitérant les petits vaisseaux sanguins qui entroient dans leur tissu. C'est par-là que dans presque tous les vieillards, les arteres deviennent cartilagineuses , & souvent osseuses.

L'inégalité & l'intermittence du pouls supposent que le sang couloit inégalement, ou manquoit dans les arteres ; or la branche du polype qui étoit mobile, se plaçant de diverses façons, s'opposoit tantôt plus, tantôt moins, quelquefois tout-à-fait au passage du sang; de-là l'inégalité & l'intermittence du pouls qui étoit imperceptible du côté droit, parce que l'Artere souclaviere droite étoit bouchée par un des rameaux du polype que nous avons dit s'y aller insérer. Mais l'artere souclaviere droite ne scauroit être bouchée, & le pouls du même côté éclipsé, qu'il ne se détermine une plus grande quantité de sang dans l'artere souclaviere gauche : d'autant mieux que l'artere aorte inférieure étant fort rétrécie, & par conséquent recevant moins de sang, il s'en devoit distribuer une plus grande quantité dans l'aorte supérieure ; donc le pouls du côté gauche devoit être plein & vigoureux, quoiqu'intermittent.

Sur la fin il y a eu des foiblesses & des défaillances, parce que le cœur étant trop rempli de sang, & succombant sous ce poids dont il étoit accablé, n'avoit plus la force de se contracter, pour transmettre cette liqueur vitale aux parties, & les animer. L'on comprend aisément que les insomnies & les inquiétudes doivent être le partage d'un homme qui manque de respiration, & qui est menacé de suffoquer.

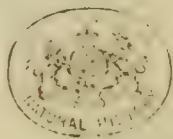
Ce qu'il y a de plus singulier dans cette observation, c'est l'échancrure des vertebres qui étoient creusées de plus d'un pouce dans leur corps, pour servir de loge à la base de la carnosité. Ce creux ne peut être attribué qu'aux percussions répétées du sang, qui n'est pas moins propre à produire cet effet, que l'eau par ses chûtes fréquentes l'est de percer les rochers. C'est ainsi que nous voyons tous les jours que le vestige du pied s'imprime dans les sandales des Religieux, quoiqu'elles soient faites d'un bois assez dur ; c'est aussi à raison de ces percussions répétées que les os du crâne s'entr'ouvrent quelque-

424 MEMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE  
fois dans l'hydrocephale , & que les côtes se disloquent dans la palpitation : ce qui passeroit pour incroyable, si l'expérience ne l'avoit confirmé plusieurs fois.

Kerkringius s'est donc trompé, lorsqu'il a prétendu qu'il n'y a point de véritables polypes, qu'ils ne se forment qu'après la mort, qu'ils ne sont ni charnus, ni adhérens ; car si par le mot de polype on n'entend qu'une excroissance charnue qui se divise en plusieurs branches semblables aux pieds du poisson du même nom, comment peut-on appeller celle-ci, qui étoit certainement charnue, adhérente & branchue ? on ne sçauroit soupçonner qu'elle se soit formée après la mort : le creux & l'échancrure des vertebres n'ont pû se faire qu'à la longue, & par succession de tems. Concluons donc que tous les polypes ne sont pas supposés, & qu'il y en a de véritables.

On dira, peut-être, que ce n'est pas un polype du cœur, puisque celui-ci n'étoit adhérent ni aux oreillettes, ni aux ventricules du cœur, & qu'il étoit niché dans une poche de l'artere aorte éloignée du cœur de sept à huit pouces. Mais quelque nom qu'on veuille lui donner, il faut convenir qu'il s'en élevoit des branches, qui remontant jusques dans le ventricule gauche du cœur, occasionnoient tous les accidens dont le malade a été affligé pendant sa vie, & qui enfin ont été cause de sa mort. C'est pour éviter toute dispute de nom, que je l'ai qualifié de Tumeur anevrismale & polypeuse de l'artere aorte.

Ces sortes d'observations seroient non-seulement curieuses, mais elles pourroient devenir très-utiles, si l'on s'appliquoit à ramasser exactement tous les signes qui denotent les polypes, & qui les font connoître dans leur commencement : on seroit peut être assez heureux pour les guérir, ou du moins pour les prévenir,



EXPLICATION

## EXPLICATION

## DE CE QUI EST REPRESENTÉ DANS LES FIGURES.

La premiere Figure représente le Cœur vû par devant.

*A*, le Cœur.

*B*, l'Oreillette droite.

*C*, l'Oreillette gauche.

*D*, Tronc de l'Artere aorte plus dilaté que dans l'état naturel.

*E*, Artere souclaviere droite.

*F*, Artere Carotide.

*G*, Artere Carotide gauche.

*H*, Artere souclaviere gauche.

*I*, Artere aorte descendante, plus retrécie qu'à l'ordinaire.

*LL*, Arteres & Veines coronaires du Cœur.

*MM*, Taches pourprées noires.

*N*, Tumeur anevrismale & polypeuse vûe par devant.

La seconde Figure représente le Cœur vû par derriere.

*A*, le Cœur.

*BB*, Tronc de l'Artere aorte.

*C*, Artere souclaviere droite.

*D*, Artere carotide droite.

*E*, Artere carotide gauche.

*F*, Artere souclaviere gauche.

*GG*, la base du Polype.

*HH*, les Envelopes membraneuses du Kiste auxquelles le Polype étoit adhérent.

*I*, Artere aorte descendante.

*LL*, Arteres & Veines coronaires.

*MM*, Taches pourprées noires.

La troisieme Figure représente le Tronc de l'Artere aorte ouverte.

*A*, le Cœur.

*BBB*, le Tronc de l'Artere aorte ouverte.

*Mem.* 1724.

*H h h*

*C*, l'ouverture du Rameau de l'Artere aorte supérieure qui forme les Arteres souclavieres & carotides droites.

*D*, l'ouverture de l'Artere carotide gauche.

*E*, l'ouverture de l'Artere souclaviere gauche.

*F*, le Trou par où la Tumeur communiquoit avec l'Artere aorte.

*G*, Languette, ou Avance cartilagineuse.

*HH*, partie de la Tumeur anevrismale & polypeuse.

*I*, Artere aorte descendante.

La quatrieme Figure représente les branches du Polype.

*BBB*, la même Artere aorte vûe ouverte & séparée.

*EE*, le Trou par où la Tumeur communiquoit avec l'aorte.

*FF*, branche du Polype.

*G*, Rameau du Polype qui s'étendoit jusques dans le Ventricule gauche du Cœur.

*H*, autre Rameau du Polype qui s'alloit insérer dans l'Artere souclaviere droite.

La cinquieme Figure représente le creux & l'échancrure des 5.<sup>e</sup> 6.<sup>e</sup> 7.<sup>e</sup> 8.<sup>e</sup> Vertebres du dos.

*AA*, Vertebres entieres.

*BBB*, échancrure sur laquelle s'appuyoit la base du Polype.

*CCC*, Apophyses transverses des Vertebres.

La sixieme Figure représente les lames ou les feuillets dont le Polype étoit composé.

*AA*, le corps de la Tumeur polypeuse.

*BB*, les feuillets, ou les lames du Polype.

*CCC*, Envelopes membraneuses du Kiste, qui s'attachotent au bord de l'échancrure des Vertebres.

F I N.





Fig. 1.

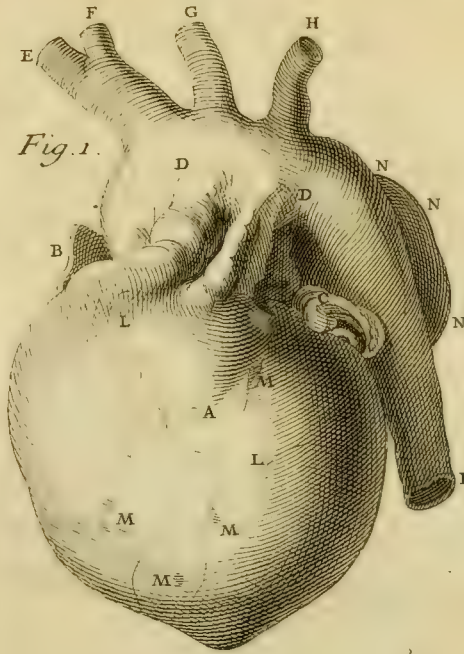


Fig. 2.

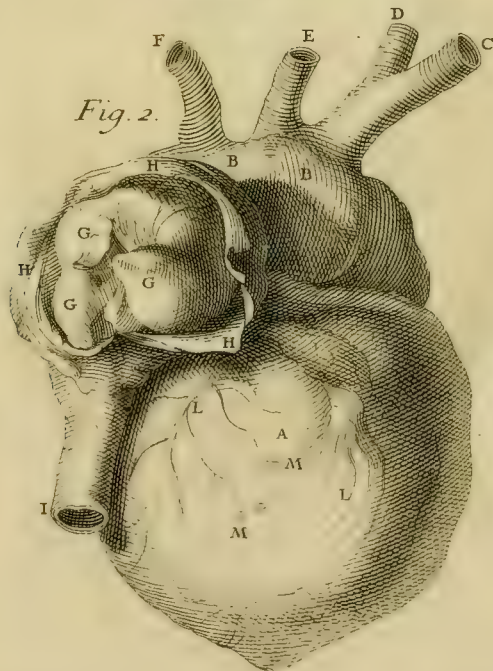




Fig. 3.



Fig. 4.

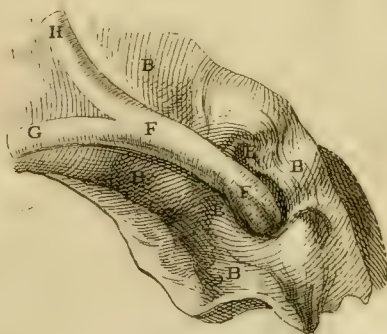


Fig 6.

5.

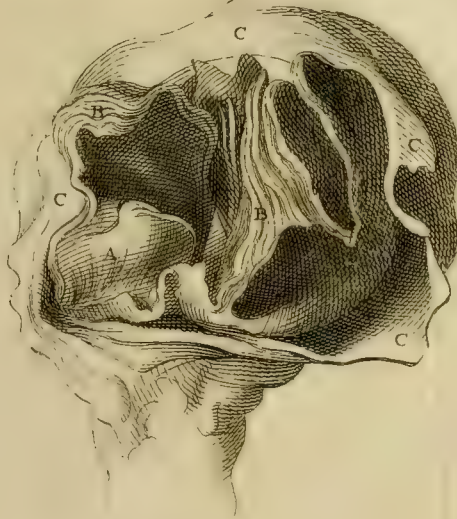
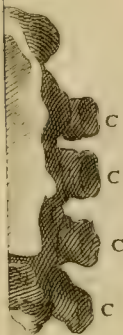


Fig 3



Fig 4



Fig 5

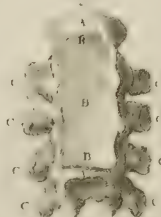
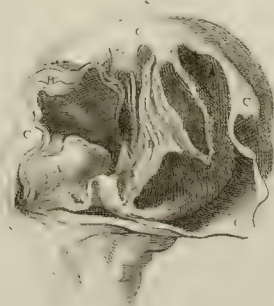


Fig 6





---

## FAUTES A CORRIGER.

*Dans les Mémoires de 1720.*

*Page 60, ligne penultieme & derniere, au lieu de & j'a-  
joute le reste qui est 1' 26" au tems proposé: lisez, & j'ô-  
te le reste qui est de 1' 26" du tems proposé.*

*Page 61, ligne 15, au lieu de Anomal. moy. 300<sup>d</sup> 34'  
20", lisez, Anomal. moy. 300<sup>d</sup> 34' 14".*











